

# 12.3.2 角平分线的判定



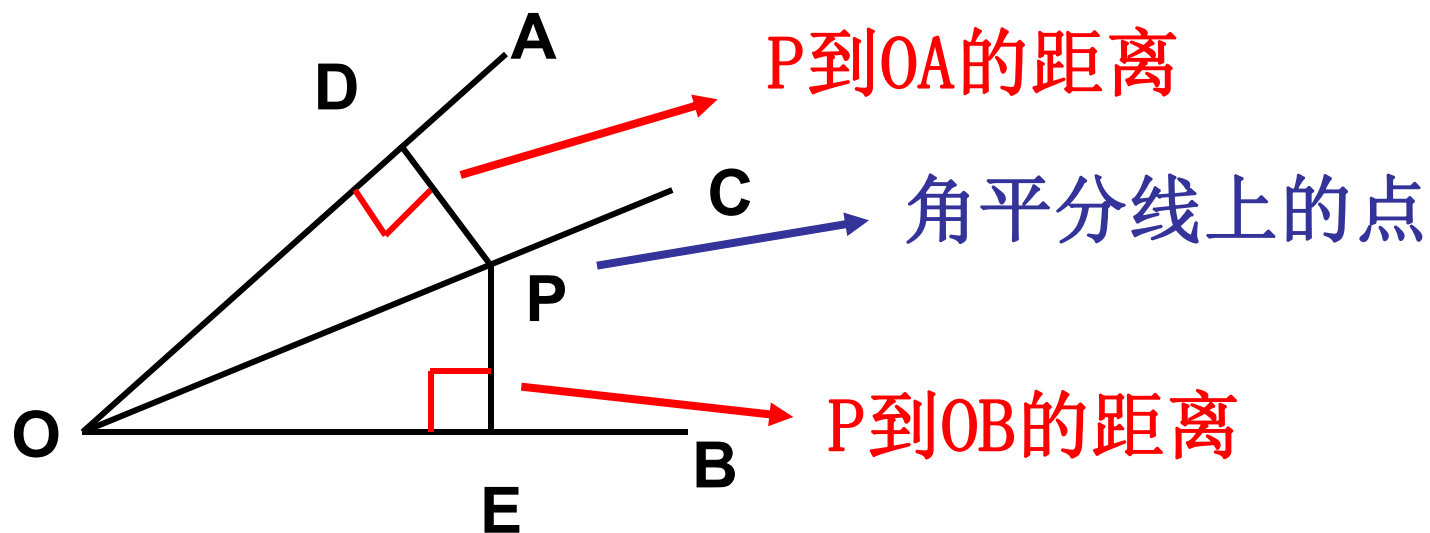
# 知识回顾

角平分线的性质：

角的平分线上的点到角的两边的距离相等。

几何语言描述： $\because$  OC平分 $\angle AOB$ ，  
且 $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$

$\therefore PD = PE$       **不必再证全等**



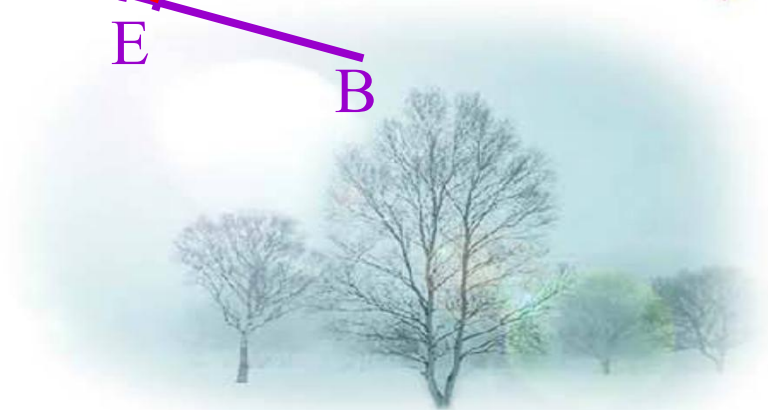
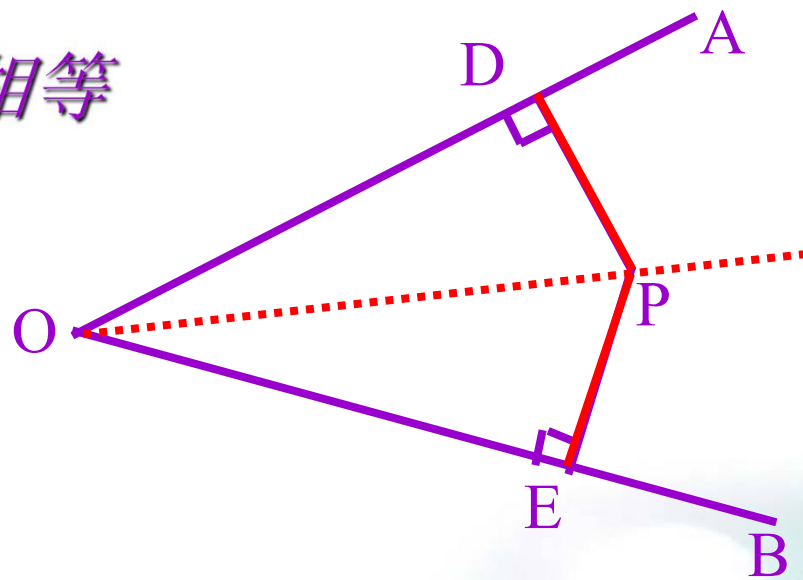
# 议一议

如图，由  $PD \perp OA$  于点  $D$ ， $PE \perp OB$

于点  $E$ ， $PD=PE$ ，可以得到什么结论？

角平分线的判定：

角的内部到角两边的距离相等  
的点在角的平分线上。

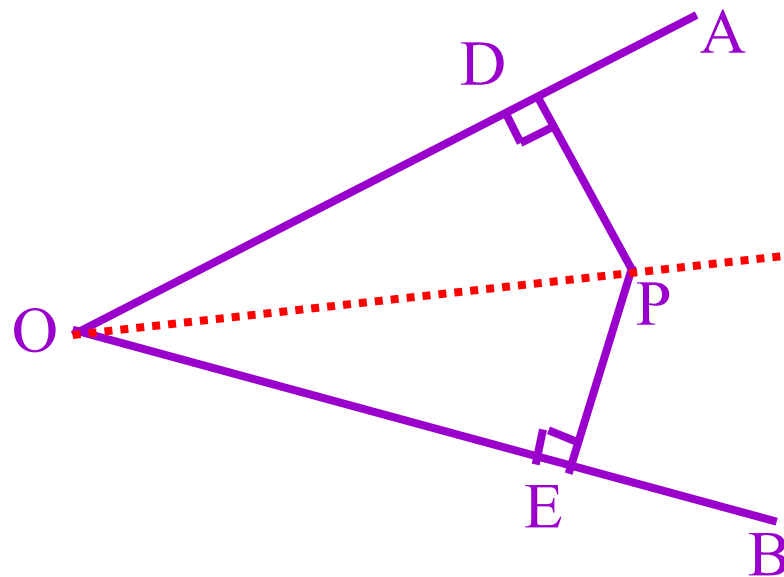


## 角平分线的判定的几何语言：

∵  $PD \perp OA$   $PE \perp OB$   $PD=PE$

∴  $OP$  是  $\angle AOB$  的平分线

(角的内部到角两边的距离相等的点在角的平分线上。)



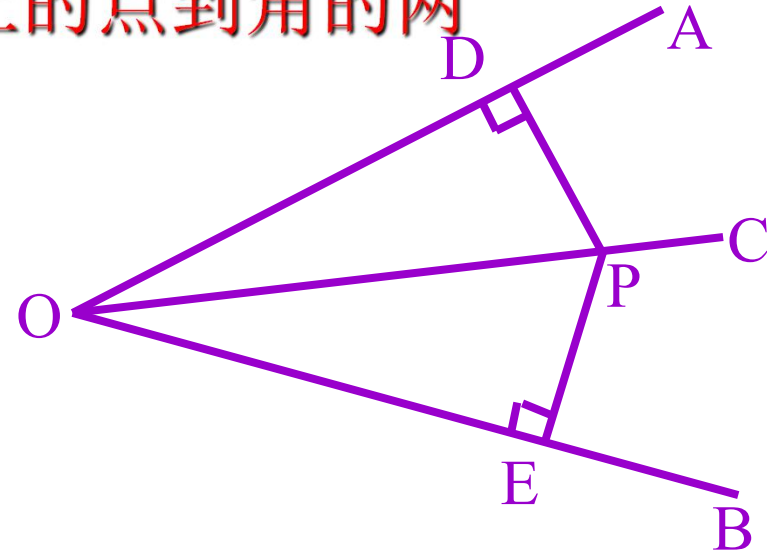
角平分线的性质：角平分线上的点到角的两边的距离相等。

∵  $OP$  是  $\angle AOB$  的平分线

$PD \perp OA$     $PE \perp OB$

∴  $PD = PE$

用途：证线段相等



角平分线的判定：角的内部到角两边的距离相等的点在角的平分线上。

∵  $PD \perp OA$     $PE \perp OB$

$PD = PE$

∴  $OP$  是  $\angle AOB$  的平分线

用途：判定一条射线是角平分线



## 练一练

填空：

(1).  $\because \angle 1 = \angle 2, DC \perp AC, DE \perp AB$

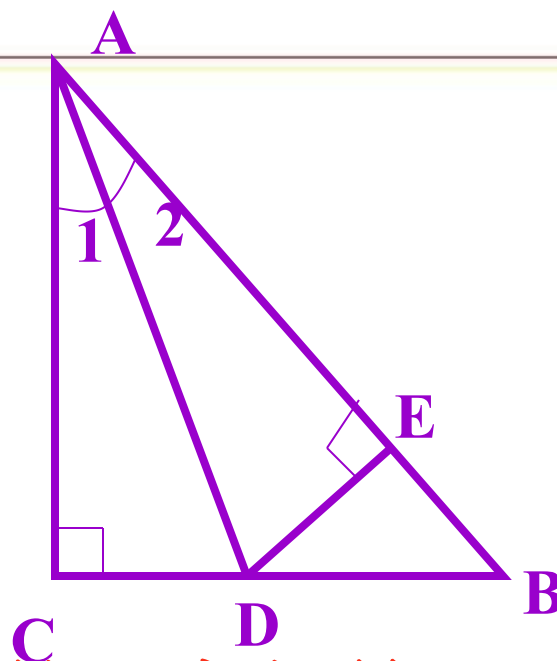
$\therefore$  DC=DE

( 在角平分线上的点到角的两边的距离相等 )

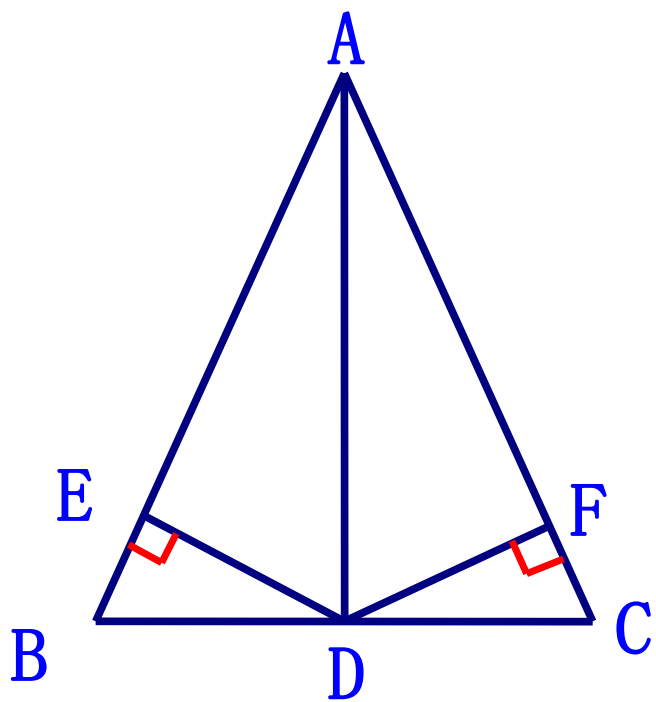
(1).  $\because DC \perp AC, DE \perp AB, DC = DE$

$\therefore$   $\angle 1 = \angle 2$

( 到一个角的两边的距离相等的点，在这个角平分线上。 )



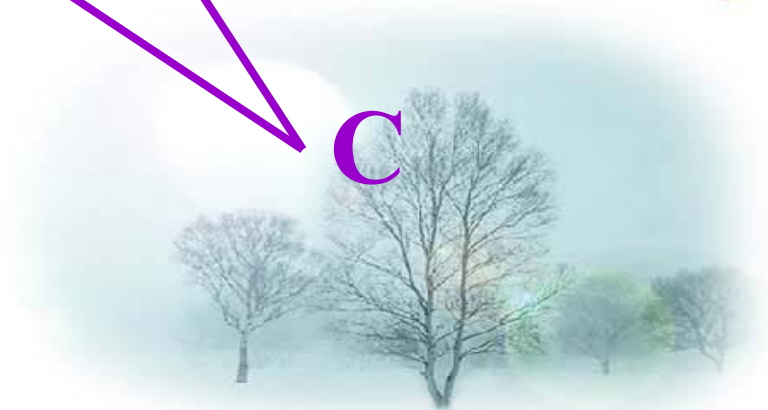
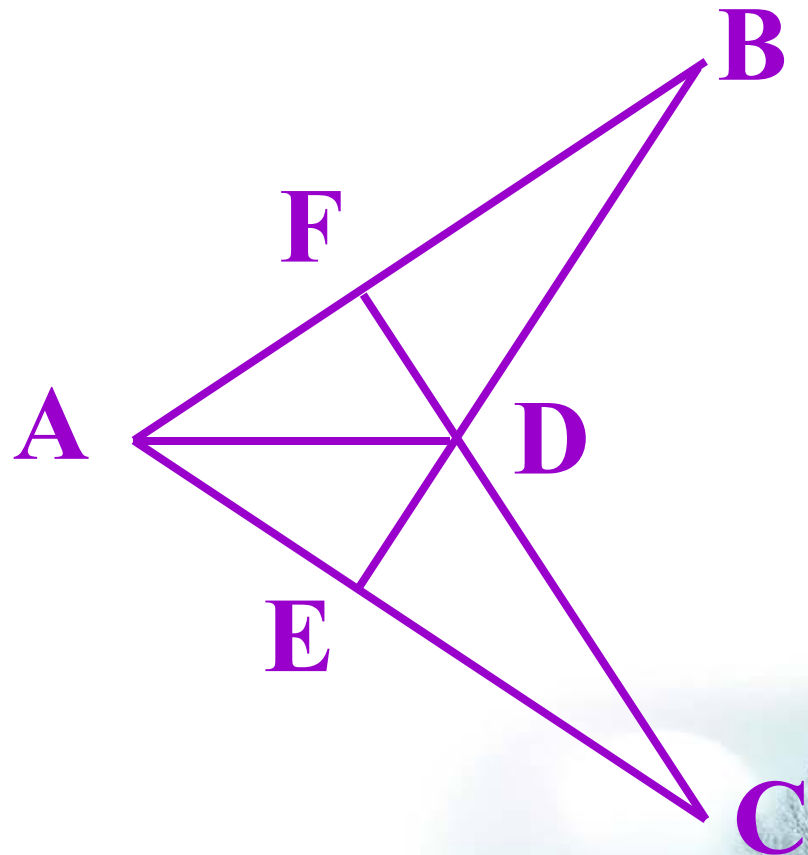
例1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D是BC的中点， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别是E、F，且 $BE = CF$ 。求证：AD是 $\triangle ABC$ 的角平分线。



## 课堂练习

1. 已知：如图， $BE \perp AC$ 于E， $CF \perp AB$ 于F，BE、CF相交于D， $BD=CD$ 。

求证：AD平分 $\angle BAC$ 。

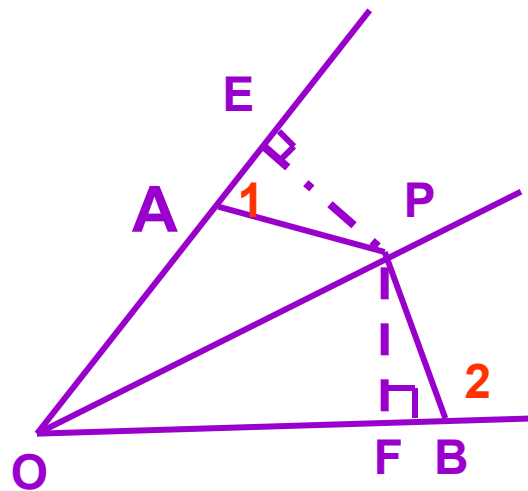




# 课堂练习

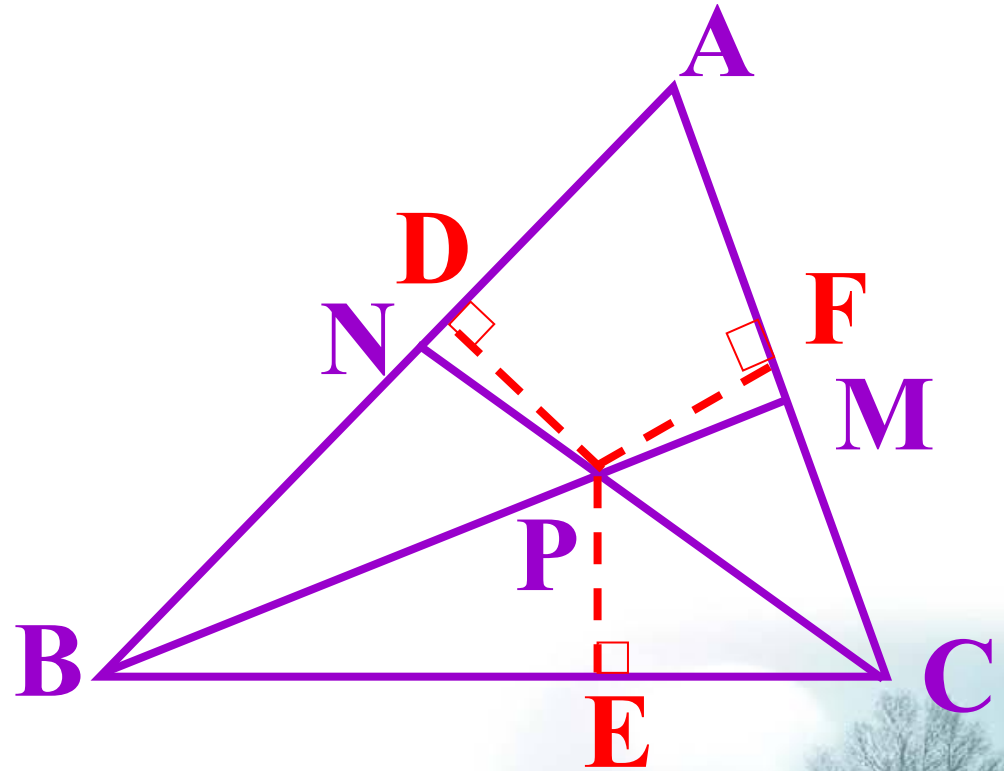
2. 已知  $PA=PB$ ,  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ,

求证:  $OP$  平分  $\angle AOB$



## 课堂练习

3. 如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 $BM$ 、 $CN$ 相交于点 $P$ 。  
求证：点 $P$ 也在 $\angle A$ 的平分线上。





# 小结:

1: 画一个已知角的角平分线;

及画一条已知直线的垂线;

2: 角平分线的性质:

角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

3: 角平分线的判定结论:

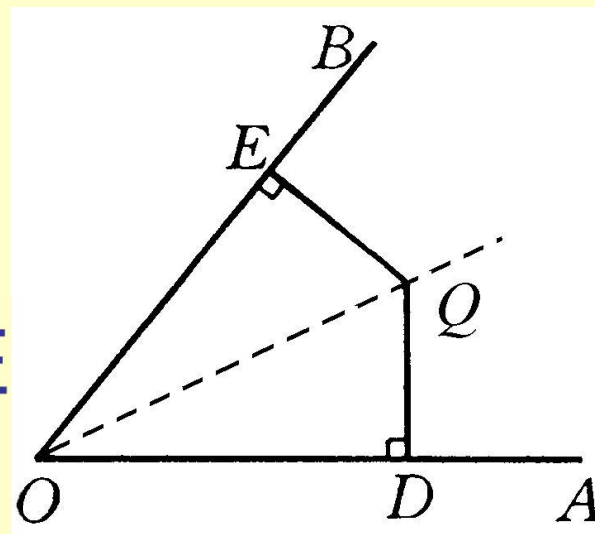
到角的两边的距离相等的点在角平分线上。



**判定：到角的两边的距离相等的点在角的平分线上。**

用数学语言表示为：

- $\because QD \perp OA, QE \perp OB, QD = QE$
- $\therefore$  点Q在 $\angle AOB$ 的平分线上.



**性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等.**

用数学语言表示为：

- $\because QD \perp OA, QE \perp OB, \text{点}Q \text{在} \angle AOB \text{的平分线上}$
- $\therefore QD = QE$

# 角平分线 的判定

角的内部到角两边的距离相等的点在角的平分线上。

已知：如图， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，  
垂足分别是  $D$ 、 $E$ ， $PD=PE$ ，

求证：点  $P$  在  $\angle AOB$  的角平分线上。

证明：作射线  $OP$

$\because PD \perp OA \quad PE \perp OB$

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$

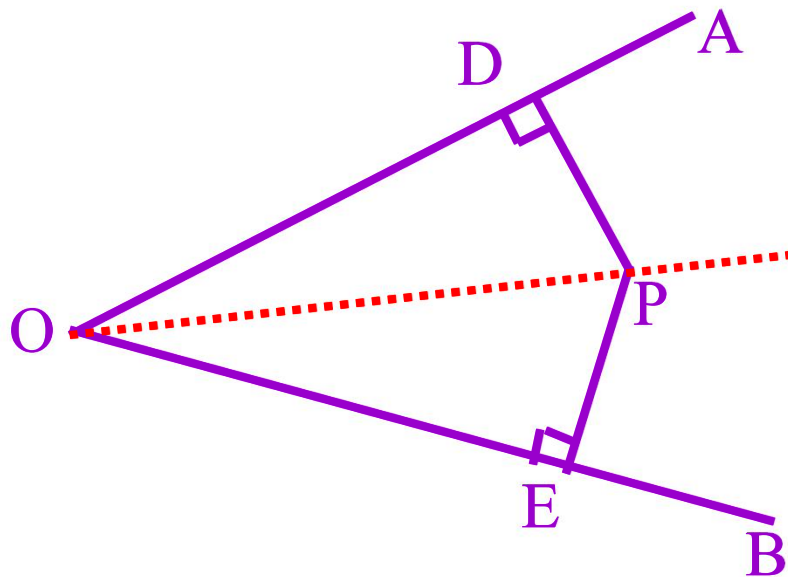
在  $Rt\triangle PDO$  和  $Rt\triangle PEO$  中，

$$\begin{cases} OP = OP \text{ (公共边)} \\ PD = PE \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle PDO \cong Rt\triangle PEO$  (HL)

$\therefore \angle AOP = \angle BOP$  (全等三角形的对应角相等)

$\therefore$  点  $P$  在  $\angle AOB$  角的平分线上



3. 如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 $BM$ 、 $CN$ 相交于点 $P$ 。  
求证：点 $P$ 也在 $\angle A$ 的平分线上。

证明：过点 $P$ 作 $PD \perp AB$ 于 $D$ ， $PE \perp BC$ 于 $E$ ，  
 $PF \perp AC$ 于 $F$

- 证明：过点 $P$ 作 $PD$ 、 $PE$ 、 $PF$ 分别垂直于 $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ ，垂足为 $D$ 、 $E$ 、 $F$
- $\because BM$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 $P$ 在 $BM$ 上（已知）
- $\therefore PD=PE$
- （在角平分线上的点到角的两边的距离相等）
- 同理  $PE=PF$ .
- $\therefore PD=PE=PF$ .
- 即点 $P$ 到边
- $AB$ 、 $BC$ 、 $CA$ 的距离相等

