

勾股定理的逆定理



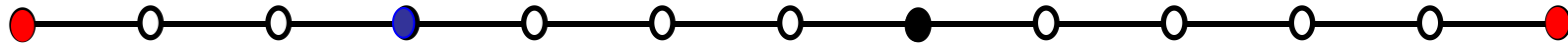
回忆过去

1.直角三角形有哪些性质？

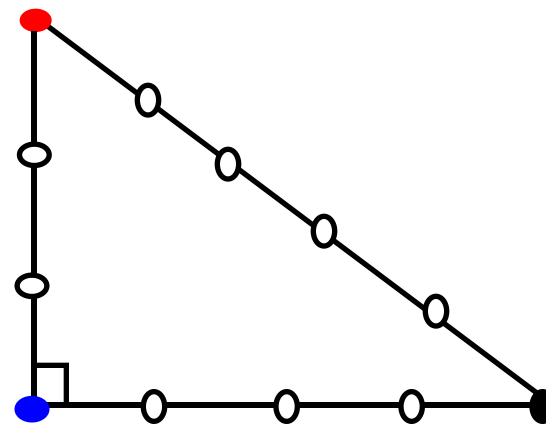
2.如何判断三角形是直角三角形？

TALISMAN DESKTOP

•古埃及人曾用下面的方法得到直角：



用**13**个等距的结,把一根绳子分成等长的**12**段,然后以**3**个结,**4**个结,**5**个结的长度为边长,用木桩钉成一个三角形,其中一个角便是**直角**。



按照这种做法真能得到一个**直角三角形**吗？

学习目标

- 理解勾股定理逆定理的证明方法；
- 会用勾股定理逆定理判别已知三角形是否为直角三角形；
- 了解原命题、逆命题、逆定理等概念。



自学P31-32, 完成:

下面的三组数分别是一个三角形的三边长 a , b , c (单位: cm):

2.5, 6, 6.5; 6, 8, 10。

(1) 这三组数都满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 吗?

(2) 画出图形, 它们都是直角三角形吗?

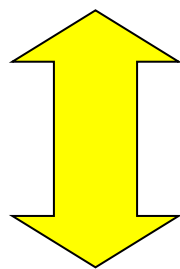
勾股定理的逆命题

如果三角形的三边长a、b、c满足

$$a^2 + b^2 = c^2$$

那么这个三角形是直角三角形。

勾股定理



互逆命题

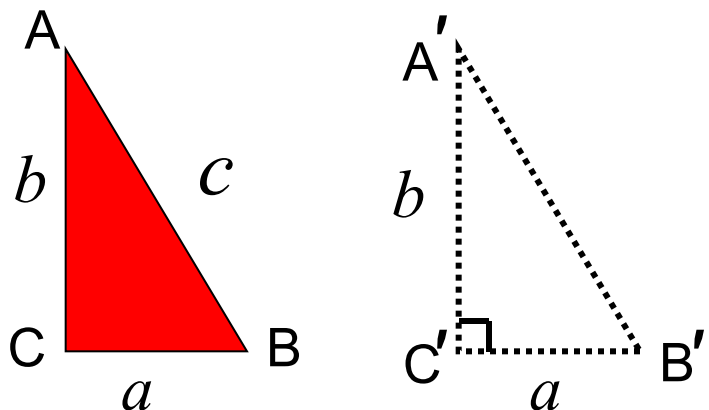
如果直角三角形两直角边分别为a，b，斜边为c，那么有 $a^2 + b^2 = c^2$

勾股定理的逆命题

已知:在 $\triangle ABC$ 中, $AB=c$ $BC=a$ $CA=b$ 且 $a^2+b^2=c^2$

求证: $\triangle ABC$ 是直角三角形

证明:画一个 $\triangle A'B'C'$,使 $\angle C'=90^\circ$, $B'C'=a$, $C'A'=b$



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中

$$\begin{cases} BC=a=B'C' \\ CA=b=C'A' \\ AB=c=A'B' \end{cases}$$

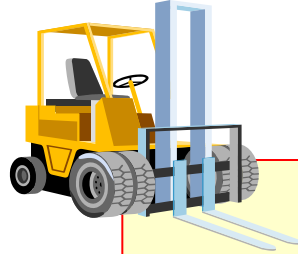
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \text{ (SSS)}$$

$$\therefore \angle C = \angle C' = 90^\circ$$

则 $\triangle ABC$ 是直角三角形
(直角三角形的定义)

证明:

$$\begin{aligned} &\because \angle C' = 90^\circ \\ &\therefore A'B'^2 = a^2 + b^2 \\ &\because a^2 + b^2 = c^2 \\ &\therefore A'B'^2 = c^2 \\ &\because \text{边长取正值} \\ &\therefore A'B' = c \end{aligned}$$



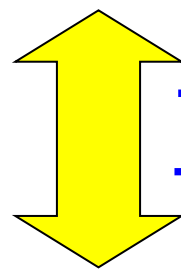
勾股定理的**逆定理**

如果三角形的三边长 a 、 b 、 c 满足

$$a^2 + b^2 = c^2$$

那么这个三角形是直角三角形。且边 C 所对的角为直角。

勾股定理



互逆**定理**

如果直角三角形两直角边分别为 a ， b ，斜边为 c ，那么 $a^2 + b^2 = c^2$

定理与逆定理

如果一个**定理**的逆命题经过证明是真命题,那么它是一个**定理**,这两个定理称为**互逆定理**,其中一个定理称另一个定理的**逆定理**.

我们已经学习了一些互逆的定理,如:

勾股定理及其逆定理;

两直线平行,内错角相等;内错角相等,两直线平行.





试一试



说出下列命题的逆命题. 这些命题的逆命题成立吗?

(1) 两条直线平行, 内错角相等.

逆命题: 内错角相等, 两条直线平行. **成立**

(2) 如果两个实数相等, 那么它们的平方相等.

逆命题: 如果两个实数的平方相等, 那么这两个实数相等. **不成立**

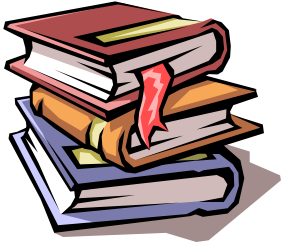
(3) 如果两个实数相等, 那么它们的绝对值相等.

逆命题: 如果两个实数的绝对值相等, 那么这两个实数相等. **不成立**

(4) 全等三角形的对应角相等.

逆命题: 对应角相等的两个三角形是全等三角形. **不成立**

感悟: 一个**命题**是真命题, 它逆命题却**不一定**是真命题.



下面以 a, b, c 为边长的三角形是不是直角三角形？如果是那么哪一个角是直角？

(1) $a=25$ $b=20$ $c=15$ 是 $\angle A=90^\circ$;

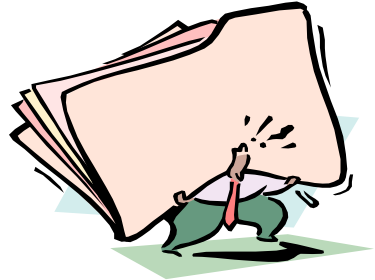
(2) $a=13$ $b=14$ $c=15$ 不是 _____;

(3) $a=1$ $b=2$ $c=\sqrt{3}$ 是 $\angle B=90^\circ$;

(4) $a:b:c=3:4:5$ 是 $\angle C=90^\circ$;

像25,20,15,能够成为直角三角形三条边长的三个正整数，称为勾股数。





例题解析



例1 判断由 a 、 b 、 c 组成的三角形是不是直角三角形：

(1) $a=15$, $b=8$, $c=17$ (2) $a=13$, $b=15$, $c=14$

分析：由勾股定理的逆定理，判断三角形是不是直角三角形，只要看两条**较小边**的平方和是否等于**最大边**的平方。

解： $\because 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289$

$$17^2 = 289$$

$$\therefore 15^2 + 8^2 = 17^2$$

\therefore 这个三角形是直角三角形



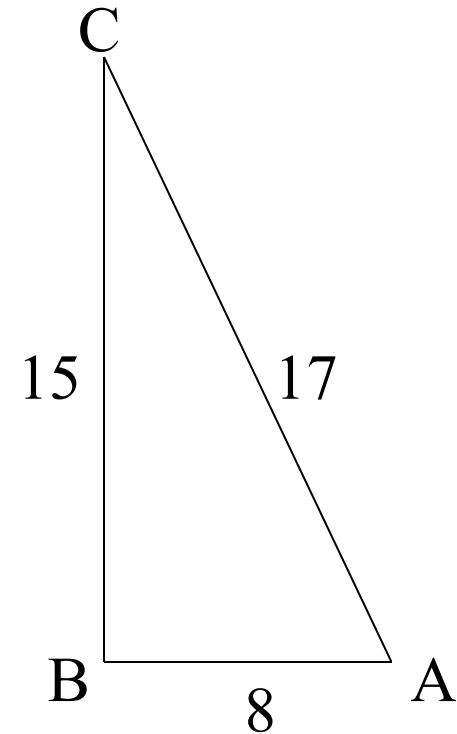
例 2. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=15$, $b=17$, $c=8$, 求此三角形的面积。

$$\text{解} \because 15^2 + 8^2 = 17^2$$

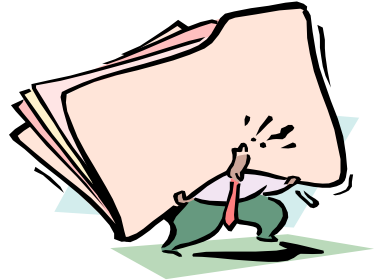
$$\therefore a^2 + c^2 = b^2$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, 且 $\angle B=90^\circ$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} \cdot a \cdot c = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60.$$



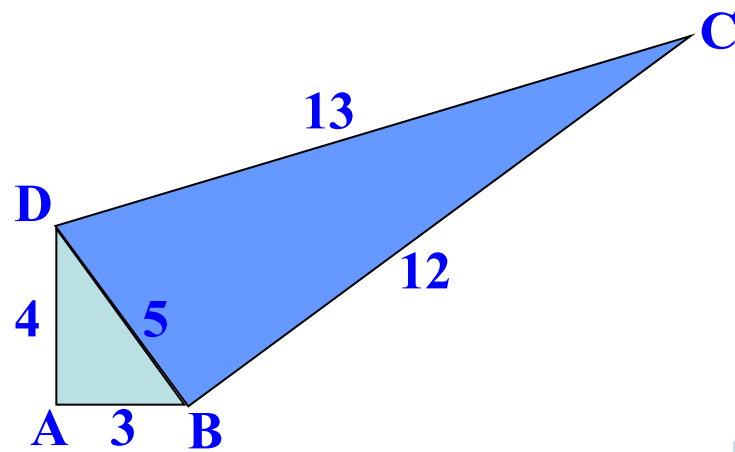
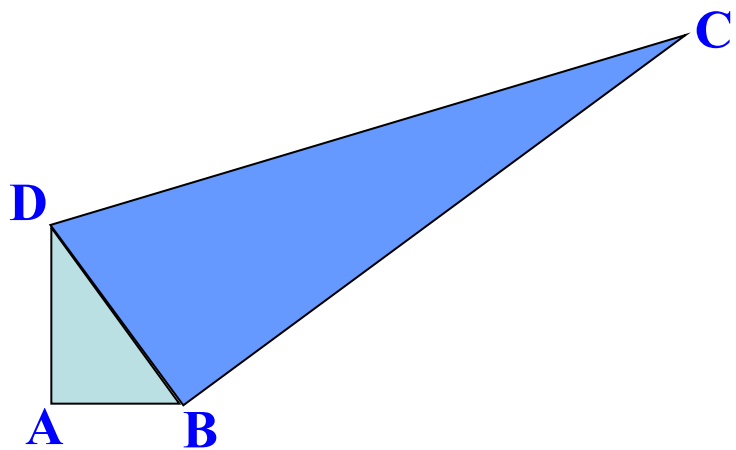
勾股定理的逆定理(2)



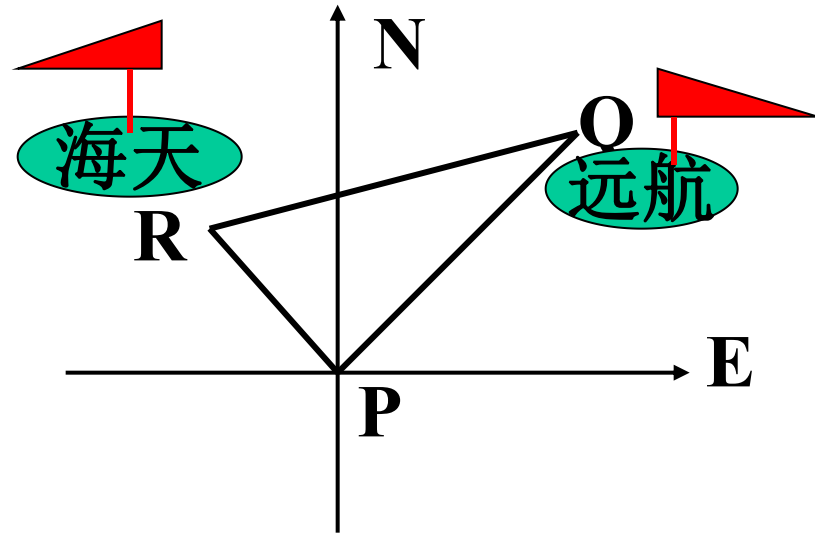
例题解析



例 3 一个零件的形状如左图所示，按规定这个零件中 $\angle A$ 和 $\angle DBC$ 都应为直角。工人师傅量得这个零件各边尺寸如右图所示，这个零件符合要求吗？



- **例4:** “远航”号、“海天”号轮船同时离开港口，各自沿一固定方向航行，“远航”号每小时航行**16**海里，“海天”号每小时航行**12**海里。它们离开港口一个半小时后相距**30**海里。如果知道“远航”号沿**东北方向**航行，能知道“海天”号沿哪个方向航行吗？



 **练一练**



1. 三角形三边长 a 、 b 、 c 满足条件

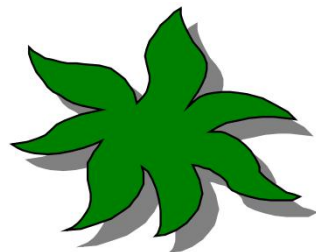
$(a + b)^2 - c^2 = 2ab$, 则此三角形是(**B**)

A、锐角三角形

B、直角三角形

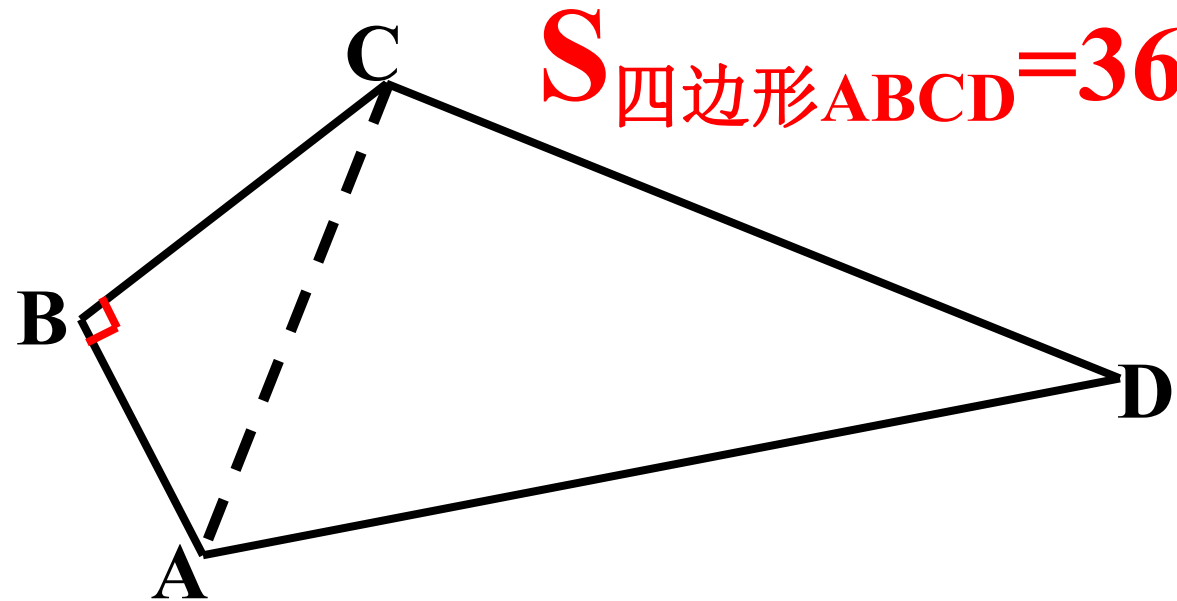
C、钝角三角形

D、等边三角形





已知：如图，四边形ABCD中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ， $CD=12$ ， $AD=13$ ，求四边形ABCD的面积？





练一练



1、已知 $\triangle ABC$ 三角形的三边 分别为 a, b, c

且 $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$

($m > n, m, n$ 是正整数),

$\triangle ABC$ 是直角三角形 吗? 说明理由

分析: 先来判断 a, b, c 三边哪条最长,
可以代 m, n 为满足条件的特殊值来试,
 $m=5, n=4$. 则 $a=9, b=40, c=41, c$ 最大。

解: $\because a^2 + b^2 = (m^2 + n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2 = c^2$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形



 **挑战自我**



- 1、请你写出三组勾股数；
- 2、一组勾股数的倍数一定是勾股数吗？为什么？





思维训练

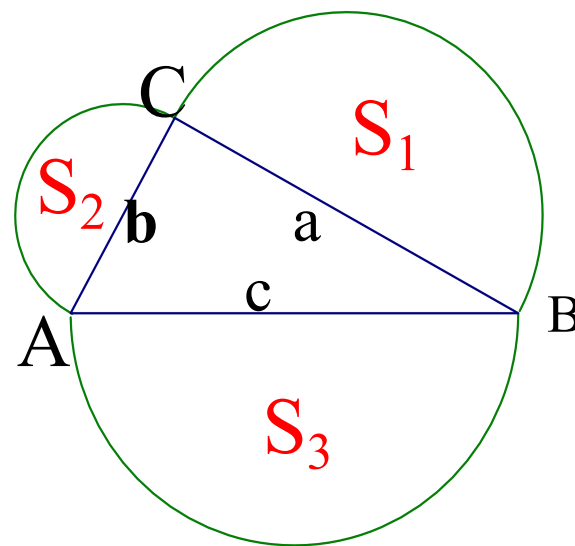
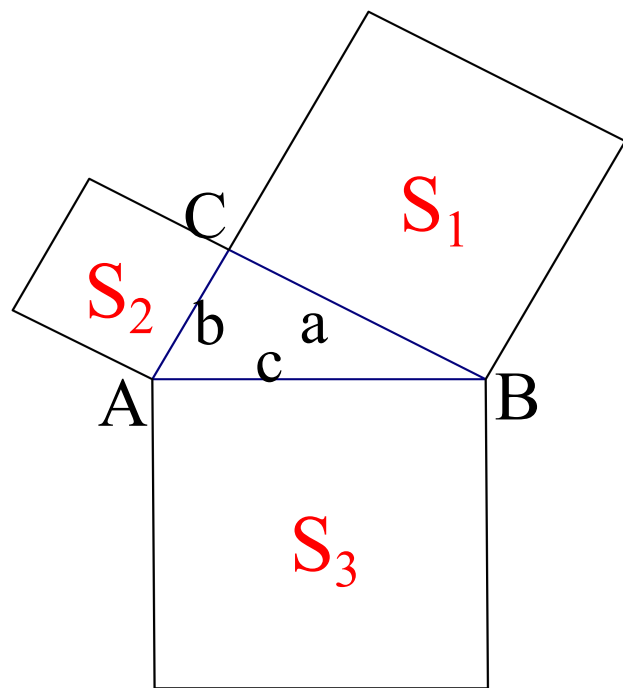


- 1、已知 a , b , c 为 $\triangle ABC$ 的三边,且 满足
 $a^2+b^2+c^2+338=10a+24b+26c$.
试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

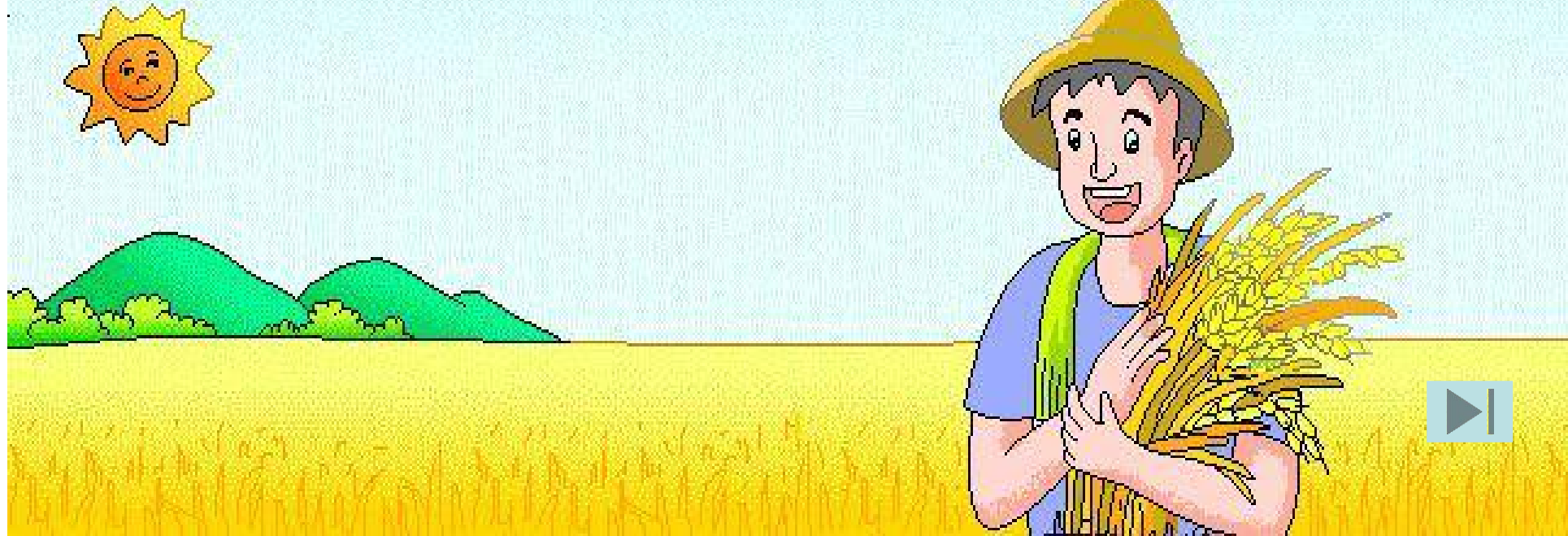




2、 $\triangle ABC$ 三边 a,b,c 为边向外作正方形，正三角形，以三边为直径作半圆，若 $S_1+S_2=S_3$ 成立，则是直角三角形吗？



请谈谈你的收获



自主评价：

- 1、勾股定理的逆定理
- 2、什么叫做互逆命题、原命题与逆命题
- 3、什么称为互为逆定理。

