

4.3.2 角的比较与运算



学习目标

1. 会用尺规作图法画一个角等于已知角，熟悉并理解画法语言.
2. 运用类比的方法，学会比较两个角的大小，会分析图中角的和差关系.
3. 通过动手操作，学会借助三角板拼出不同度数的角，认识角的平分线及角的等分线，会画角的平分线.

温故知新

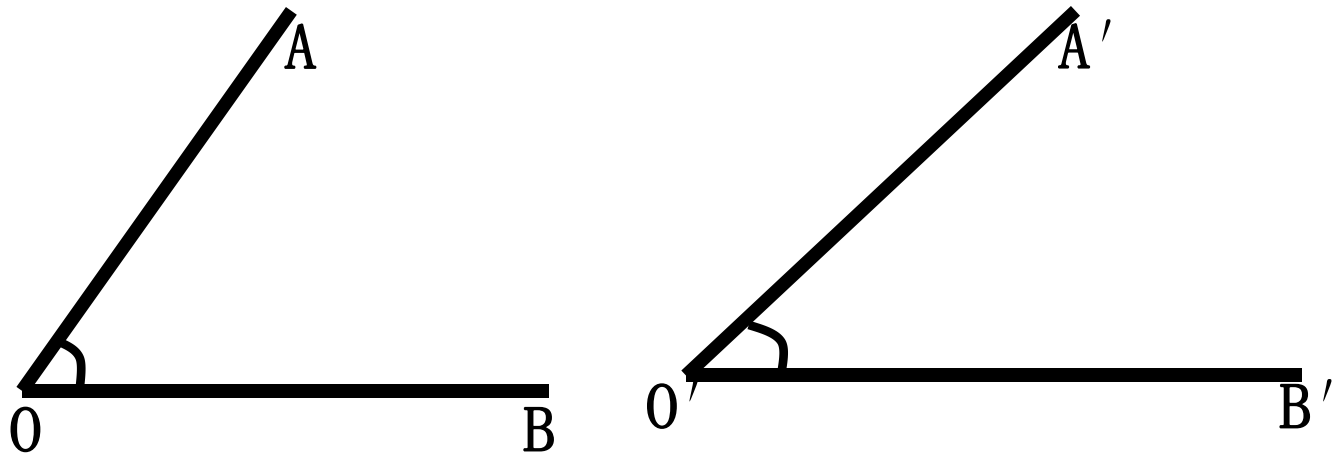
比较两条线段的长短方法：

1. 观察法.
2. 度量法：即用刻度尺测量线段的长度的方法.
3. 重叠比较法：即将其中一条线段移到另一条上作比较.

知识讲解

知识点一

如何比较下列两个角的大小？



请每个学习小组的同学每人任意画出两个角，比较这两个角的大小，并讨论你们的比较方法。

一. 观察法

$$1\text{周角}=360^\circ$$

$$1\text{平角}=180^\circ$$

$$\text{钝角: } 90^\circ < \angle \alpha < 180^\circ$$

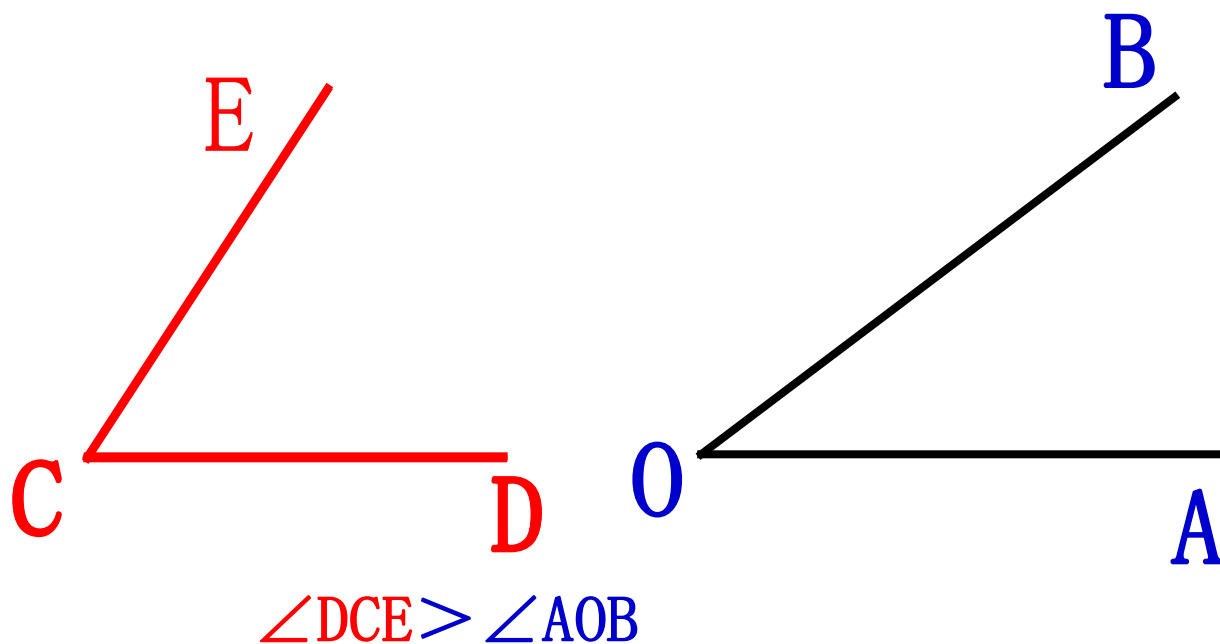
$$1\text{直角}=90^\circ$$

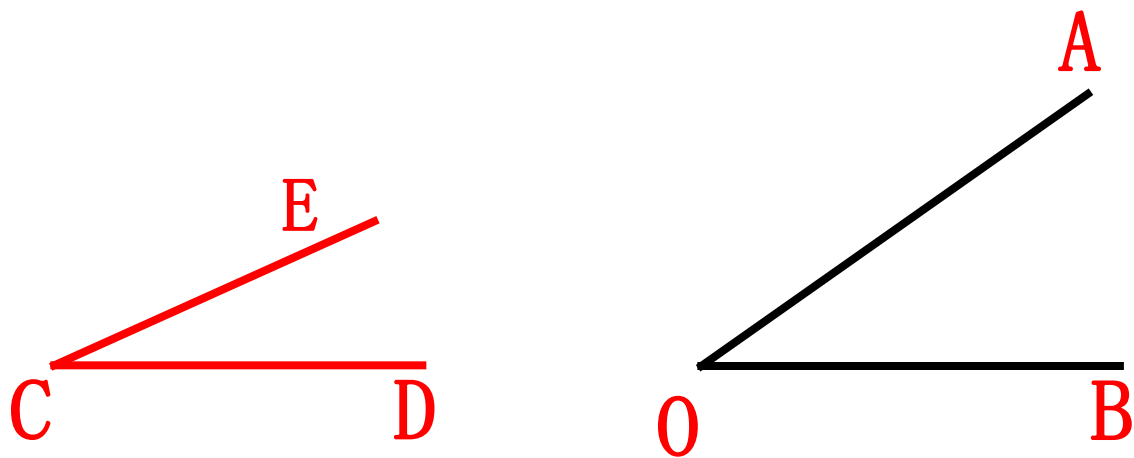
$$\text{锐角: } 0^\circ < \angle \beta < 90^\circ$$

$$1\text{周角} > 1\text{平角} > \text{钝角} > 1\text{直角} > \text{锐角}$$

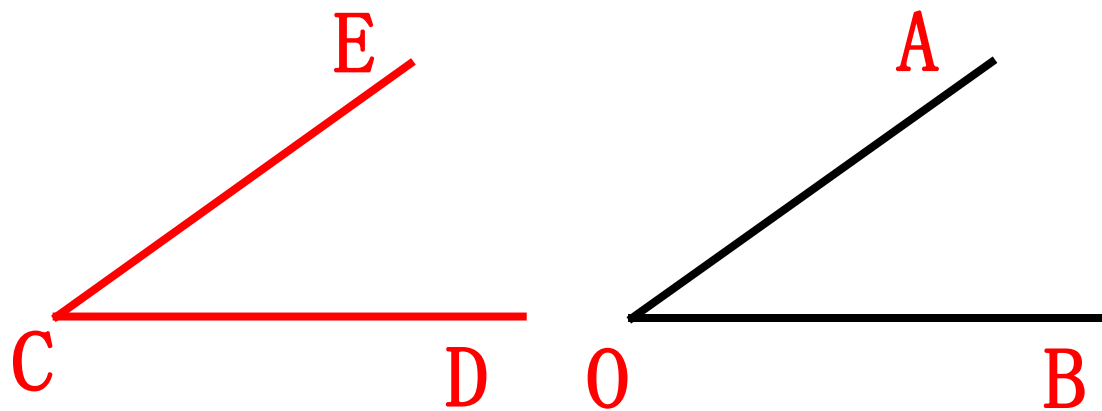
二. 叠合法

1. 将两个角的顶点及一边重合.
2. 两个角的另一边落在重合一边的同侧.
3. 由两个角的另一边的位置确定两个角的大小.





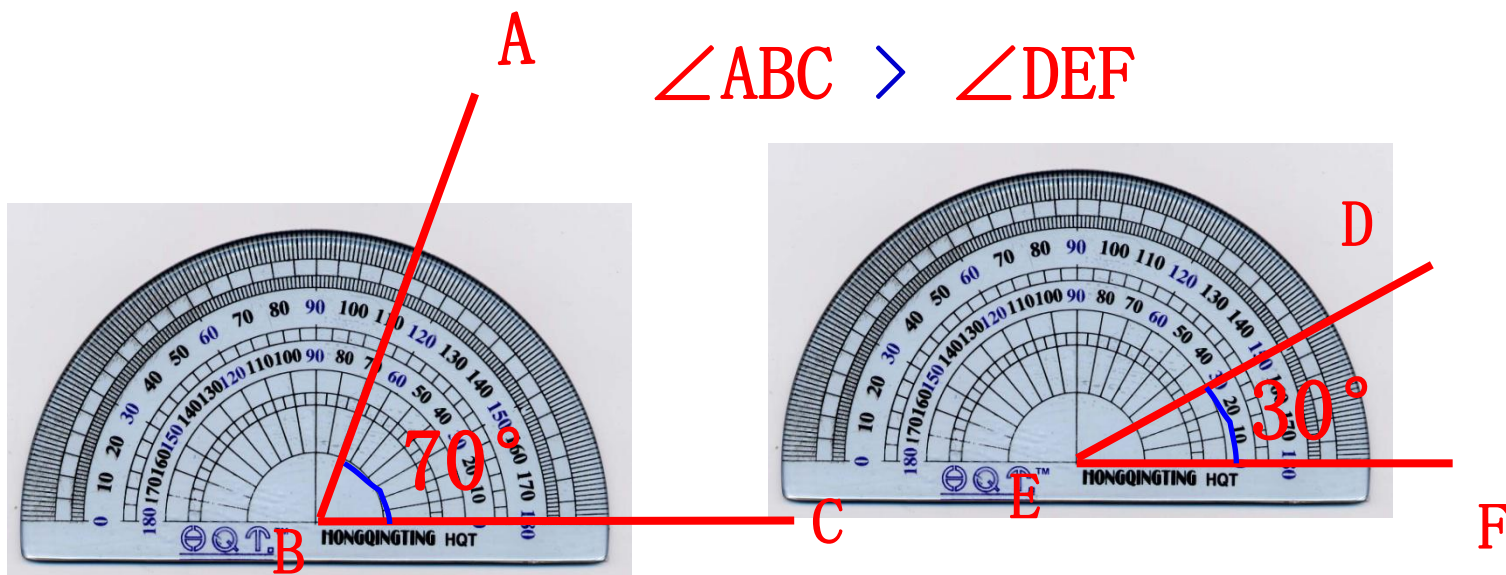
$$\angle DCE < \angle AOB$$



$$\angle DCE = \angle AOB$$

三. 度量法

1. 对“中”——角的顶点对量角器的中心;
2. 重合——角的一边与量角器的 0° 刻度线重合;
3. 读数——读出角的另一边所对的度数.



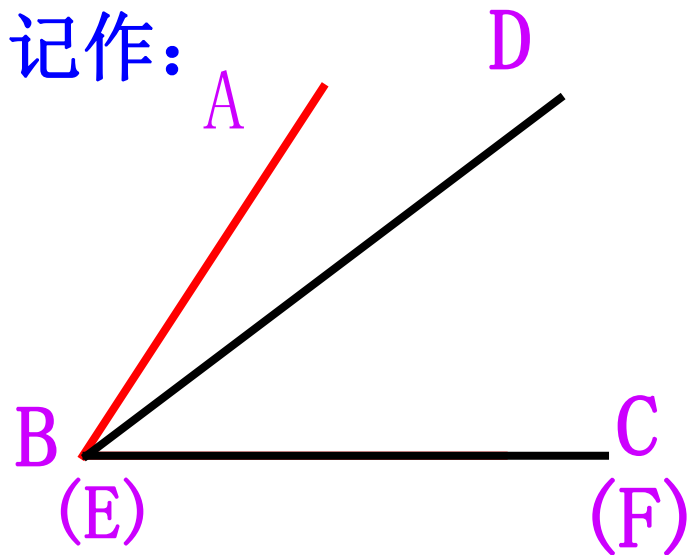
【归纳】

比较两个角的大小的方法有三种：

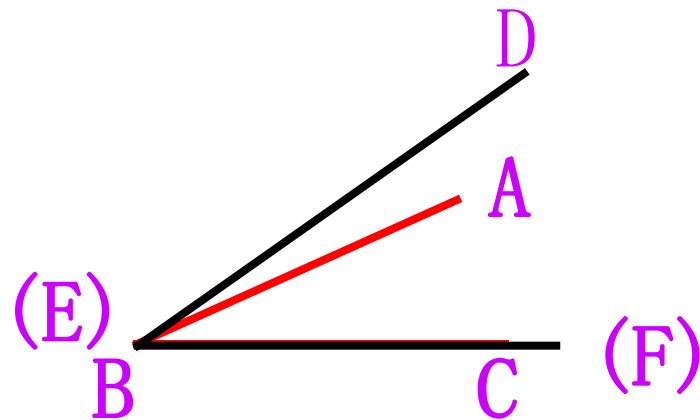
- 观察法
- 叠合法
- 度量法

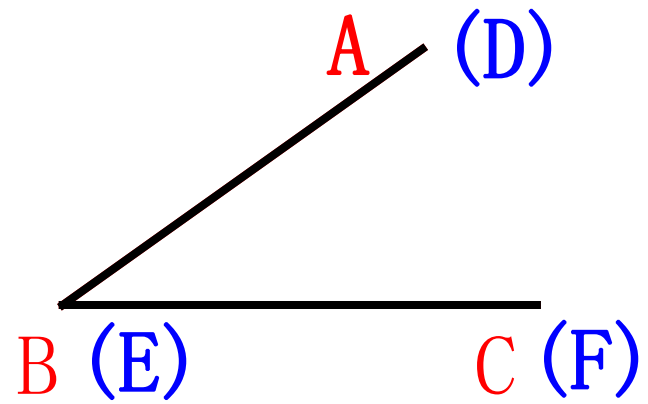
两个角的大小关系有三种, 记作:

$$(1) \angle ABC > \angle DEF$$



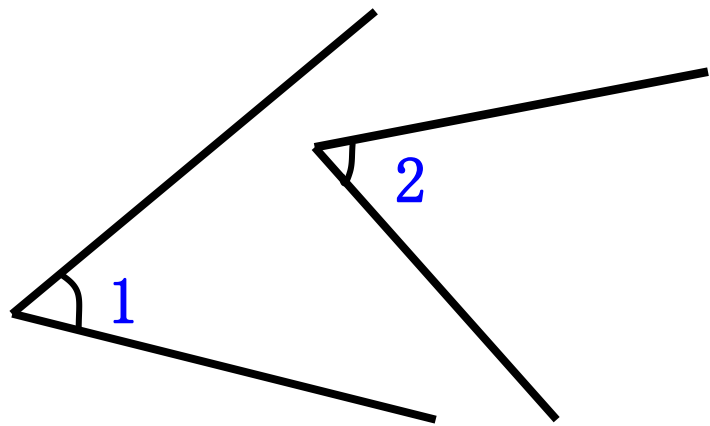
$$(2) \angle ABC < \angle DEF$$



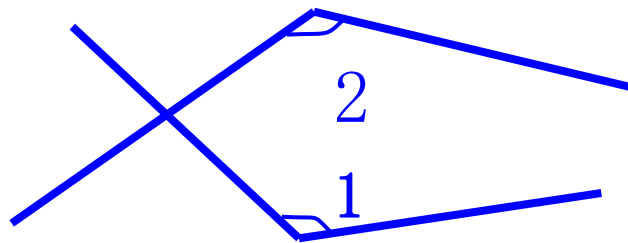


$$(3) \angle ABC = \angle DEF$$

估计图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小关系, 并用适当的方法
检验.

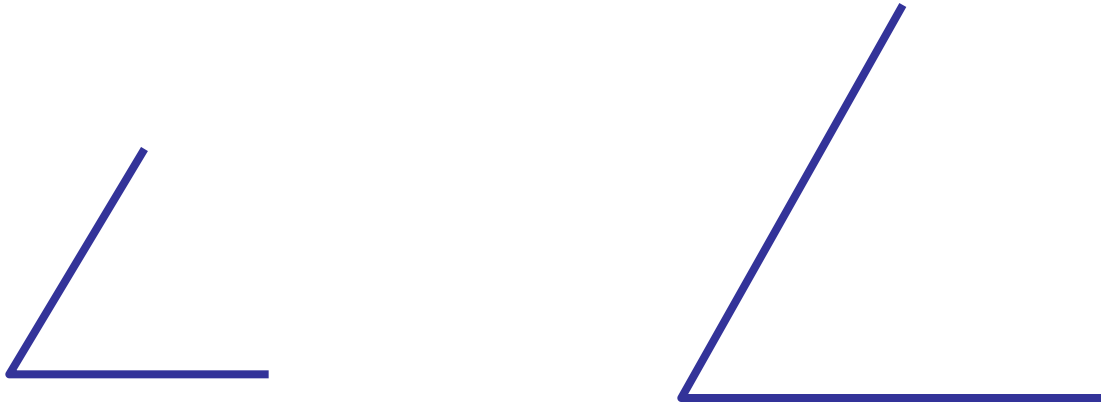


(1)



(2)

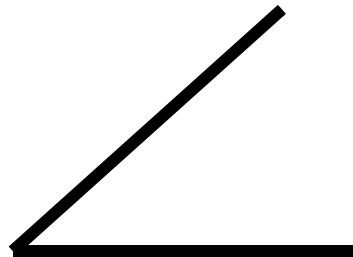
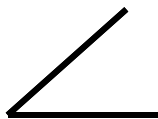
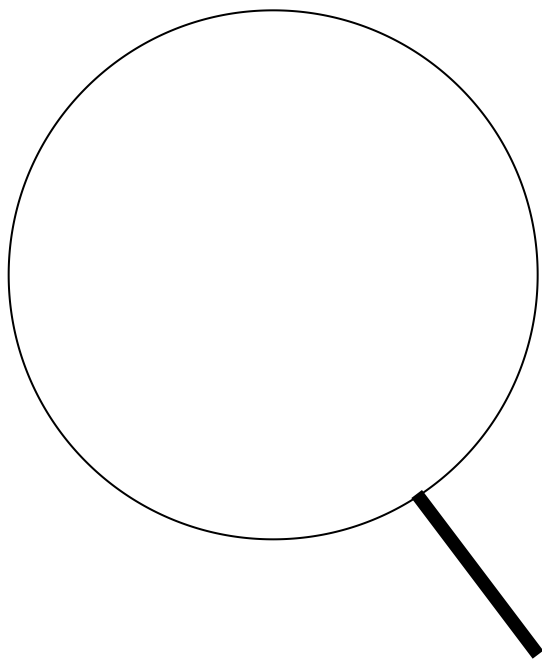
角的大小与角的两边画出的长短有关吗？



- (1) 角的大小与角的两边画出的长短没有关系.
- (2) 角张开的程度越小，角度就越小.

用放大镜看蚂蚁，用放大镜看自己的手，用放大镜看精致的邮票，用放大镜从太阳光里取火等，都会得到令人开心的结果. 那么，有没有放大镜放不大的事物呢？

你知道放大镜不能“放大”角度数的原因吗？



角的和与差

因为 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle DEF = 30^\circ$,

所以 $\angle ABC - \angle DEF$

$$= 70^\circ - 30^\circ$$

$$= 40^\circ$$

所以 $\angle ABC - \angle DEF$

$$= \angle ABD$$

$$70^\circ$$

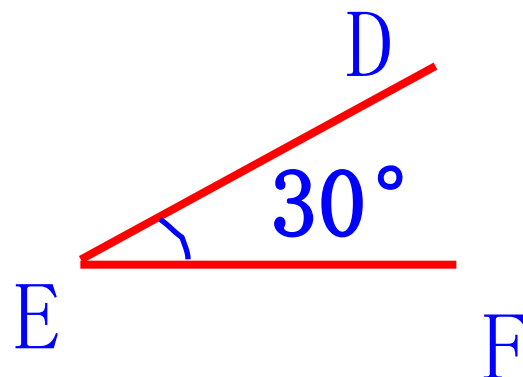
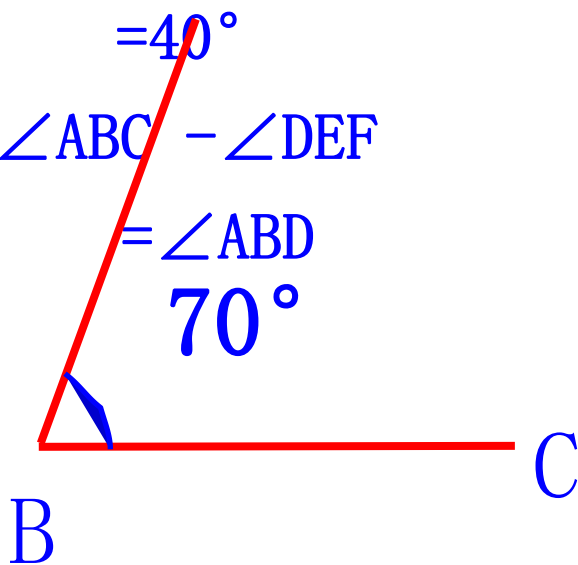
B

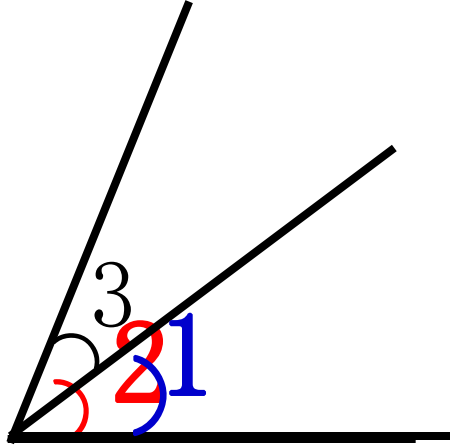
C

E

D

F





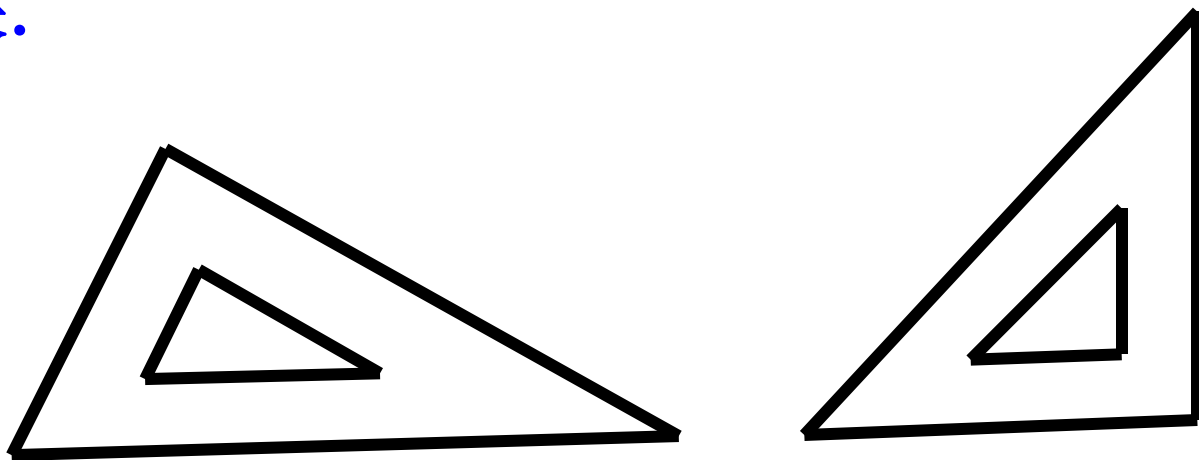
$$\angle 3 = \angle 2 - \angle 1$$

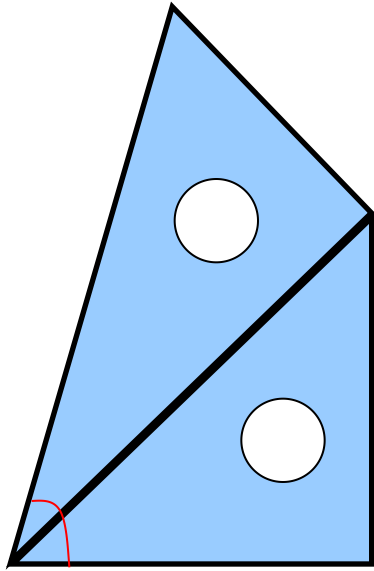
$$\angle 1 = \angle 2 - \angle 3$$

$$\angle 2 = \angle 1 + \angle 3$$

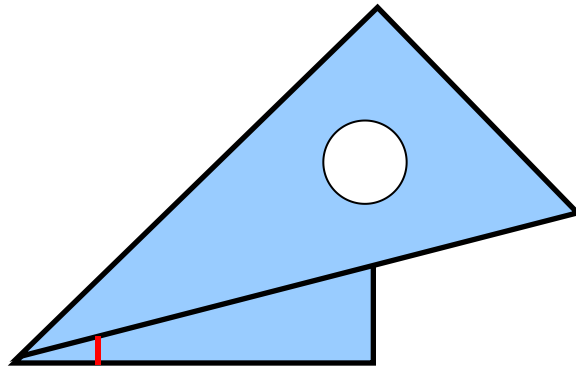
【跟踪训练】

1. 借助一个三角尺可以画出哪些度数的角，用一副三角尺你还能画出哪些度数的角？上台来展示你的结果。

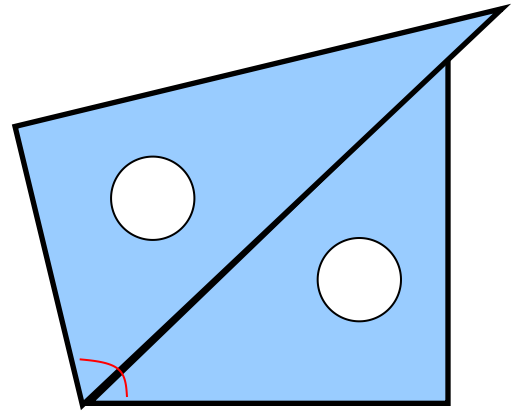




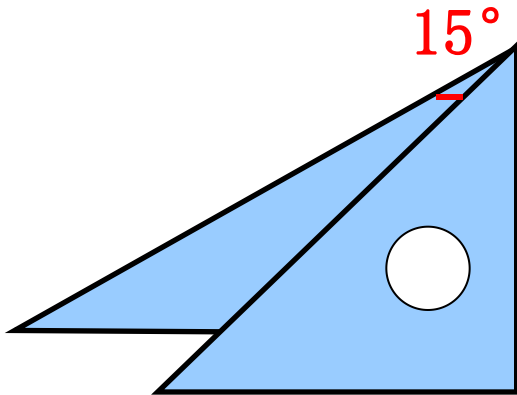
75°



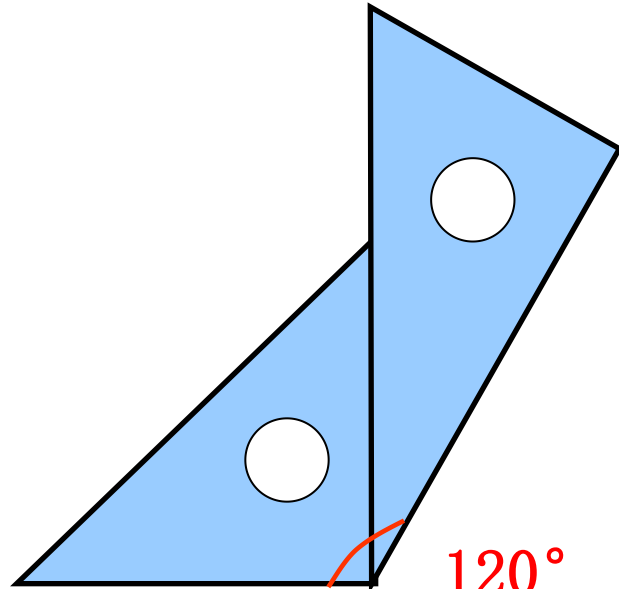
15°



105°

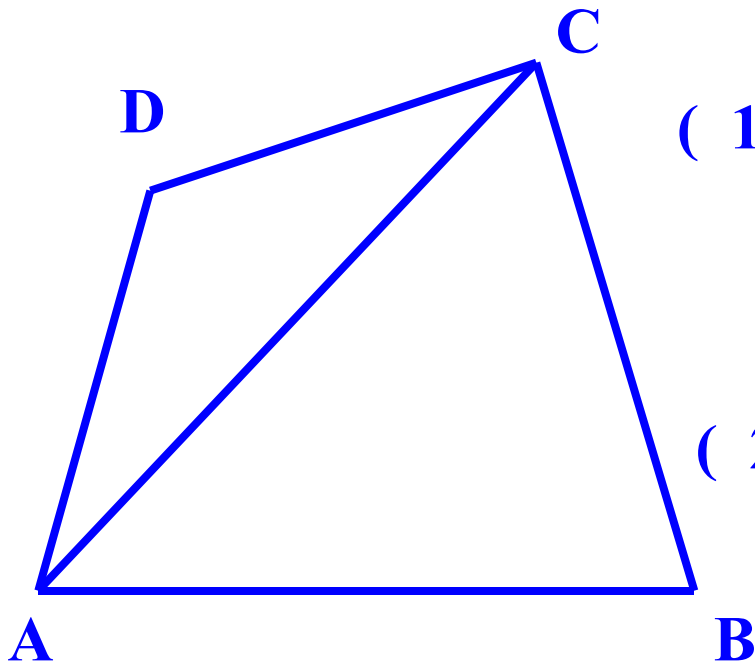


15°



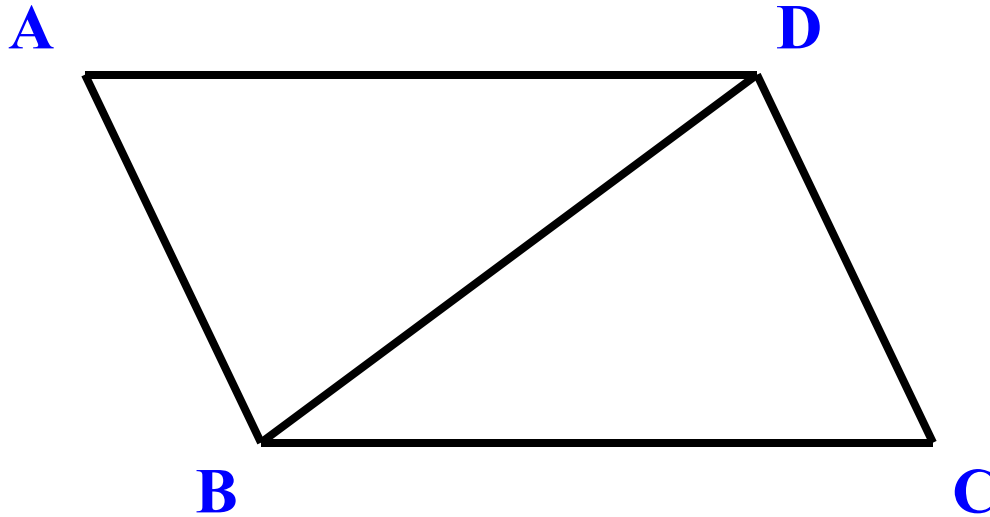
120°

2. 填空:



$$(1) \angle DAB = \angle DAC + \underline{\angle CAB}$$

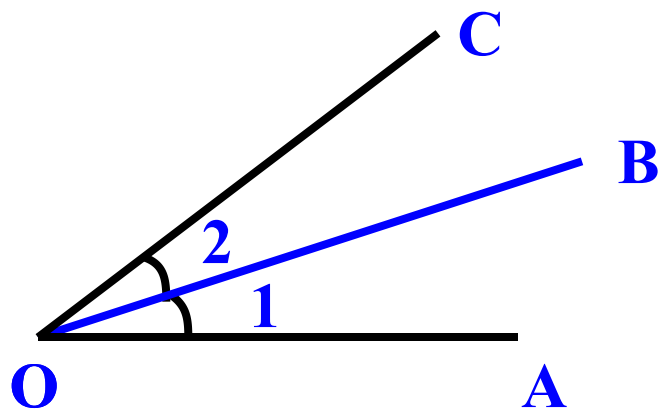
$$(2) \angle ACB = \angle DCB - \underline{\angle DCA}$$



$$(3) \angle ABC = \angle ABD \quad \underline{\quad + \quad} \quad \angle CBD$$

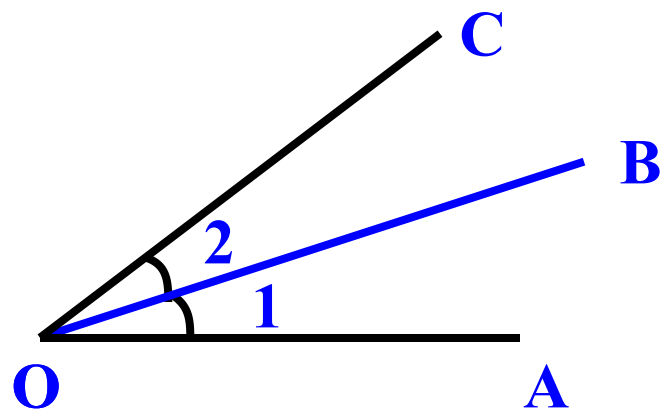
$$(4) \angle BDC = \angle ADC \quad \underline{\quad - \quad} \quad \angle BDA$$

知识点二



当 $\angle 1 = \angle 2$ 时，射线 **OB** 把 $\angle AOC$ 分成两个相等的角，这时 **OB** 叫做 $\angle AOC$ 的平分线，也可以说 **OB** 平分 $\angle AOC$ 。

定义：一般地，从一个角的顶点出发，把这个角分成两个相等的角的射线，叫做这个**角的平分线**。



如图：

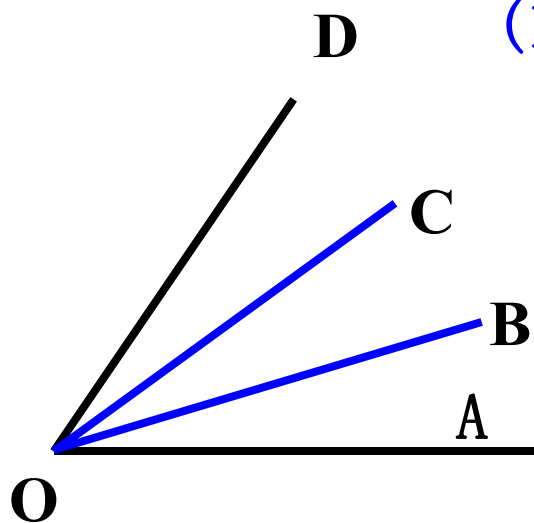
因为 **OB 平分 $\angle AOC$** （已知），

$$\text{所以 } \angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

或 $\angle AOC = 2 \angle AOB = 2 \angle BOC$ （角平分线的定义）。

【跟踪训练】

填空：



(1) 如图 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD$,

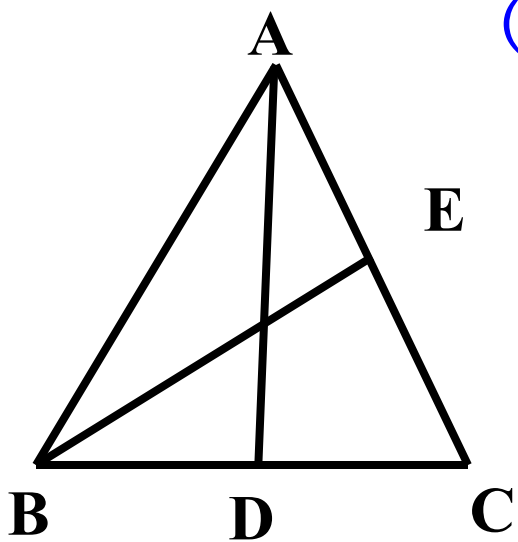
OB 是 $\angle AOC$ 的平分线,

$$\underline{\angle BOC} = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\underline{\angle BOC} = \frac{1}{2} \angle BOD,$$

$$\angle BOC = \frac{1}{2} \underline{\angle AOC} =$$

$$\frac{1}{2} \underline{\angle BOD} = \frac{1}{3} \underline{\angle AOD} .$$



(2) 因为AD是 $\angle BAC$ 的平分线,

所以 $\angle \underline{BAD} = \angle \underline{CAD}$
(角平分线的定义),

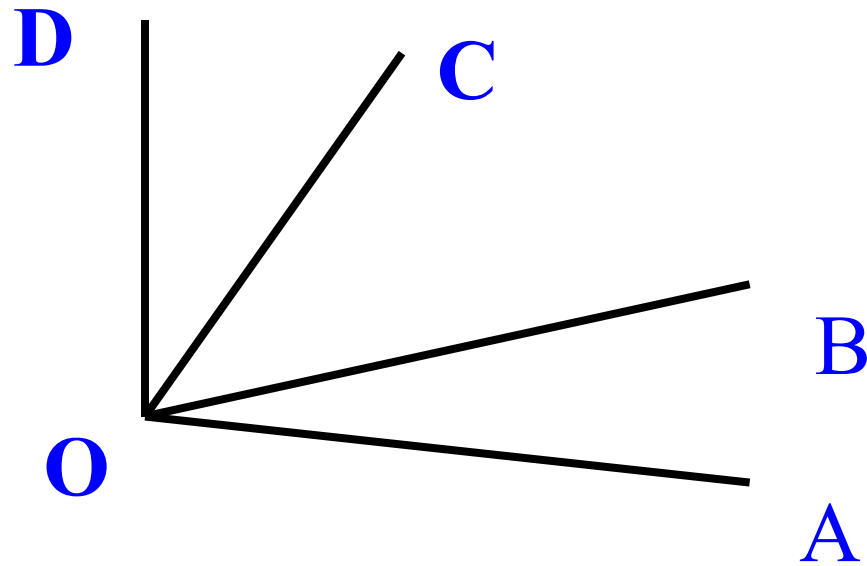
因为 $\angle ABC = 2 \angle ABE$,

所以 \underline{BE} 平分 $\angle \underline{ABC}$
(角平分线的定义).

(3) 如图所示:

$$\begin{aligned}\angle AOC &= (\angle AOB) + (\angle BOC) \\ &= (\angle AOD) - (\angle COD)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle BOC &= (\angle BOD) - (\angle COD) \\ &= (\angle AOC) - (\angle AOB)\end{aligned}$$

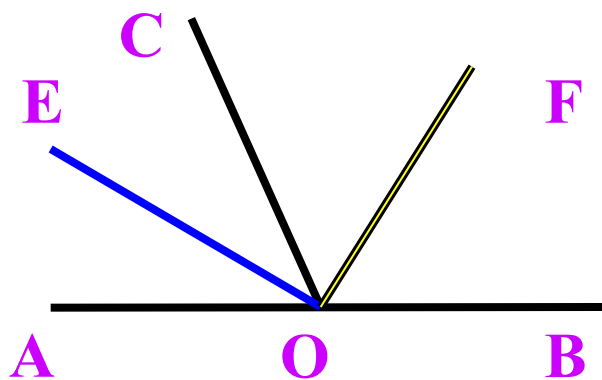


【归纳】

1. 角的大小的比较方法（观察、叠合、度量）。
2. 角的和差关系。
3. 角的平分线的性质。

【跟踪训练】

已知O为直线AB上一点，OE平分 $\angle AOC$ ，OF平分 $\angle COB$ ，求 $\angle EOF$ 的大小。



解： 因为OE平分 $\angle AOC$ ，OF平分 $\angle COB$ ，

$$\text{所以 } \angle EOC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$\angle COF = \frac{1}{2} \angle COB \quad (\text{角平分线的定义}),$$

因为 $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 180^\circ$ (平角的定义)，

$$\text{所以 } \angle EOF = \angle EOC + \angle COF$$

$$= \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle COB$$

$$= \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle COB)$$

$$= 90^\circ .$$

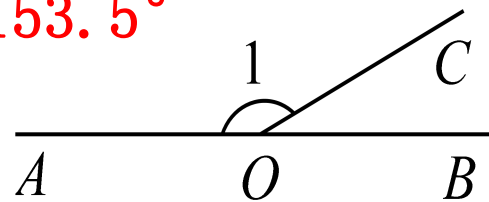
随堂练习

1. (长沙·中考) 如图所示, O 为直线 AB 上一点,

$\angle COB = 26^{\circ}30'$, 则 $\angle 1 =$ _____ 度.

【解析】 $\angle 1 = 180^{\circ} - 26^{\circ}30' = 153^{\circ}30' = 153.5^{\circ}$

答案: 153.5

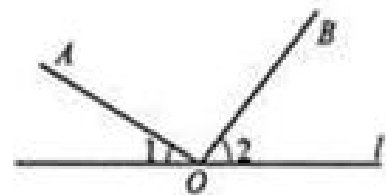


2. (南京·中考) 如图所示, O 是直线 l 上一点,

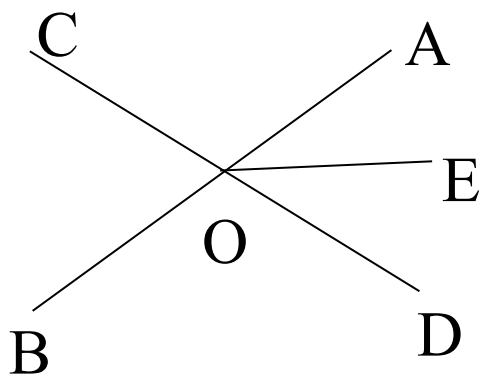
$\angle AOB = 100^{\circ}$, 则 $\angle 1 + \angle 2 =$ _____.

【解析】 $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ} - 100^{\circ} = 80^{\circ}$

答案: 80°



3. (娄底·中考) 如图所示, 直线AB, CD相交于点O, OE平分 $\angle AOD$, 若 $\angle BOD=100^\circ$, 则 $\angle AOE=$ _____.

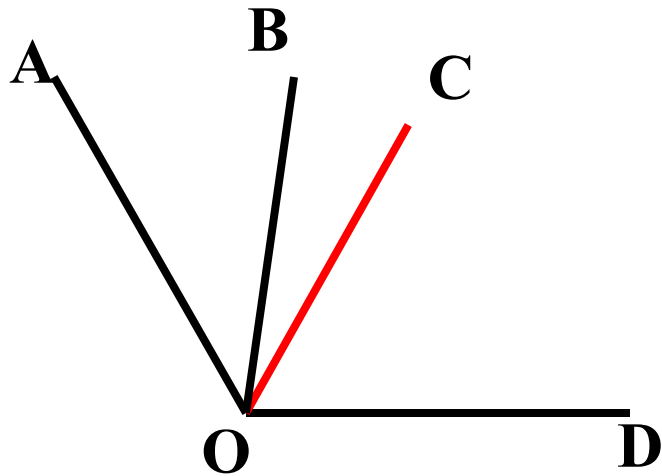


【解析】 $\angle AOD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$,

$$\angle AOE = \frac{1}{2} \angle AOD = 40^\circ .$$

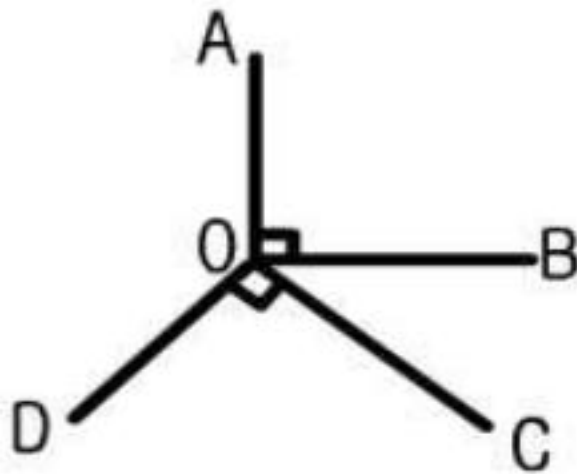
答案: 40°

4. 如图所示，OC平分 $\angle AOD$ ， $\angle BOD=2\angle AOB$. 若 $\angle AOD=114^\circ$ ，求 $\angle BOC$ 的度数.

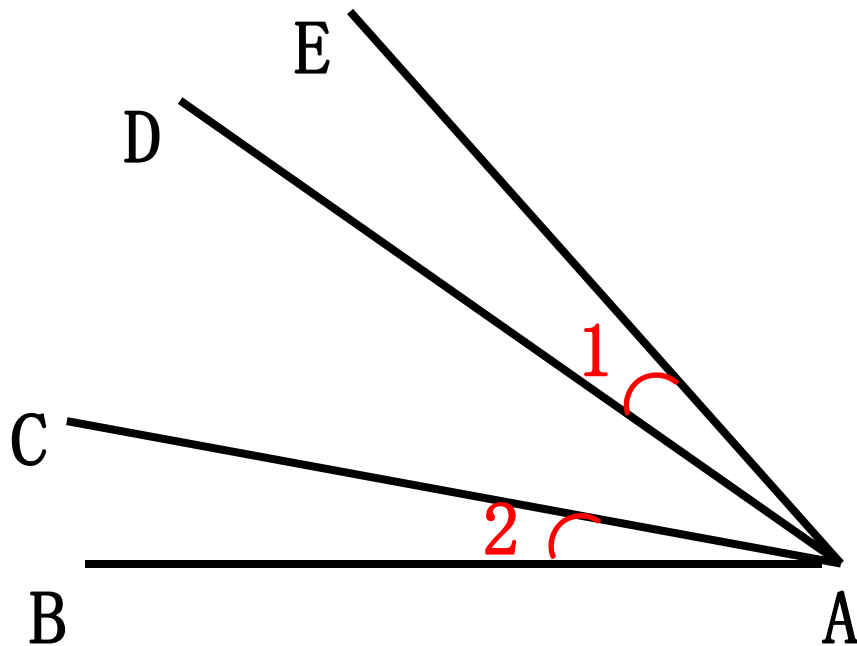


解：因为 $\angle AOD=\angle AOB+\angle BOD=114^\circ$
(角的和差关系)，
 $\angle BOD=2\angle AOB$ ，
所以 $\angle AOB=\frac{1}{3}\angle AOD=38^\circ$ ，
因为OC平分 $\angle AOD$ ，
所以 $\angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOD=57^\circ$
(角平分线的定义)，
所以 $\angle BOC=\angle AOC-\angle AOB$
 $=57^\circ-38^\circ$
 $=19^\circ$ (角的和差关系) .

5. 如图所示, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,
 $\angle AOD = 146^\circ$, $\angle BOC = \underline{34^\circ}$.



6. 图中 $\angle 1 = \angle 2$, 试判断 $\angle BAD$ 和 $\angle EAC$ 的大小, 并说明理由.



解: 因为 $\angle BAD = \angle 2 + \angle DAC$, $\angle EAC = \angle 1 + \angle DAC$,
所以 $\angle BAD = \angle EAC$.

课堂小结

通过本节课的学习，要求学生：

1. 会比较两个角的大小，会分析图中角的和差关系。
2. 会借助三角板拼出不同度数的角。
3. 认识角的平分线及角的等分线，会计算相关角度。



名言警句

时间是世界上一切成就的土壤. 时间给空想者痛苦, 给创造者幸福.