

16.2

二次根式 的乘除(1)



复习提问

1. 什么叫二次根式?



形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式。

2. 两个基本性质:

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad (a \geq 0)$$

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

学习目标

- 1.掌握二次根式乘法法则，并能运用公式进行二次根式的乘法计算；
- 2.能逆用二次根式的乘法法则进行二次根式的化简。



自学指导



请同学们自学课本**第6页——第7页**

练习之上的内容，思考完成：

1. 课本第6页探究题，利用探究题规律归纳出二次根式的乘法法则.
2. 被开方数是怎样的因数或因式可以开方后移到根号外？



探究：

1. 计算下列各式，观察计算结果，你发现什么规律？

$$(1) \sqrt{4} \times \sqrt{9} = \underline{6}, \sqrt{4 \times 9} = \underline{6};$$

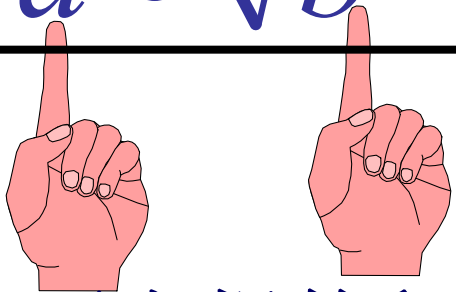
$$(2) \sqrt{16} \times \sqrt{25} = \underline{20}, \sqrt{16 \times 25} = \underline{20}$$

一般地，对二次根式的乘法规定

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$$



$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$



算术平方根的积等于各个被开方数积的算术平方根

注意：



a、b必须都是非负数！

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

算术平方根的积等于各个被开方数积的算术平方根

例1：计算

$$1. \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$$

$$2. \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{27} = \sqrt{\frac{1}{3} \times 27} = \sqrt{9} = 3$$

练习：计算

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{12} \quad (2) \sqrt{x} \bullet \sqrt{x^3}$$

$$(3) -\sqrt{27} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$$

解： (1) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

(2) $\sqrt{x} \bullet \sqrt{x^3} = \sqrt{x \bullet x^3} = \sqrt{x^4} = x^2$

(3) $-\sqrt{27} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = -\sqrt{27 \times \frac{1}{3}} = -\sqrt{9} = -3$

一般的:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

反过来:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

在本章中，
如果没有特别说明，所有的字母都表示正数。

例2 化简:

$$(1) \sqrt{16 \times 81}; \quad (2) \sqrt{4a^2b^3}.$$

解: (1) $\sqrt{16 \times 81} = \sqrt{16} \times \sqrt{81} = 4 \times 9 = 36;$

$$\begin{aligned} (2) \sqrt{4a^2b^3} &= \sqrt{4} \times \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^3} \\ &= 2 \cdot a \cdot \sqrt{b^2 \cdot b} \\ &= 2a \cdot \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{b} \\ &= 2ab\sqrt{b}. \end{aligned}$$

被开方数
 $4a^2b^3$ 含 $4, a^2, b^2$ 这
样的因数或因式,
它们可以开方后移
到根号外, 它们是
开得尽的因数或因
式.

想一想?

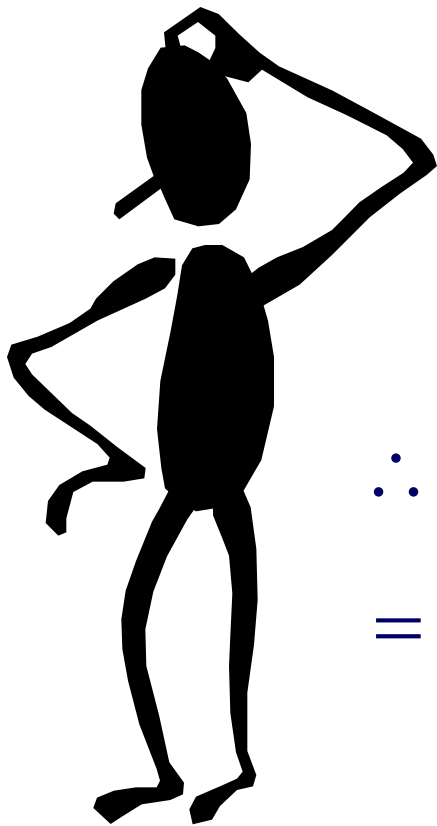
$$\sqrt{(-4) \times (-9)} = \sqrt{(-4)} \times \sqrt{(-9)}$$

成立吗? 为什么?

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(-4) \times (-9)} \\ = \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$$

非
负
数



二次根式乘法运算规律公式

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

注意： $\sqrt{a \pm b} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

问题1： $\sqrt{(-4) \times (-9)} \neq \sqrt{-4} \times \sqrt{-9}$?

问题2： $\sqrt{9 + 16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$?

$$\sqrt{6^2 - 3^2} \neq \sqrt{6^2} - \sqrt{3^2}$$

化简二次根式的步骤:

1. 将被开方数尽可能分解成几个平方数.

2. 应用 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

3. 将平方项应用 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 化简.

补充说明1:

二次根式的乘法:

根式和根式按公式相乘。

$$m\sqrt{a} \times n\sqrt{b} = mn\sqrt{ab} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

根号外的系数与系数相乘，积为结果的系数。

补充说明2:

公式推广：如果 $a_1, a_2, \dots, a_n \geq 0$

$$\text{则: } \sqrt{a_1} \cdot \sqrt{a_2} \cdot \dots \cdot \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

例3 计算:

$$(1) \sqrt{14} \times \sqrt{7}; \quad (2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10}; \quad (3) \sqrt{3x} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}xy}.$$

解:(1) $\sqrt{14} \times \sqrt{7} = \sqrt{14 \times 7} = \sqrt{7^2 \times 2} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{2} = 7\sqrt{2};$

$$(2) 3\sqrt{5} \times 2\sqrt{10} = 3 \times 2\sqrt{5 \times 10} = 6\sqrt{5^2 \times 2} = 6\sqrt{5^2} \times \sqrt{2} \\ = 6 \times 5\sqrt{2} = 30\sqrt{2};$$

$$(3) \sqrt{3x} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}xy} = \sqrt{3x \cdot \frac{1}{3}xy} = \sqrt{3 \cdot \frac{1}{3}x^2y} = \sqrt{x^2y} = \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{y} = x\sqrt{y}.$$

练习

1. 计算:

$$(1) \sqrt{2} \times \sqrt{5}; \quad (2) \sqrt{3} \times \sqrt{12}; \quad (3) 2\sqrt{xy} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}}; \quad (4) \sqrt{288} \times \sqrt{\frac{1}{72}}.$$

解: (1) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{10};$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6;$

(3) $2\sqrt{xy} \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} = 2\sqrt{xy \cdot \frac{1}{x}} = 2\sqrt{y};$

(4) $\sqrt{288} \times \sqrt{\frac{1}{72}} = \sqrt{288 \times \frac{1}{72}} = \sqrt{4} = 2.$

2.化简:

$$(1) \quad \sqrt{49 \times 121} = \sqrt{49} \times \sqrt{121} = \sqrt{7^2} \times \sqrt{11^2} = 7 \times 11 = 77$$

$$(2) \quad \sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$$

$$(3) \quad \sqrt{4y} = \sqrt{4} \times \sqrt{y} = \sqrt{2^2 y} = 2\sqrt{y}$$

$$(4) \quad \sqrt{16ab^2c^3} = \sqrt{16} \times \sqrt{a} \times \sqrt{b^2} \times \sqrt{c^2} \times \sqrt{c} = 4bc\sqrt{ac}$$

课堂小结：

1. 本节课学习了算术平方根的积和积的算术平方根。

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

2. 化简二次根式的步骤：

1. 将被开方数尽可能分解成几个平方数。

2. 应用 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

3. 将平方项应用 $\sqrt{a^2} = a \quad (a \geq 0)$ 化简

当堂检测



必做题：(第1、2题每题10分、第3题每空10分、第4、5题每小题15分)

1.下列计算正确的是()

A. $\sqrt{16} = \pm 4$

B. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 1$

C. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$

D. $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{6} = 2$

2.化简二次根式 $\sqrt{5^2 \times 3} =$ ()

A. $-5\sqrt{3}$

B. $5\sqrt{3}$

C. $\pm 5\sqrt{3}$

D. $\sqrt{75}$

3.化简:(1) $\sqrt{12} =$ _____ (2) $\sqrt{32} =$ _____

4.计算

(1) $(\sqrt{24} \times \sqrt{27})$

(2) $\sqrt{6} \times (-\sqrt{15})$

5.化简

(1) $\sqrt{4 \times 49}$

(2) $\sqrt{300}$

必做题答案:



1.D 2.B 3. $2\sqrt{3}$ 4. $\sqrt{2}$

4. 计算

解: (1) $(\sqrt{24} \times \sqrt{27})$

$$= \sqrt{24 \times 27}$$

$$= \sqrt{4 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9}$$

$$= \sqrt{2^2 \times 9^2 \times 2}$$

$$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{9^2} \times \sqrt{2}$$

$$= 18\sqrt{2}$$

解: (2) $\sqrt{6} \times (-\sqrt{15})$

$$= -\sqrt{6 \times 15}$$

$$= -\sqrt{90}$$

$$= -\sqrt{9 \times 10}$$

$$= -\sqrt{3^2} \times \sqrt{10}$$

$$= -3\sqrt{10}$$

5. 化简

解: (1) $\sqrt{4 \times 49}$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{49}$$

$$= 2 \times 7$$

$$= 14$$

解: (2) $\sqrt{300}$

$$= \sqrt{3 \times 100}$$

$$= \sqrt{3 \times 10^2}$$

$$= \sqrt{3} \times \sqrt{10^2}$$

$$= 10\sqrt{3}$$



选做题：(10分)

化简：(1) $\sqrt{12ab} \cdot \sqrt{\frac{9a^3}{4}}$

(2) $\sqrt{x^4 + x^2}$ ($x \geq 0$)

思考题：(10分)

星期天，小明的妈妈和小明做了一个小游戏.小明的妈妈说：“你现在学习了二次根式，若 x 表示 $\sqrt{10}$ 的整数部分， y 表示它的小数部分，我这个纸包里的钱是 $(\sqrt{10} + x)y$ 元，你猜一下这个纸包里的钱有多少？若猜对了，纸包里的钱就由你支配。”请你帮小明获得这些钱支配权.

选做题答案:



化简:(1) $\sqrt{12ab} \cdot \sqrt{\frac{9a^3}{4}}$

解:(1) $\sqrt{12ab} \cdot \sqrt{\frac{9a^3}{4}}$
 $= \sqrt{12ab \cdot \frac{9a^3}{4}}$
 $= \sqrt{3 \cdot a^4 \cdot 3^2 \cdot b}$
 $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{(a^2)^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{b}$
 $= 3a^2 \sqrt{3b}$

(2) $\sqrt{x^4 + x^2} \quad (x \geq 0)$

解:(2) $\sqrt{x^4 + x^2}$
 $= \sqrt{x^2(x^2 + 1)}$
 $= \sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x^2 + 1}$
 $= x\sqrt{x^2 + 1}$

思考题答案：

星期天，小明的妈妈和小明做了一个小游戏。小明的妈妈说：“你现在学习了二次根式，若 x 表示 $\sqrt{10}$ 的整数部分， y 表示它的小数部分，我这个纸包里的钱是 $(\sqrt{10} + x)y$ 元，你猜一下这个纸包里的钱有多少？若猜对了，纸包里的钱就由你支配。”请你帮小明获得这些钱支配权。

$$\text{解：} \because 3 < \sqrt{10} < 4$$

$$\therefore \sqrt{10} \text{的整数部分为} 3$$

$$\therefore x = 3$$

$$y = \sqrt{10} - x = \sqrt{10} - 3$$

$$\therefore (\sqrt{10} + x)y$$

$$= (\sqrt{10} + 3)(\sqrt{10} - 3)$$

$$= 10 - 9$$

$$= 1$$

答：这个纸包里有一元钱。