

15.3.1 分式方程（1）

学习目标

- 1. 理解什么是分式方程？
- 2. 会解分式方程。
- 3. 理解增根的意义。

自学指导

看课本149页--151页练习上方，注意：

- 1. 记忆分式方程的概念。
- 2. 熟记解分式方程的步骤，如何将分式方程的转化为整式方程的？
- 3. 解分式方程为什么必须进行检验？理解增根产生的原因。
-

1. 下列方程中，哪些是**分式方程**？哪些**整式方程**？

程 $\frac{x-2}{2} = \frac{x}{3}$

$$\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 7$$

$$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$$

$$\frac{x(x-1)}{x} = -1$$

$$\frac{3-x}{\pi} = \frac{x}{2}$$

$$2x + \frac{x-1}{5} = 10$$

$$x - \frac{1}{x} = 2$$

$$\frac{2x+1}{x} + 3x = 1$$



探究

下面我们一起来研究下怎么样来解分式方程：

$$\frac{100}{20+v} = \frac{60}{20-v}$$

方程两边同乘以 $(20+v)(20-v)$ ，得：

$$100(20-v) = 60(20+v)$$

解得： $v = 5$

检验：将 $v=5$ 代入 $(20+V)(20-V) \neq 0$

所以 $v=5$ 是原分式方程的解。

在解分式方程的过程中体现了一个非常重要的数学思想方法：转化的数学思想（化归思想）。

解分式方程：
$$\frac{1}{x-5} = \frac{10}{x^2-25}$$

解：方程两边同乘以最简公分母 $(x-5)(x+5)$ 得：

$$x+5=10$$

解得：

$$x=5$$



为什么会产
生增根？

检验：将 $x=5$ 代入 $(x-5)(x+5) = 0$,

所以 $x=5$ 不是原分式方程的解。

∴ 原分式方程无解。

增根: 在去分母, 将分式方程转化为整式方程的过程中出现的不适合于原方程的根.

使最简公分母值为零的根

产生的原因: 分式方程两边同乘以一个零因式后, 所得的根是整式方程的根, 而不是分式方程的根. 所以我们解分式方程时一定要代入最简公分母检验

解分式方程

$$(1) \frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 2$$

$$(2) \frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$$

$$(3) \frac{2x}{2x-1} = 1 - \frac{2}{x+2}$$

◆解分式方程容易犯的错误有：

- (1) 去分母时，原方程的整式部分漏乘。
- (2) 约去分母后，分子是多项式时，没有注意添括号。（因分数线有括号的作用）
- (3) 增根不舍掉。

解分式方程的思路是：



解分式方程的一般步骤

- 1、在方程的两边都乘以**最简公分母**，约去分母，化成**整式方程**。
- 2、解这个整式方程。
- 3、把整式方程的解代入**最简公分母**，如果最简公分母的值**不为0**，则整式方程的解是原分式方程的解；**否则**，这个解不是原分式方程的解，必须舍去。
- 4、写出原方程的根。

一化二解三检验

补充练习:

1. 当m为何值时, 方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$

会产生增根

2. 解关于x的方程 $\frac{x-3}{x-1} = \frac{m}{x-1}$
产生增根, 则常数m的值等于()

- (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

让我们一起加油！

作业：习题16.3: 1