

11.2.2 三角形外角



学习目标

- 1. 掌握三角形的外角的定义及性质定理
- 2. 会用三角形外角性质推理三角形外角和等于 360° ；
- 3. 会用三角形的外角的性质求角的度数。

自学指导

认真阅读课本14-15页例4上面，要求：

1. 独立解决探究中三个问题；
2. 自己能完成性质的证明；

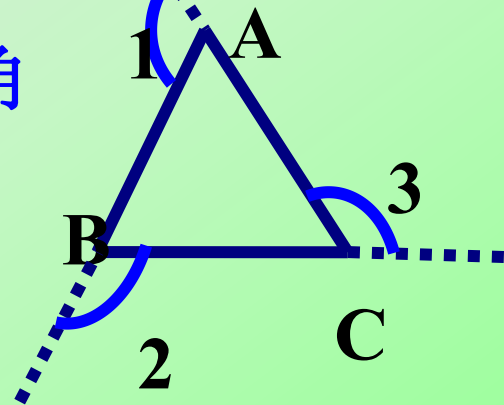
6分钟后检测自学情况！

一、三角形的外角

三角形的一边与另一边的延长线所组成的角，叫做三角形的外角。

- ①三角形的外角
- 1. 顶点是三角形的一个顶点
 - 2. 一条边是三角形的一条边
 - 3. 另一条边是三角形某一条边的延长线

②三角形的外角与它相邻的内角互为邻补角



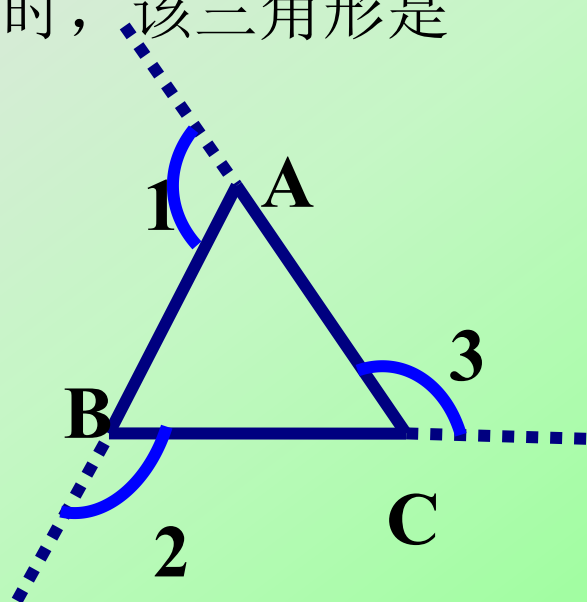
③三角形的每个顶点处有且只有两个外角，这两个角互为对顶角。

④一个三角形有6个外角。

⑤当三角形的一个外角等于与它相邻的内角时，该三角形是直角三角形；

当三角形的每个外角都大于与它相邻的内角时，该三角形是锐角三角形；

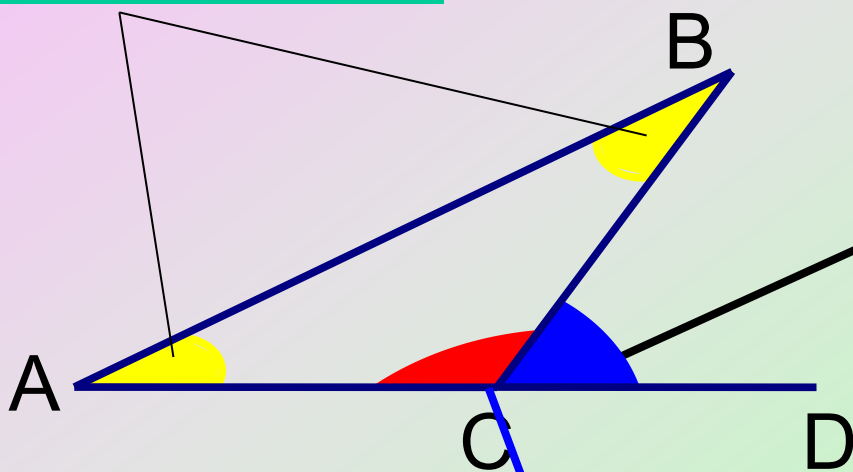
当三角形的一个外角小于与它相邻的内角时，该三角形是钝角三角形。



二、三角形内角和定理的推论

推论1：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和。

不相邻的内角



三角形的外角

相邻的内角

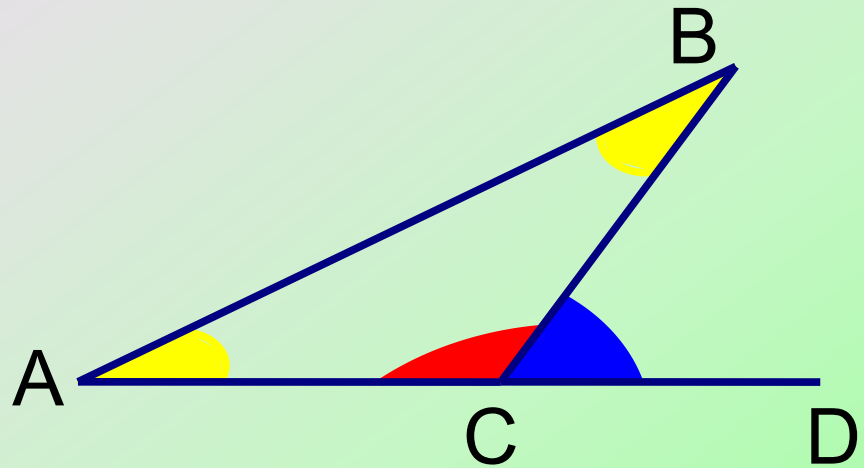
已知： $\angle BCD$ 是 $\triangle ABC$ 的一个外角

求证： $\angle BCD = \angle A + \angle B$

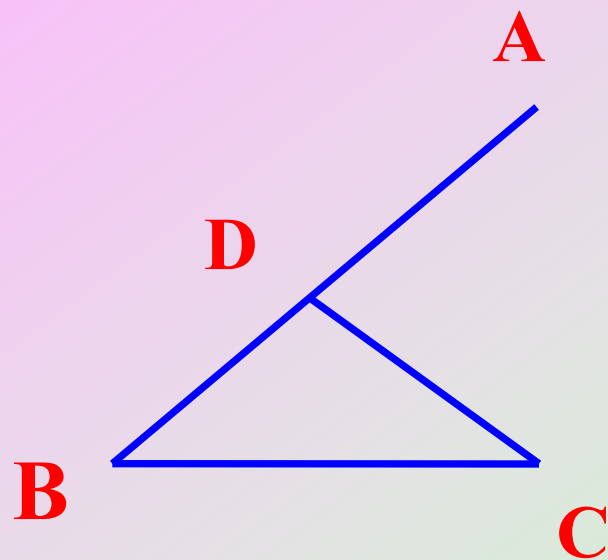
证明： $\because \angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$

$\angle ACB + \angle BCD = 180^\circ$

$\therefore \angle BCD = \angle A + \angle B$

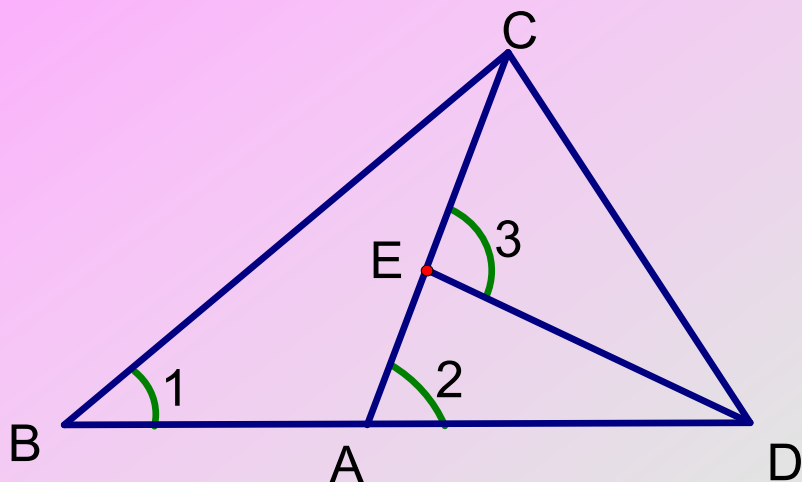


推论2：三角形的外角大于任何一个与它不相邻的内角。



$$\angle ADC > \angle B \quad \angle ADC > \angle C$$

1.判断 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的大小，并说明理由。



解： $\because \angle 3 = \angle 2 + \angle ADE$

$$\angle 2 = \angle 1 + \angle BCA$$

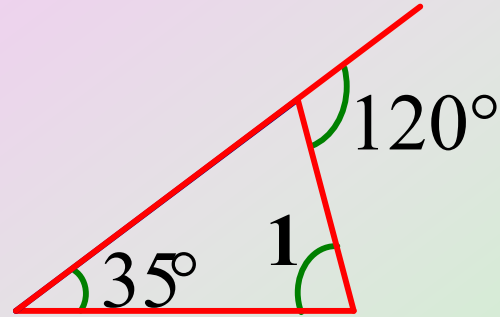
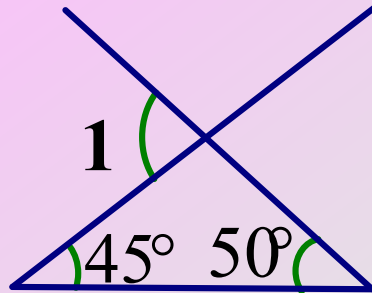
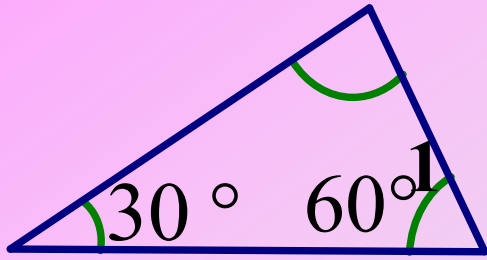
$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle BCA + \angle ADE$$

$$\therefore \angle 3 > \angle 1$$

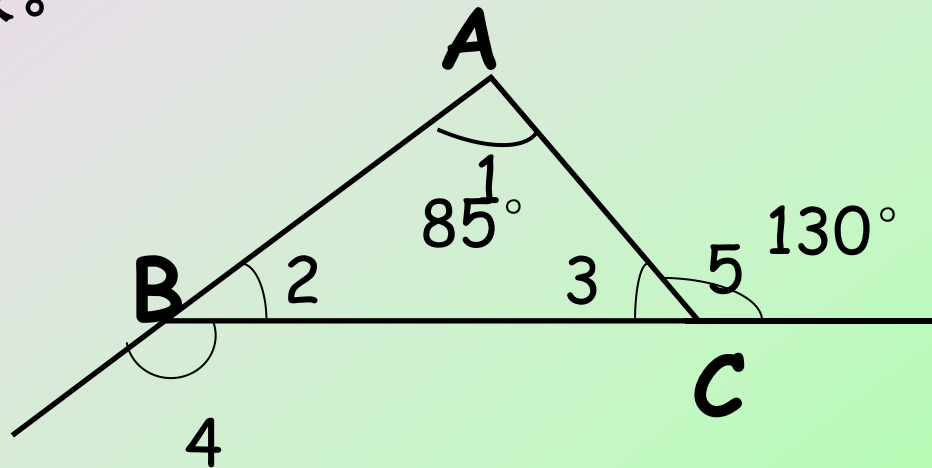


试试看：

1. 求下列图中 $\angle 1$ 的度数。



2. 如图， $\angle 1$ ， $\angle 2$ ， $\angle 3$ 是 $\triangle ABC$ 的三个内角， $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 是三角形的外角，已知 $\angle 1=85^\circ$ ， $\angle 5=130^\circ$ ，求 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 的度数。



三、三角形的外角和定理

在三角形的每一个顶点处各取一个外角，它们的和为 360°

证明：

$$\because \angle 1 + \angle 6 = 180^\circ$$

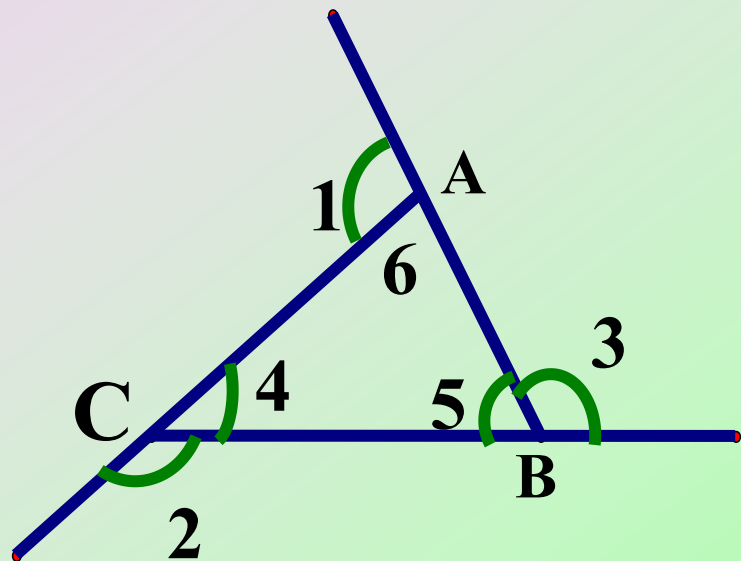
$$\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 540^\circ$$

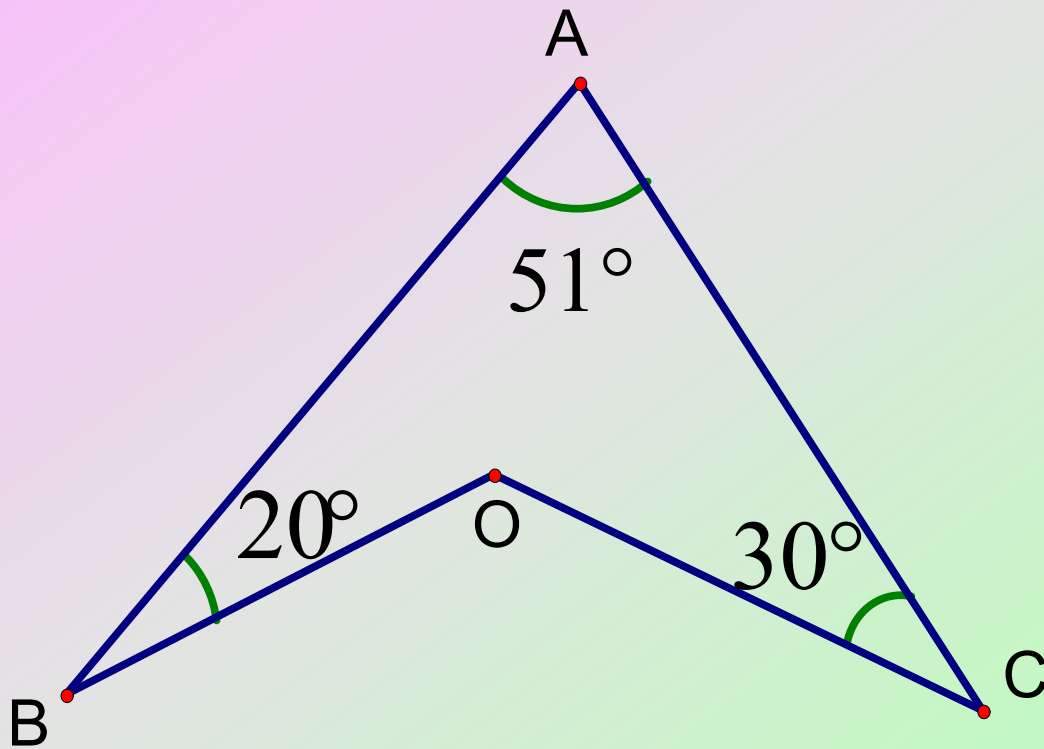
$$\text{又} \because \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$



让我们一起去发现

如图，计算 $\angle BOC$ 的度数





随堂练习



你认识外角吗?

◆已知:国旗上的正五角星形如图所示.

◆求: $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的度数.

分析:设法利用**外角**把这五个角“**凑**”到一个三角形中,运用三角形内角和性质来求解.

解: $\because \angle 1$ 是 $\triangle BDF$ 的一个外角,

$\therefore \angle 1 = \angle B + \angle D$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

又 $\because \angle 2$ 是 $\triangle EHC$ 的一个外角,

$\therefore \angle 2 = \angle C + \angle E$ (三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和).

又 $\because \angle A + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (三角形内角和等于 180°).

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 180^\circ$.

