



第三章 一元一次方程

3.4 实际问题与一元一次方程

第4课时 电话计费问题

学习目标

1. 体会分类思想和方程思想在解决问题中的作用，能够根据已知条件选择分类关键点对“电话计费问题”进行整体分析，从而得出整体选择方案.

(重点、难点)

2. 进一步深化对数学建模方法的体验，增强应用方程模型解决问题的意识和能力.(重点)

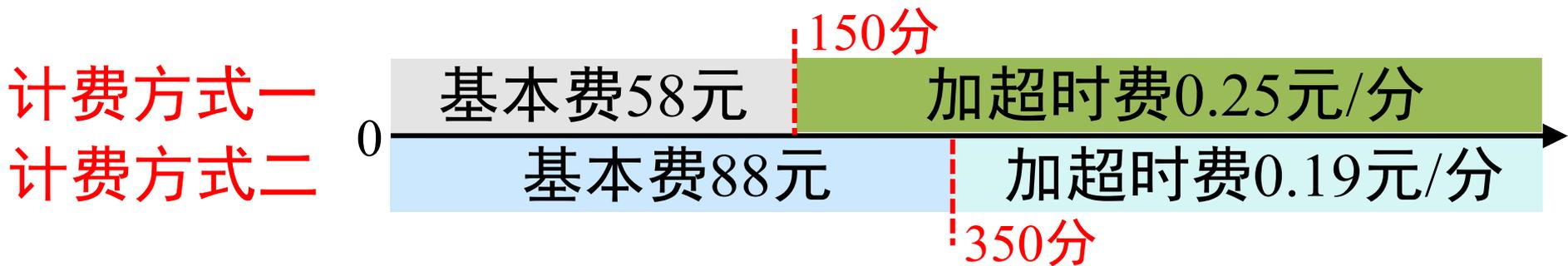
电话计费问题

互动探究

下表中有两种移动电话计费方式：

	月使用 费/元	主叫限定 时间/分	主叫超时 费/(元/分)	被叫
方式一	58	150	0.25	免费
方式二	88	350	0.19	免费

你了解表格中这些数字的含义吗？



想一想 你觉得哪种计费方式更省钱？

填填下面的表格，你有什么发现？

主叫时间(分)	100	150	250	300	350	450
方式一计费(元)	58	58	83	95.5	108	133
方式二计费(元)	88	88	88	88	88	107

哪种计费方式更省钱与“主叫时间有关”。

问题1 设一个月内移动电话主叫为 t min (t 是正整数), 列表说明: 当 t 在不同时间范围内取值时, 按方式一和方式二如何计费.

计费时首先要看主叫是否超过限定时间, 主叫不超过限定时间, 月使用费一定;

主叫超过限定时间, 超时部分加收超时费.

考虑 t 的取值时, 两个主叫限定时间 150 min和 350 min是不同时间范围的划分点.

当 t 在不同时间范围内取值时，方式一和方式二的计费如下表：

主叫时间 t /分	方式一计费/元	方式二计费/元
t 小于150	58	88
t 等于150	58	88
t 大于150且小于 350	$58+0.25(t-150)$	88
t 等于350	108	88
t 大于350	$58+0.25(t-150)$	$88+0.19(t-350)$

问题2 观察你的列表，你能从中发现如何根据主叫时间选择省钱的计费方式吗？通过计算验证你的看法。

主叫时间 t /分	方式一计费/元	方式二计费/元
t 小于150	58	88
t 等于150	58	88
t 大于150且小于 350	$58+0.25(t-150)$	88
t 等于350	108	88
t 大于350	$58+0.25(t-150)$	$88+0.19(t-350)$

(1) 比较下列表格的第2、3行，你能得出什么结论？

主叫时间 t /分	方式一计费/元	方式二计费/元
t 小于150	58	88
t 等于150	58	88

①当 $t \leq 150$ 时，方式一计费少(58元)；

(2) 比较下列表格的第2、4、5行，你能得出什么结论？

主叫时间 t /分	方式一计费/元	方式二计费/元
t 等于150	58	88
t 大于150且小于 350	$58+0.25(t-150)$	88
t 等于350	108	88

当 t 大于150且小于 350时，存在某一个值，使得两种方式计费相等.

依题意，得 $58+0.25(t-150)=88$,

解得 $t=270$.

(3) 当 $t > 350$ 分时，两种计费方式哪种更合算呢？

主叫时间 t /分	方式一计费/元	方式二计费/元
t 大于350	$58 + 0.25(t - 150)$	$88 + 0.19(t - 350)$

解析：当 $t > 350$ 分时，方式一的计费其实就是在108元的基础上，加上超过350分部分的超时费 $[0.25(t - 350)]$ 。

当 $t > 350$ 时，

方式一： $58 + 0.25(t - 150) = 108 + 0.25(t - 350)$ ，

方式二： $88 + 0.19(t - 350)$ ，

所以，当 $t > 350$ 分时，方式二计费少。

想一想

(1)回顾问题的解决过程，谈谈你的收获.

(2)解决本题的过程中你觉得最难突破的步骤是哪些？
本题中运用了哪些方法突破这些难点？

(3)电话计费问题的解决过程中运用一元一次方程
解决了什么问题？

要找不等关系
先找等量关系

列表分析

分类讨论

审题

设未知数

用未知数表示费用

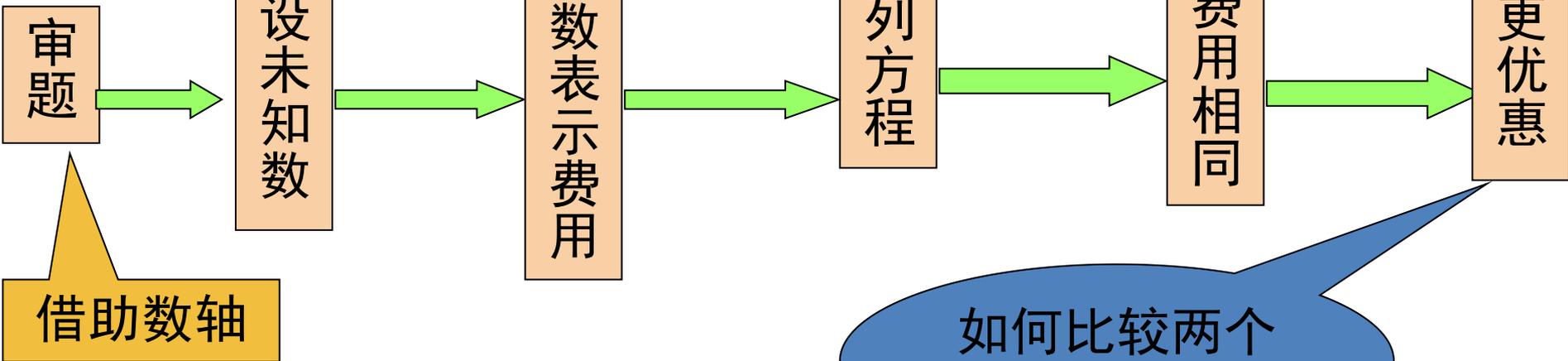
列方程

费用相同

更优惠

借助数轴

如何比较两个
代数式的大小



例 小明和小强为了买同一种火车模型，决定从春节开始攒钱，小明原有200元，以后每月存50元；小强原有150元，以后每月存60元．设两人攒钱的月数为 x （个）（ x 为整数）．

(1) 根据题意，填写下表：

攒钱的月数/个	3	6	...	x
小明攒钱的总数/元	350	500	...	$200+50x$
小强攒钱的总数/元	330	510	...	$150+60x$

(2) 在几个月后小明与小强攒钱的总数相同?
此时他们各有多少钱?

(2) 根据题意, 得 $200+50x=150+60x$,

解得 $x=5$.

所以 $150+60x=450$.

答: 在5个月后小明与小强攒钱的总数相同,
此时每人有450元钱.

(3) 若这种火车模型的价格为780元，他们谁能够先买到该模型？

(3) 根据题意，由 $200+50x=780$ ，解得 $x=11.6$ ，

故小明在12个月后攒钱的总数超过780元.

由 $150+60x=780$ ，解得 $x=10.5$ ，

故小强在11个月后攒钱的总数超过780元.

所以小强能够先买到该模型.

方法总结：解决此类问题的关键是能够根据已知条件找到合适的分段点，然后建立方程模型分类讨论，从而得出整体选择方案.

做一做

移动公司推出两种智能手机上网流量包：

	月使用费 (元)	含上网流量 (M)	流量超出部分 (元/M)
A种	30	320	0.2
B种	50	550	0.1

如何选择流量包更划算？

解：设一个月内使用的流量为 x M，根据题意，当 x 在不同范围内取值时，两种流量包计费如下表：

使用流量 x (M)	A种计费(元)	B种计费(元)
x 小于等于 320	30	50
x 大于 320 且 小于 550	$30+0.2(x-320)$	50
x 等于 550	76	50
x 大于 550	$30+0.2(x-320)$	$50+0.1(x-550)$

- (1) 当 $x \leq 320$ 时，流量包A 计费少(30元)；
- (2) 当 $320 < x < 420$ 时，流量包A 计费少(<50元)；
- (3) 当 $x = 420$ 时，两种流量包计费相等，都是50元；

- (4) 当 $420 < x < 550$ 时，流量包B 计费少(50元)；
- (5) 当 $x = 550$ 时，流量包B 计费少(50元)；
- (6) 当 $x > 550$ 时，流量包B 计费少.

综上所述，

当月使用流量小于 420 M 时，选择流量包A 划算；
当月使用流量等于 420 M 时，两种流量包费用一样；
当月使用流量大于 420 M 时，选择流量包B 划算.

当堂练习

1.小明所在城市的“阶梯水价”收费办法是：每户用水不超过5吨，每吨水费 x 元；超过5吨，超过部分每吨加收2元，小明家今年5月份用水9吨，共交水费为44元，根据题意列出关于 x 的方程正确的是（ A ）

A. $5x+4(x+2)=44$

B. $5x+4(x-2)=44$

C. $9(x+2)=44$

D. $9(x+2)-4\times 2=44$

2. 某市为鼓励居民节约用水，对自来水用户按分段计费方式收取水费：若每户每月用水不超过 7m^3 ，则按 $2\text{元}/\text{m}^3$ 收费；若每户每月用水超过 7m^3 ，则超过的部分按 $3\text{元}/\text{m}^3$ 收费. 如果某居民户去年12月缴纳了 53元 水费，那么这户居民去年12月的用水量为 20 m^3 .

3. 某市生活拨号上网有两种收费方式，用户可以任选其一. A计时制：0.05 元/分钟；B包月制：60 元/月（限一部个人住宅电话上网). 此外，两种上网方式都得加收通信费 0.02 元/分钟.

(1) 某用户某月上网时间为 x 小时，请分别写出两种收费方式下该用户应该支付的费用；

(2) 你认为采用哪种方式比较合算？

解：(1) 采用计时制： $(0.05 + 0.02) \times 60x = 4.2x$ ，
采用包月制： $60 + 0.02 \times 60x = 60 + 1.2x$ ；

(2) 由 $4.2x = 60 + 1.2x$, 得 $x = 20$. 又由题意可知, 上网时间越长, 采用包月制越合算. 所以,
当 $0 < x < 20$ 时, 采用计时制合算;
当 $x = 20$ 时, 采用两种方式费用相同;
当 $x > 20$ 时, 采用包月制合算.

4. 用A4纸在某复印社复印文件，复印页数不超过20时每页收费0.12元；复印页数超过20时，超过部分每页收费0.09元. 在某图书馆复印同样的文件，不论复印多少页，每页收费0.1元. 问：如何根据复印的页数选择复印的地点使总价格比较便宜？
(复印的页数不为零)

解：设复印页数为 x ，依题意，列表得：

复印页数 x	复印社复印费用/元	图书馆复印费用/元
x 小于20	$0.12x$	$0.1x$
x 等于20	$0.12 \times 20 = 2.4$	$0.1 \times 20 = 2$
x 大于20	$2.4 + 0.09(x - 20)$	$0.1x$

- (1) 当 $x < 20$ 时， $0.12x$ 大于 $0.1x$ 恒成立，图书馆价格便宜；
- (2) 当 $x = 20$ 时，图书馆价格便宜；

(3) 当 x 大于20时，依题意得

$$2.4+0.09(x-20) = 0.1x.$$

解得 $x = 60$

所以，当 x 大于20且小于60时，图书馆价格便宜；

当 x 等于60时，两者价格相同；

当 x 大于60时，复印社价格便宜.

综上所述：当 x 小于60页时，图书馆价格便宜；

当 x 等于60时，两者价格相同；

当 x 大于60时，复印社价格便宜.

5. 小明可以到甲或乙商店购买练习本.已知两商店的标价都是每本1元,甲商店的优惠方法是:购买10本以上时,从第11本开始按标价的70%出售;乙商店的优惠方法是:从第一本开始就按标价的80%出售.
- (1) 小明要买20本时,到哪家商店购买省钱;
 - (2) 买多少本时,到两个商店花的钱一样多;
 - (3) 小明现有24元钱,最多可买多少本练习本.

答案: (1) 小明要买 20 本时,到乙家商店购买省钱;
(2) 买 30 本时,到两个商店花的钱一样多;
(3) 小明现有 24 元钱,最多可买 30 本练习本.

1. 解决电话计费问题需要明确“哪种计费方式更省钱”与“主叫时间”有关.
2. 此类问题的关键是能够根据已知条件找到合适的分段点，然后建立方程模型分类讨论，从而得出整体选择方案.