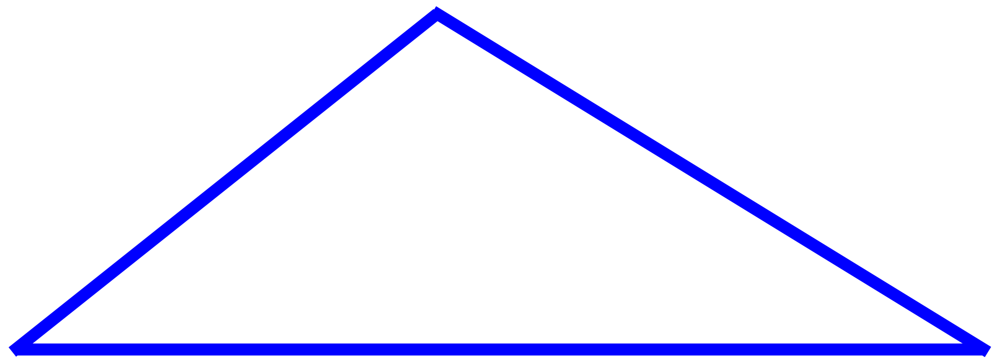
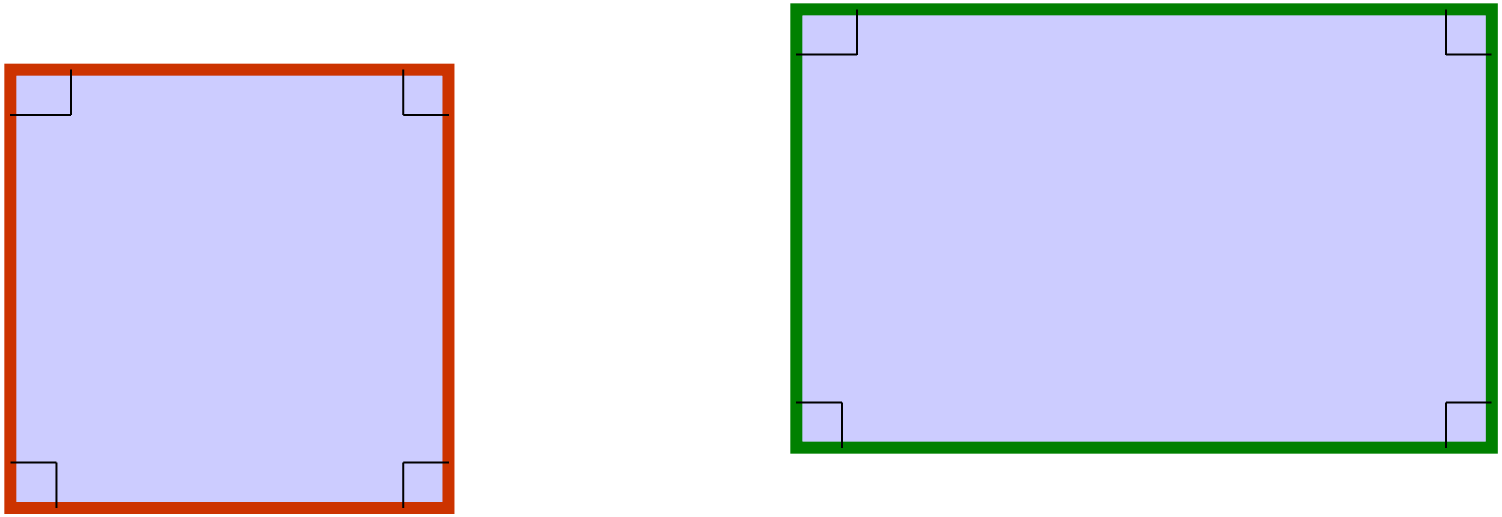
11.3.2多边形的内角和

复习回顾

- 1、多边形的定义。
- 2、相关概念：多边形的内角，多边形的对角线。
- 3、 4边形有几个内角？ 5边形有几个内角？ n边形有几个内角？



三角形的内角和等于180°



长方形，正方形的内角和都是360°

猜猜看：任意四边形的内角和等于多少？

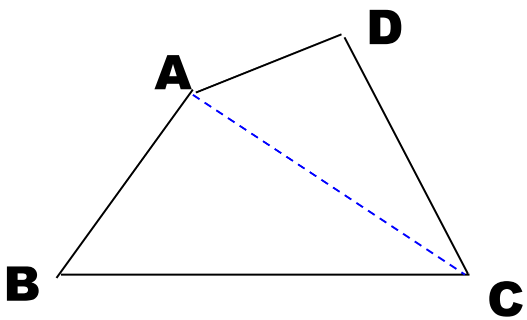
- 活动1：探索任意四边形的内角和等于多少度？

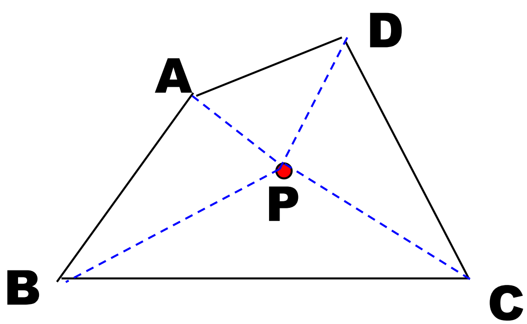
  你是怎样得到的？你能找到几种方法？

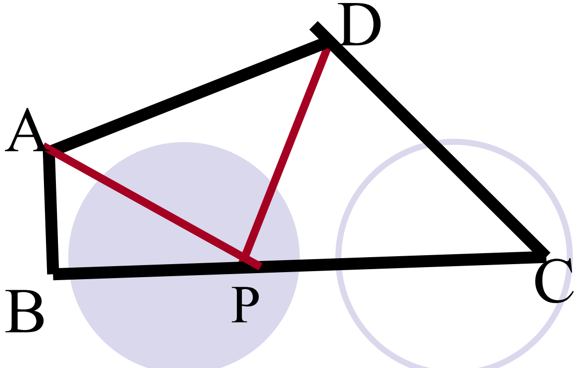
探 索

多边形的内角和

任意四边形的内角和又是多少度呢？你怎么得到呢？你能找到几种方法？







方法总结：

(1)可以用度量的方法，量出四个角的度数。

(2)将四个角撕下来拼在一起构成一个周角360°。

(3)可以从四边形的一个顶点出发，和其一个顶点连接，将四边形分成两个三角形。

(4)可以在四边形的内部找一个点与四个顶点连接，将四边形分成四个三角形。

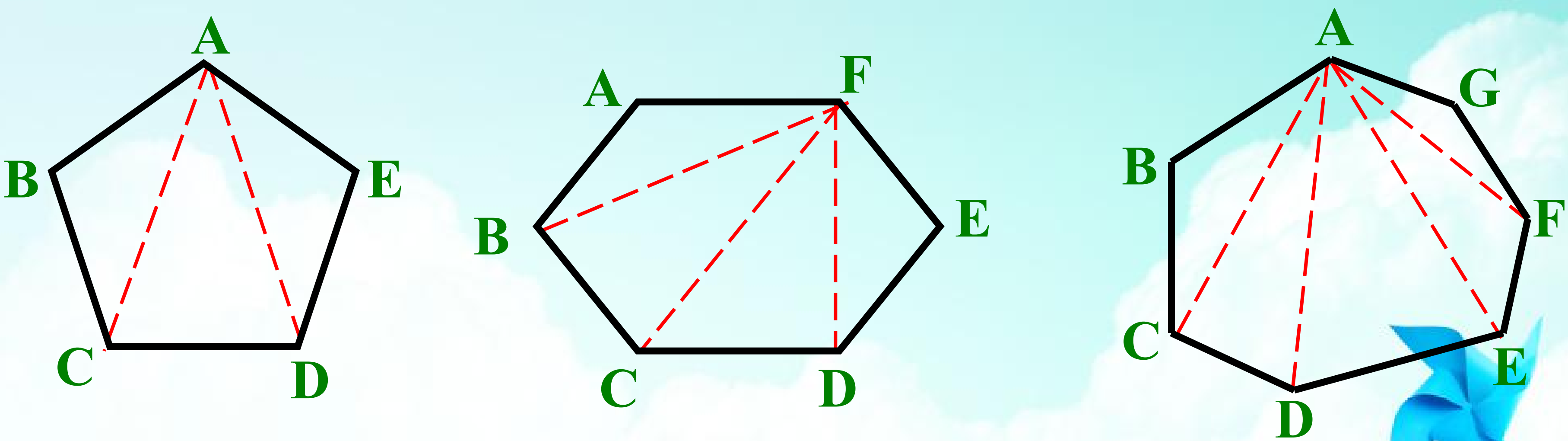
(5)可以在四边形的边上找一点与其他顶点连接，将四边形分成三个三角形。

像这样的方法还很多都能说明任意四边形的内角和为360°，大家考虑一下后面几种画线的方法有没有共同之处？

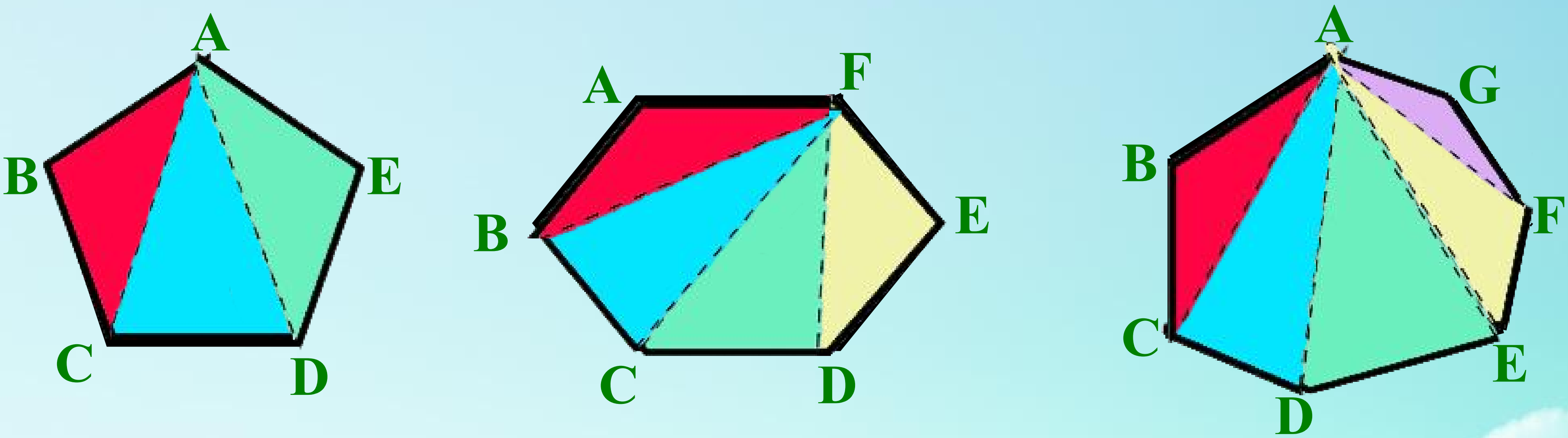
动手画一画

n-3

- 以下图中从一个顶点出发可以引出几条对角线？



你能不能利用三角形的认识，求出这几个多边形的内角和？请你完成下面的表格。



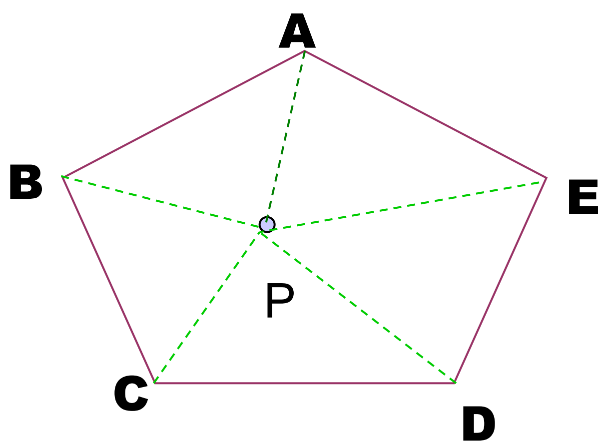
多边形的边数	3	4	5	6	7	···	n
分成的三角形的个数	1	2	3	4	5	···	n-2
多边形的内角和	180°	360 °	540 °	720 °	900 °	···	(n-2)×180 °

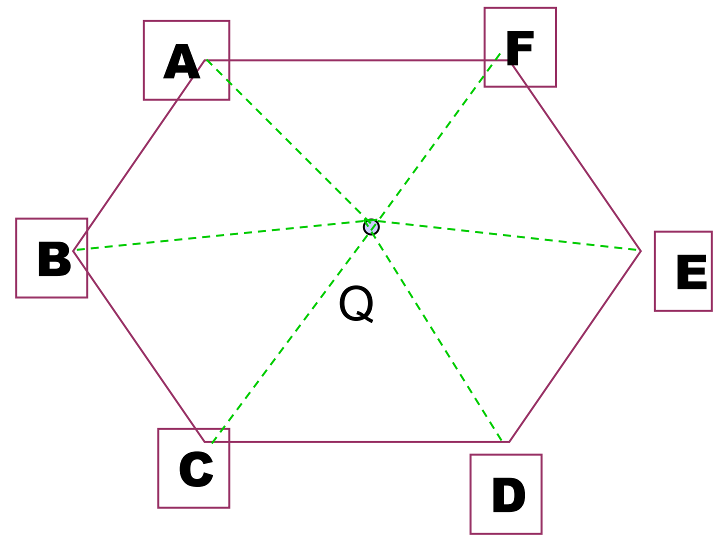
n边形每增加一条边, 内角和的度数就增加180°

多边形的内角和

再试一试

从多边形的内部取一点，与各顶点相连接这样你能得到多边形的内角和吗？试试看。





五边形有 5 个三角形，内角和是180° × 5 －360° =180° × (5 －2)。

六边形有 6 个三角形，内角和是180° × 6 －360° =180° × (6 －2)。

问题：n 边形有 n 个三角形，内角和是

180° × n －360° =180° × (n －2)。

我学习！我快乐！

根据以上的探讨，就得出了*多边形的内角和公式：*

n边形的内角和等于

$$(n-2)\cdot 180°$$

这里的字母n是指大于或等于３的正整数

小试身手

(1)八边形的内角和是 _____。

（8－2）×180^{o}=1080^{o}

(2)十边形的内角和是_____。

（10－2）×180^{o}=1440^{o}

(3)一个多边形的内角和是1800°，它是__________边形。

（n－2）×180^{o}=1800^{o} n=12

已知边数求多边形内角和

1、12边形的内角和等于 **1800°**

（12-2）×180° =1800°

已知多边形内角和求边数

2、如果一个多边形的内角和等于1440°，那么这是 **十** 边形

(n-2)×180° =1440°

n=10

提示

练习1：你能说出七边形的内角和吗？
十边形呢？

N边形内角和 $=180^\circ\times(n-2)$

解：七边形内角和：

$180^\circ\times(7-2)=900^\circ$

十边形内角和：

$180^\circ\times(10-2)$
$=1440^\circ$

练习2: 一个多边形的内角和等于1260°，它是几边形？

解1：1260°÷180°+

N=N边形内角和÷180°+2

=7+2

=9

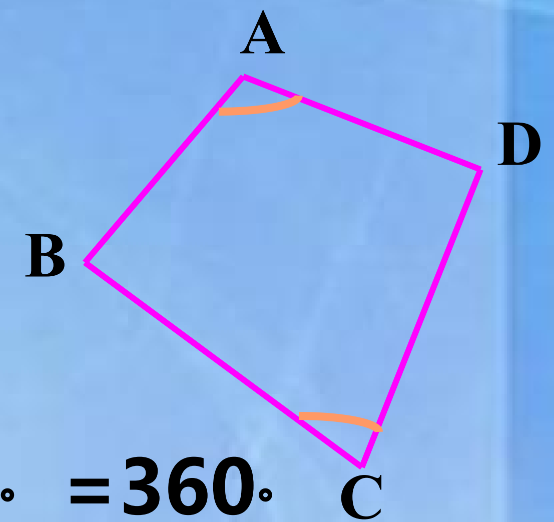
解2：设这个多边形是n边形，依题意得，

$180° \times (n-2) = 1260°$

解得：n=9

答：这个多边形是九边形。

例题：如果一个四边形的一组对角互补，　　那么另一组对角有什么关系？



解：如图所示，四边形ABCD中，

$\angle A+\angle C=180^\circ$

因为

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=(4-2)\times 180^\circ=360^\circ$

所以

$\angle B+\angle D=360^\circ-(\angle A+\angle C)$

$=360^\circ-180^\circ$

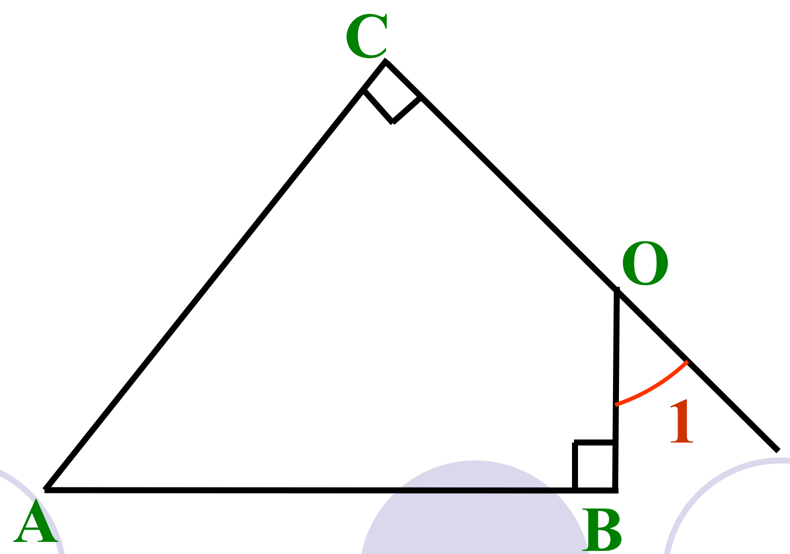
$=180^\circ$

这就是说，如果四边形的一组对角互补，那么另一组对角也互补。

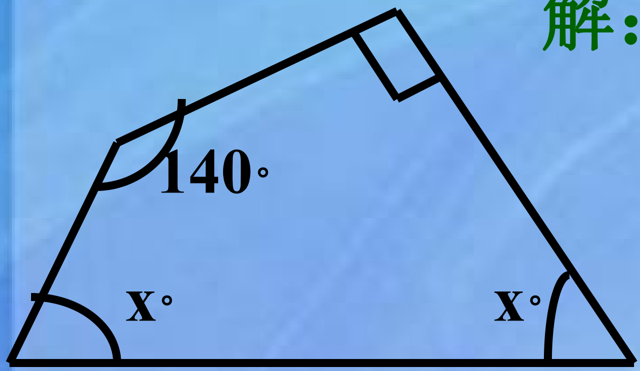
例题变式

变式：如图，OB⊥AB，垂足为B，OC⊥AC，垂足为C,试判断∠A与∠1有什么关系？

相等



练习3：求下列图中x的值。

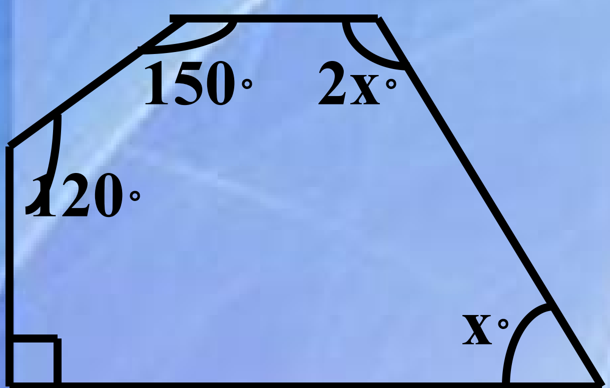


解：$140^\circ+90^\circ+x^\circ+x^\circ=180^\circ\times(4-2)$

$230^\circ+2x^\circ=360^\circ$

$2x^\circ=130^\circ$

$x^\circ=65^\circ$



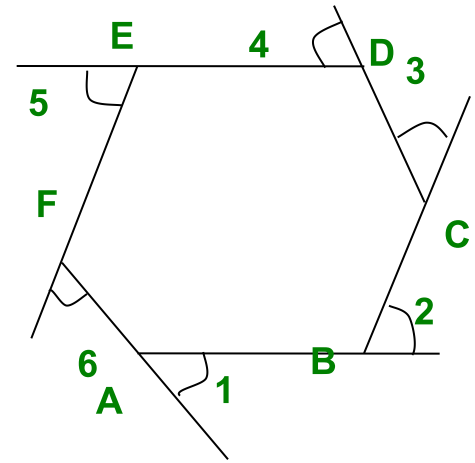
解：$120^\circ+150^\circ+90^\circ+x^\circ+2x^\circ=180^\circ\times(5-2)$

$360^\circ+3x^\circ=540^\circ$

$3x^\circ=180^\circ$

$x^\circ=60^\circ$

例2 如图，在六边形的每个顶点处各取一个外角，这些外角的和叫做六边形的外角和，六边形的外角和等于多少？



分析：考虑一下问题：

（1）任何一个外角同与它相邻的内角有什么关系

（2）六边形的6个外角加上与它们相邻的内角，所得总和是多少？

（3）上述总和与六边形的内角和，外角和有什么关系？

练习这些问题，考虑外角和的求法.

解：六边形的任何一个外角加上它相邻的内角都等于180°。因此六边形的6个外角加上与它们相邻的内角，所得总和等于6×180°

这个总和就是六边形的外角和加上内角和，所以外角和等于综合减去内角和，即外角和等于

6×180°-（6-2×180°=2×180°=360°

巩固提高

一个正多边形的每一个内角都等于135°，则这个多边形是几边形？

解：设这个多边形是n边形，由题意得

$$(n-2)\times 180^{\circ}=n\times 135^{\circ}$$

解得：n=8

答：这个多边形是八边形。

议一议

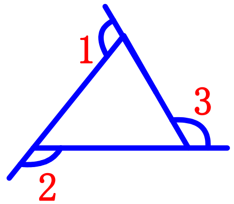
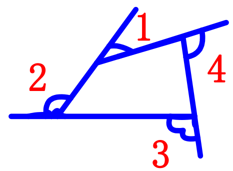
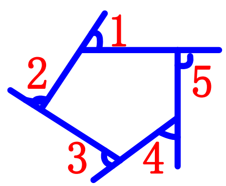
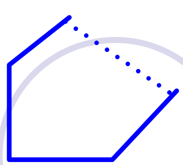
清晨，小明沿一个五边形广场周围的小路按逆时针方向跑步。

(1)小明每从一条小路转到下一条小路时，身体转过的角是哪个角？

(2)猜想他每跑完一圈，身体转过的角度之和是多少？

合作学习:

(探索任意多边形的外角和)

多边形	图形	多边形的外角和
三角形		$3\times180^\circ-(3-2)\times180^\circ=360^\circ$
四边形		$4\times180^\circ-(4-2)\times180^\circ=360^\circ$
五边形		$5\times180^\circ-(5-2)\times180^\circ=360^\circ$
…	…	……
n边形		$n\times180^\circ-(n-2)\times180^\circ=360^\circ$

闯关一：基础过关

1、快速抢答，熟悉公式

(1)、8边形的内角和是<u>1080°</u>。（10分）

(2)、一个多边形的内角和是1440°它是<u>10</u>边形。（10分）

(3)、正五边形的每一个外角等于<u>72°</u>.每一个内角等于<u>108</u>°（10分）

(4)、如果一个多边形的每一个外角等于30°,则这个多边形的边数是<u>12</u>（10分）

闯关二：能力提升

2、在四边形ABCD中，∠A=120度，∠B：∠C：∠D = 3：4：5，求∠B=__60°__，∠C =__80°__，∠D =__100°__。（20分）

3、如果一个四边形的一组对角互补，那么另一组对角的关系是__互补__。（20分）

4、正n边形的每一个外角等于__$\frac{360°}{n}$__.每一个内角等于__$\frac{(n-2)\times180°}{n}$__，

5、一个多边形的各内角都等于120°，它是__6__边形。（20分）

梯田文化
TITIAN CULTURE

闯关三：综合应用

4、 一个多边形当边数增加1时，它的内角和增加___180___度 （30分）

解： 设多边形的边数为n，

因为它的内角和等于 $(n-2)\cdot180°$ ，

当边数增加1时，内角和为$(n+1-2)\cdot180°$ ，

$\therefore (n+1-2)\cdot180° - (n-2)\cdot180°$

$=n\cdot180° -180° - n\cdot180° +360°$

$= 180°$

$\therefore$内角和增加180°

闯关四：综合应用

4、 一个多边形除一个内角外其余各内角和1999°,求这个多边形的变数 （50分）

最后一关：我的学习收获

- **1.n边形的内角和: (n-2)×180°**
- **2.**多边形的外角和是 360°
- **3.数学思想方法：转化与化归**

- 多边形 $\xrightarrow{\text{对角线}}$ 三角形