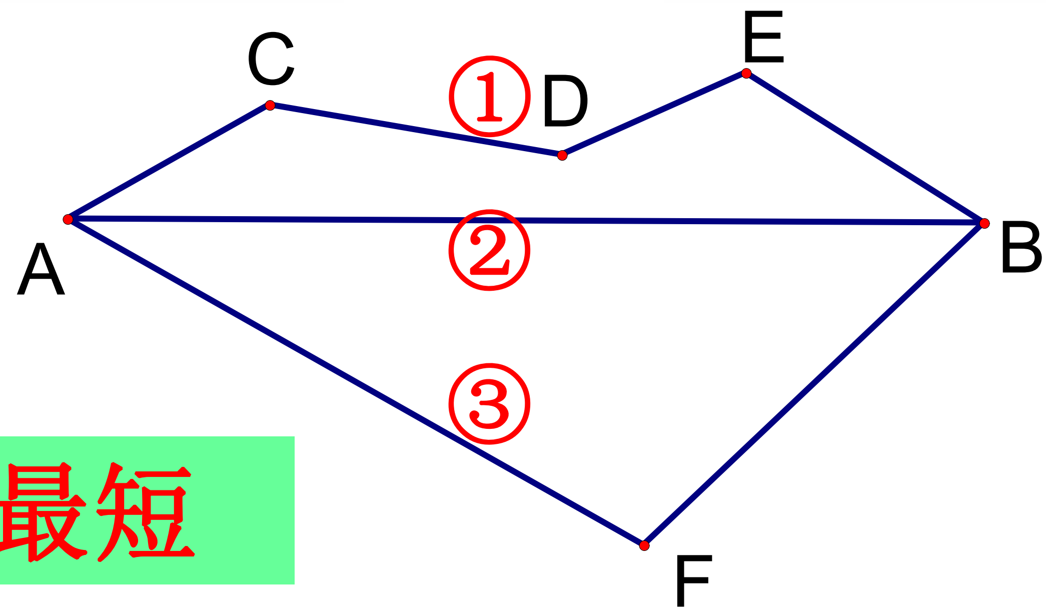
第十三章 轴对称

- 13.4 课题学习 最短路径问题

如图所示，从A地到B地有三条路可供选择，你会选走哪条路最近？你的理由是什么？

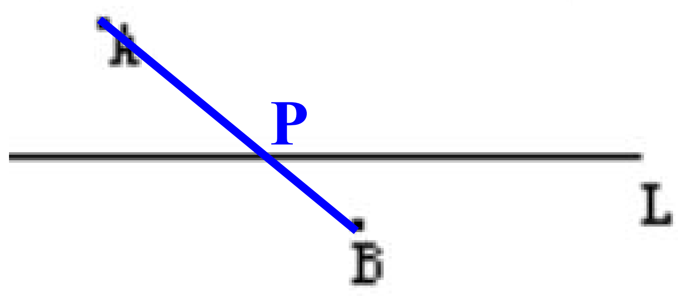


两点之间,线段最短

（Ⅰ）两点在一条直线异侧

已知：如图，A，B在直线L的两侧，在L上求一点P，使得PA+PB最小。

连接AB,线段AB与直线L的交点P ，就是所求。



思考？？？

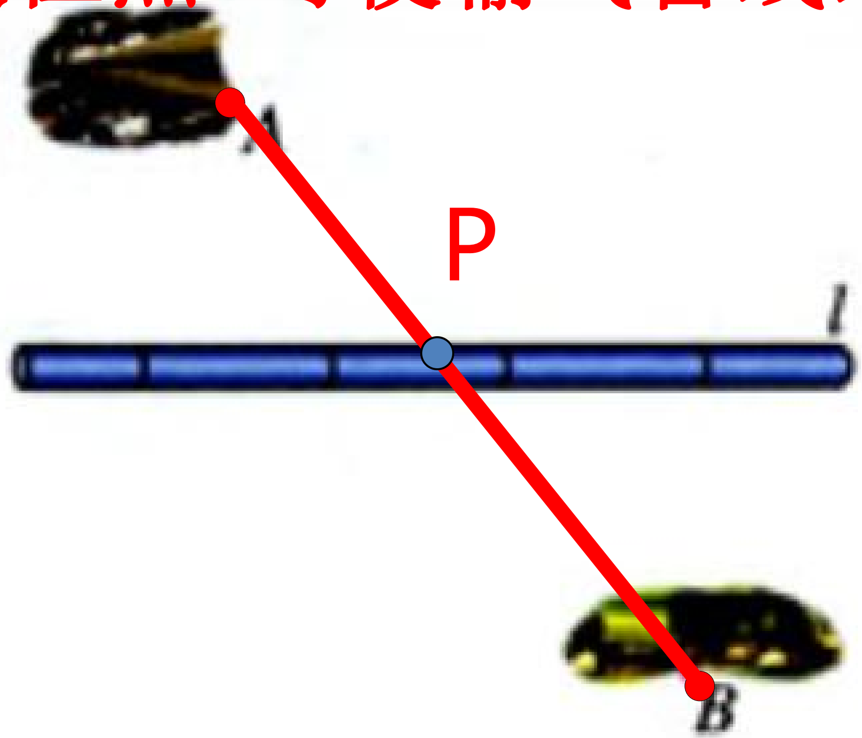
为什么这样做就能得到最短距离呢？

根据：两点之间线段最短.

如图，要在燃气管道L上修建一个泵站，分别向A、B两镇供气，泵站修在管道的什么地方，可使所用的输气管线最短？

所以泵站建在点P可使输气管线最短

应用



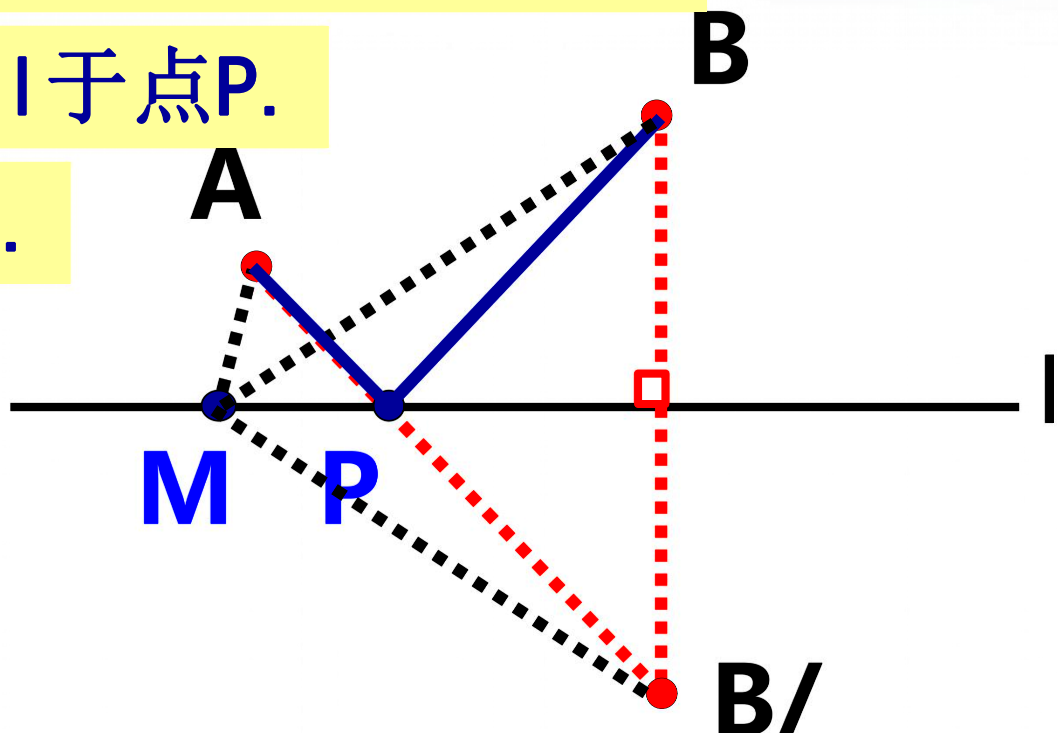
（Ⅱ） 两点在一条直线同侧

已知：如图,A、B在直线L的同一侧，在L上求一点，使得PA+PB最小.

作法：① 作点B关于直线l的对称点B/.

② 连接AB/,交直线l于点P.

点P的位置即为所求.



为什么这样做就能得到最短距离呢？

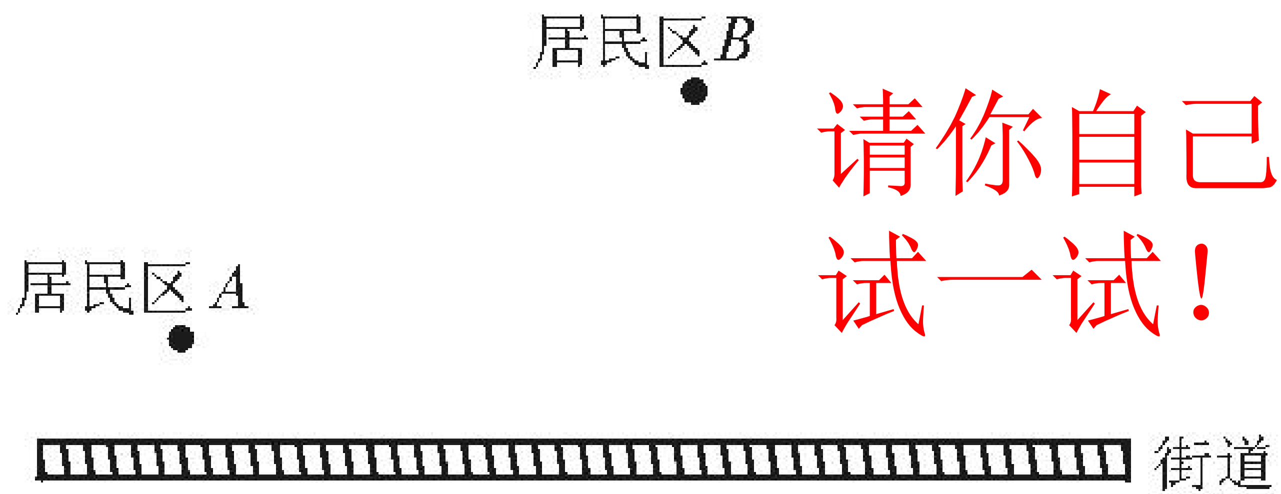
MA + MB′>PA+PB ′

即MA + MB′>PA+PB

三角形任意两边之和大于第三边

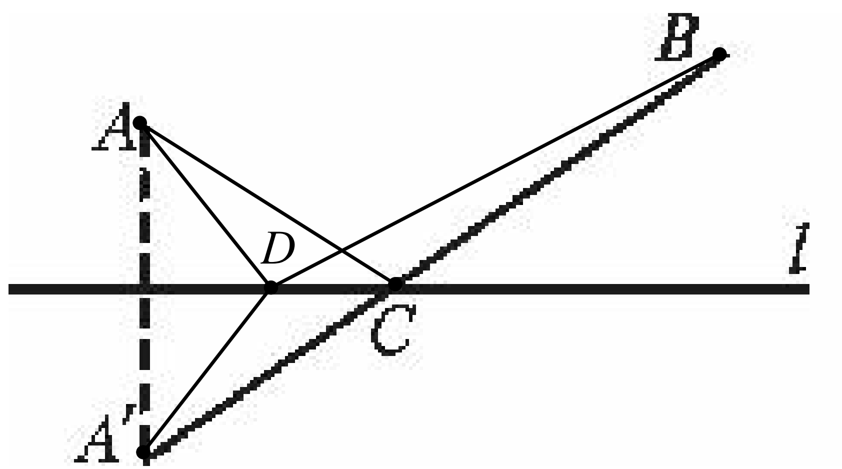
练习

问题：如图所示，要在街道旁修建一个奶站，向居民区*A*、*B*提供牛奶，奶站应建在什么地方，才能使从*A*、*B*到它的距离之和最短.



请你自己动手试一试！

- 只有***A***、***C***、***B***在一直线上时，才能使***AC***+***BC***最小．作点***A***关于直线“街道”的对称点***A***′，然后连接***A***′***B***，交“街道”于点***C***，则点***C***就是所求的点．



2．如图，A、B是两个蓄水池，都在河流a的同侧，为了方便灌溉作物， 要在河边建一个抽水站，将河水送到A、B两地，问该站建在河边什么地方， 可使所修的渠道最短，试在图中确定该点。

作法：作点B关于直线 a 的对称点点C，连接AC交直线a于点D，则点D为建抽水站的位置。

证明：在直线 a 上另外任取一点E，连接AE. CE. BE. BD，

∵点B. C关于直线 a 对称，点D. E在直线 a上，∴DB=DC，EB=EC，

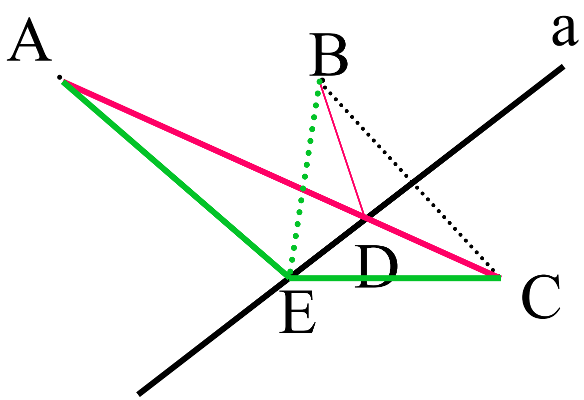
∴AD+DB=AD+DC=AC，

AE+EB=AE+EC

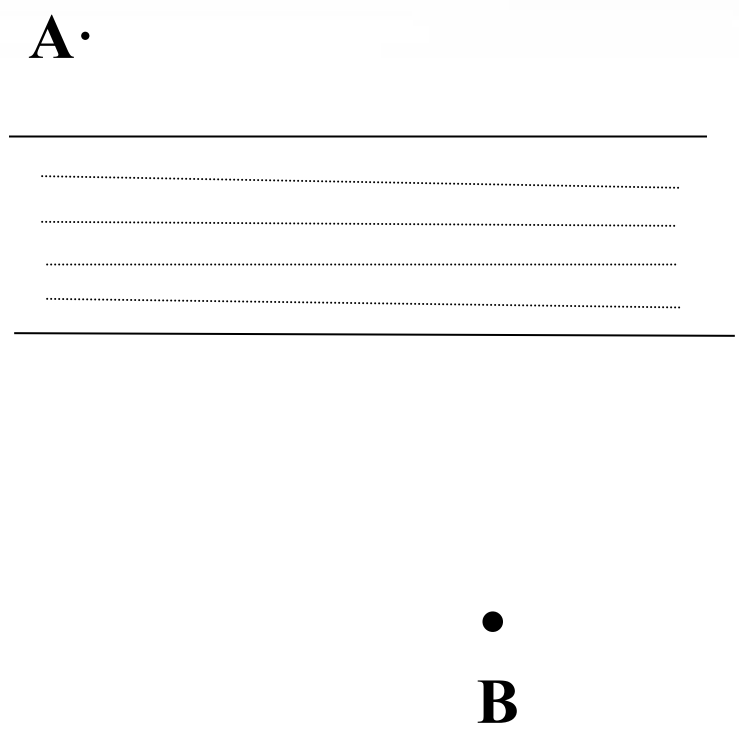
在△ACE中，AE+EC＞AC，

即 AE+EC＞AD+DB

所以抽水站应建在河边的点D处，



1. 如图，A.B两地在一条河的两岸，现要在河上建一座桥MN，桥造在何处才能使从A到B的路径AMNB最短？（假设河的两岸是平行的直线，桥要与河垂直）



作法：1.将点B沿垂直与河岸的方向平移一个河宽到E，

2.连接AE交河对岸与点M,

则点M为建桥的位置，MN为所建的桥。

证明：由平移的性质，得 BN∥EM 且BN=EM，MN=CD，BD∥CE，BD=CE,

所以A.B两地的距:AM+MN+BN=AM+MN+EM=AE+MN,

若桥的位置建在CD处，连接AC.CD.DB.CE,

则AB两地的距离为：

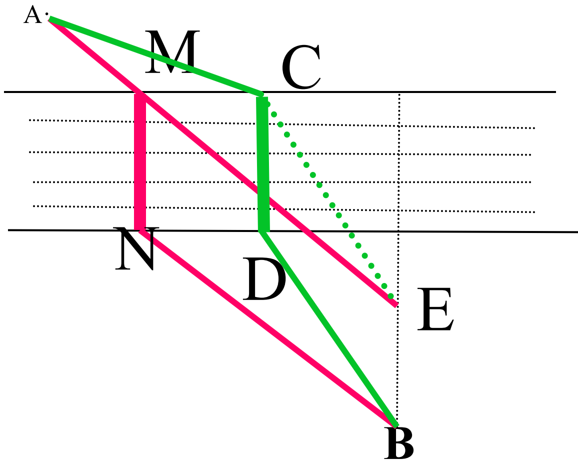
AC+CD+DB=AC+CD+CE=AC+CE+MN,

在△ACE中，∵AC+CE＞AE,

∴AC+CE+MN＞AE+MN,

即AC+CD+DB ＞AM+MN+BN

所以桥的位置建在CD处，AB两地的路程最短。



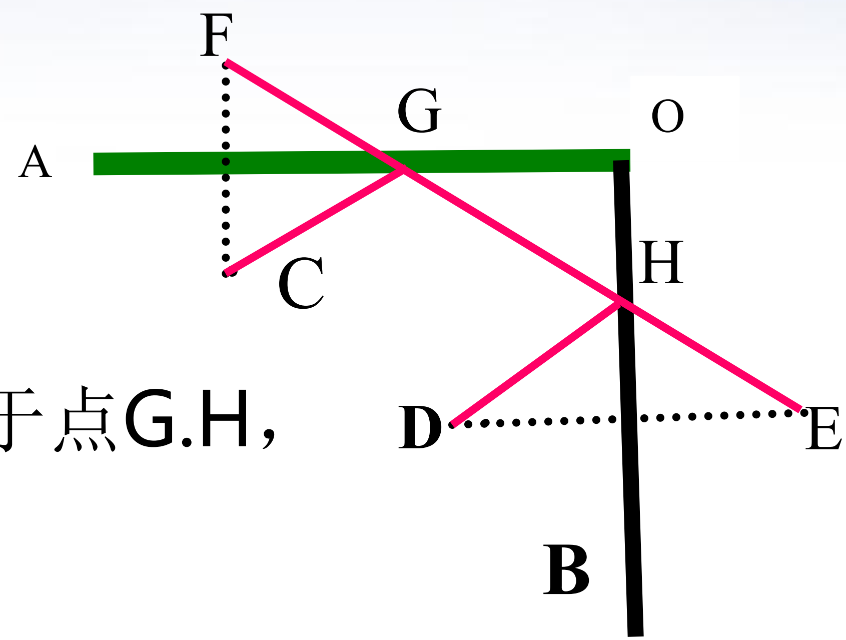
- 4. 如图：C为马厩，D为帐篷，牧马人某一天要从马厩牵出马，先到草地边某一处牧马，再到河边饮马，然后回到帐篷，请你帮他确定这一天的最短路线。

作法：1.作点C关于直线 OA 的 对称点点F,

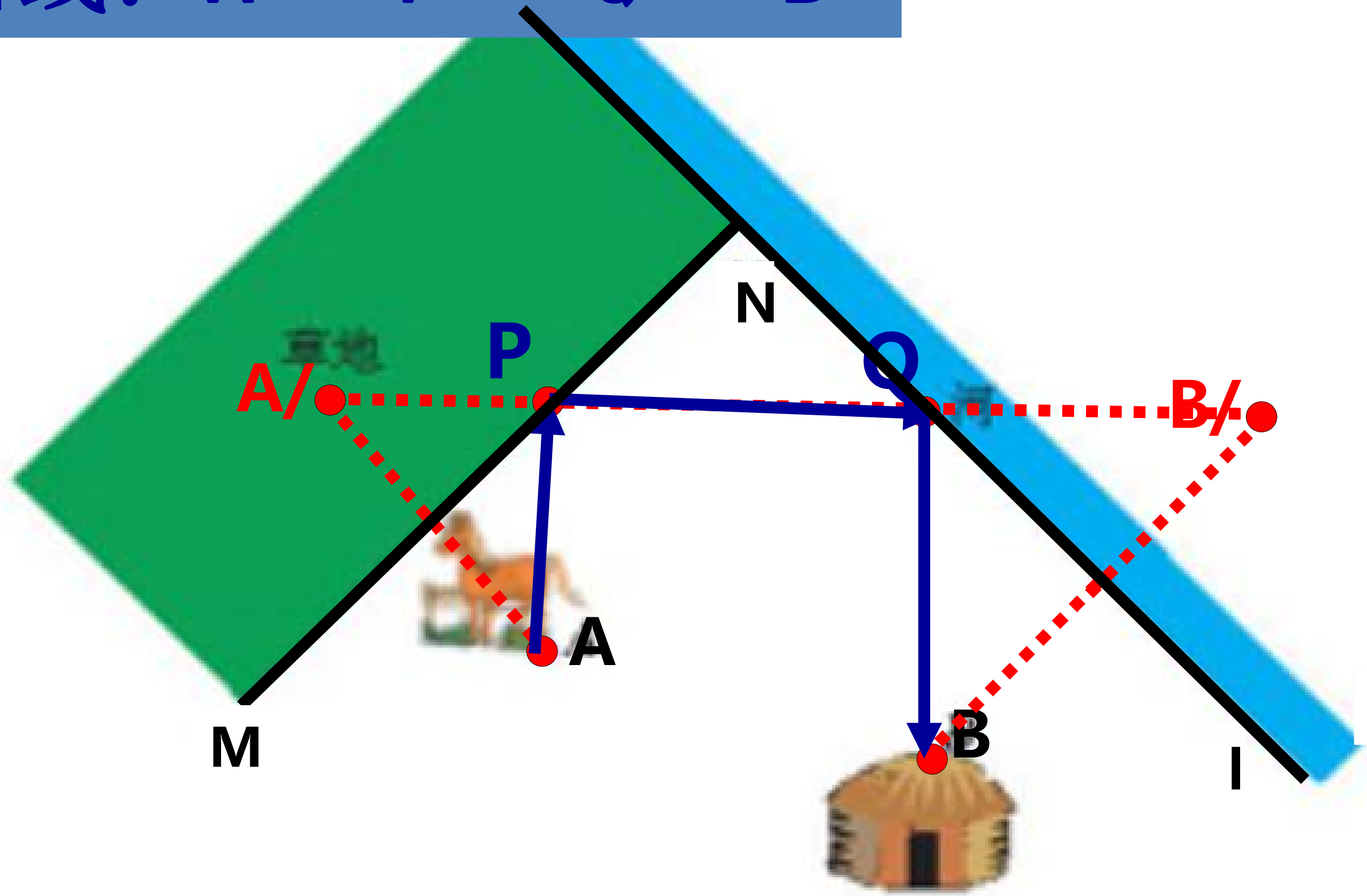
2. 作点D关于直线 OB 的对称点点E,

3.连接EF分别交直线OA.OB于点G.H，

则CG+GH+DH最短



最短路线：A ⟶ P ⟶ Q ⟶ B

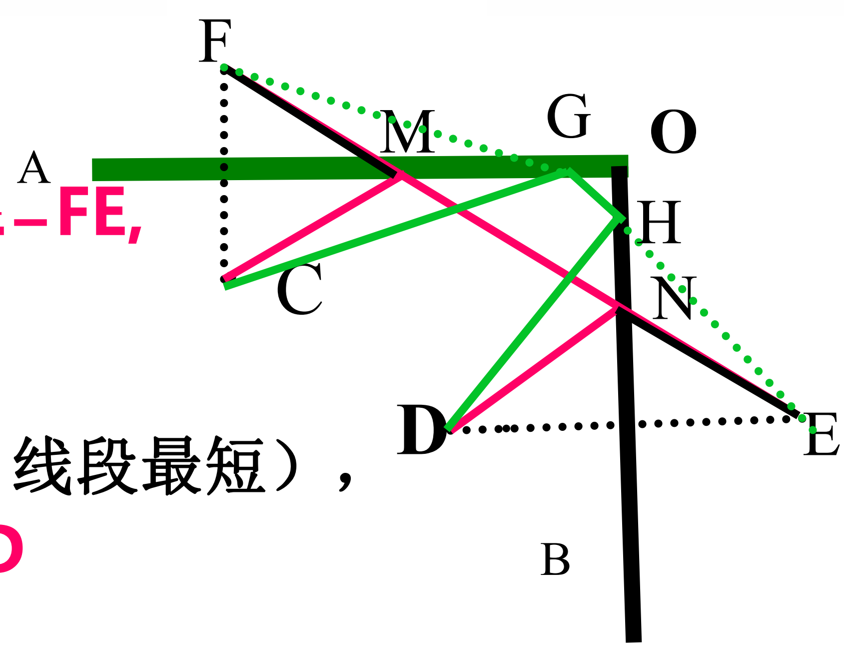


证明：在直线OA 上另外任取一点**G**，连接...

∵点**F**,点**C**关于直线**OA**对称，点**G.M**在**OA**上，

∴**GF=GC,FM=CM,**

同理**HD=HE**，**ND=NE,**



∴**CM+MN+ND=FM+MN+NE=FE,**

CG+GH+HD=FG+GH+HE,

在四边形**EFGH**中，

∵**FG+GH+HE**＞**FE**（两点之间，线段最短），

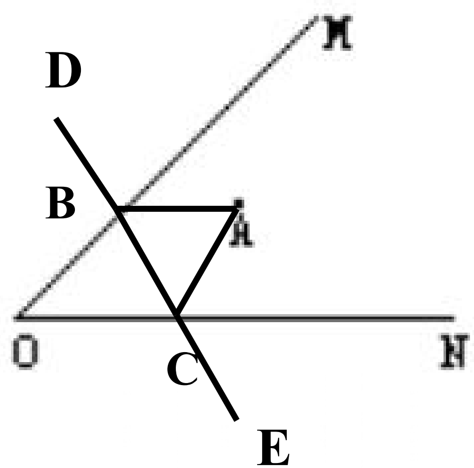
即**CG+GH+HD**＞**CM+MN+ND**

即**CM+MN+ND**最短

(III)一点在两相交直线内部

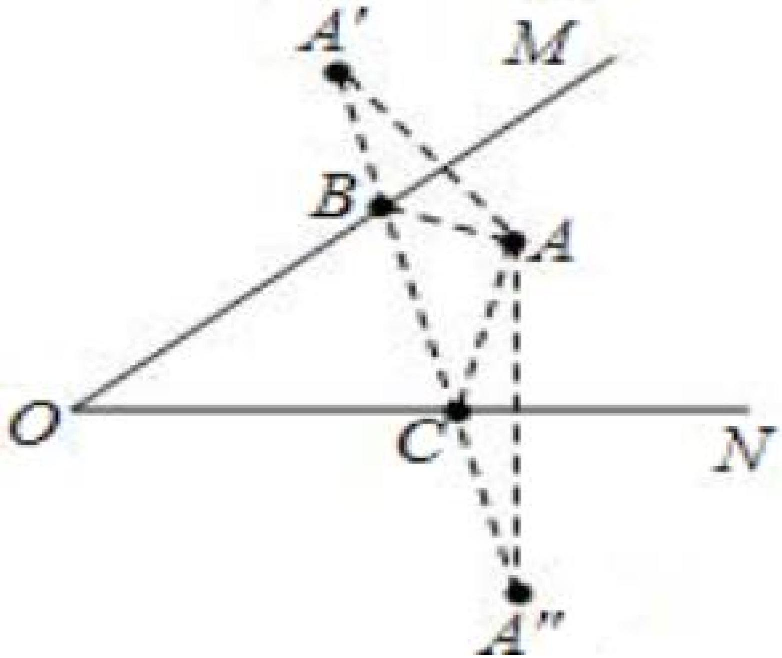
已知：如图A是锐角∠MON内部任意一点，在∠MON的两边OM，ON上各取一点B，C，组成三角形，使三角形周长最小.

分析：当AB、BC和AC三条边的长度恰好能够体现在一条直线上时，三角形的周长最小



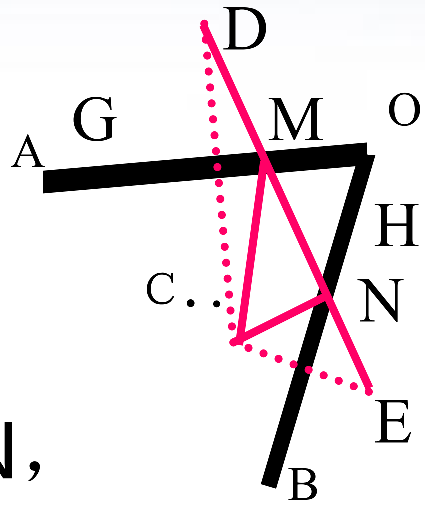
(Ⅲ)一点在两相交直线内部

已知：如图A是锐角∠MON内部任意一点，在∠MON的两边OM，ON上各取一点B，C，组成三角形，使三角形周长最小.



分别作点A关于OM，ON的对称点A′，A″；连接A′，A″，分别交OM，ON于点B、点C，则点B、点C即为所求

3. 某班举行晚会，桌子摆成两直条(如图中的AO，BO)，AO桌面上摆满了桔子，OB桌面上摆满了糖果，坐在C处的学生小明先拿桔子再拿糖果，然后回到座位，请你帮助他设计一条行走路线，使其所走的总路程最短？



作法：1.作点C关于直线 OA 的 对称点点D,

2. 作点C关于直线 OB 的对称点点E,

3.连接DE分别交直线OA.OB于点M.N，则CM+MN+CN最短

证明：在直线OA 上另外任取一点G，连接...

∵点D,点C关于直线OA对称，

点G.H在OA上，∴DG=CG,

DM=CM,

同理NC=NE，HC=HE,

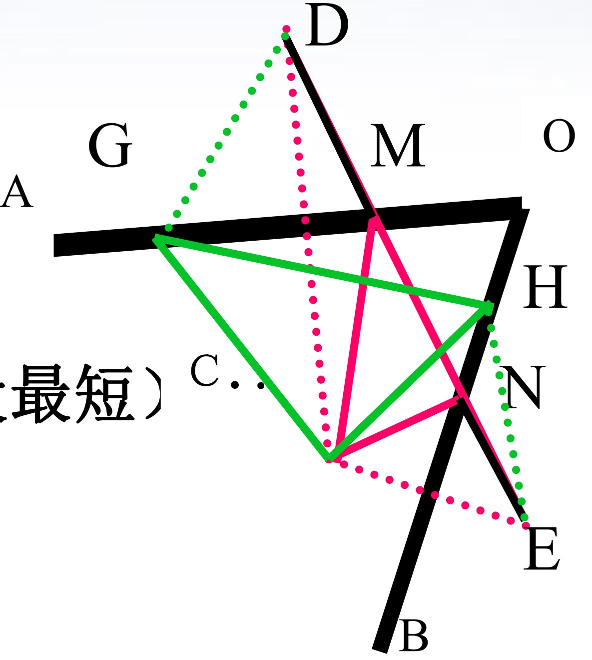
∴CM+CN+MN=DM+EN+MN=DE,

CG+GH+HC=DG+GH+HE,

∵DG+GH+HE>DE（两点之间，线段最短）

即CG+GH+HC>CM+CN+MN

即CM+CN+MN最短



再见！