



第十八章 平行四边形

18.1.1 平行四边形的性质

第1课时 平行四边形的边、角特征

导入新课

讲授新课

当堂练习

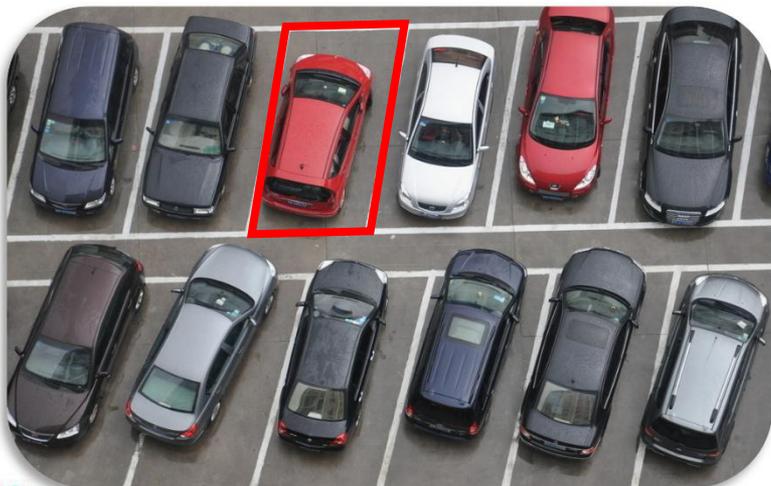
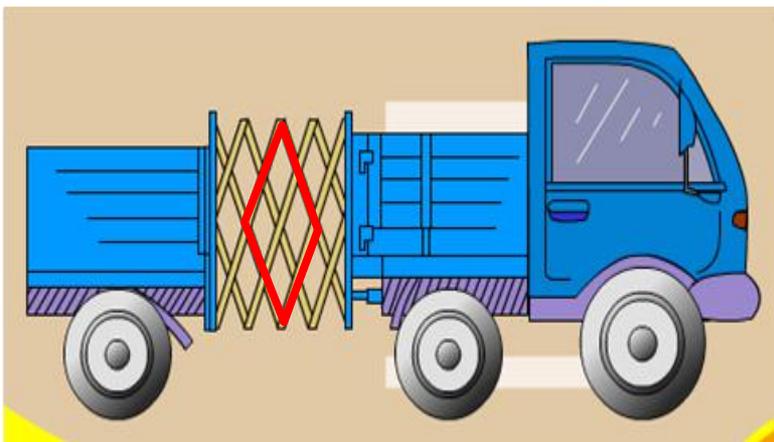
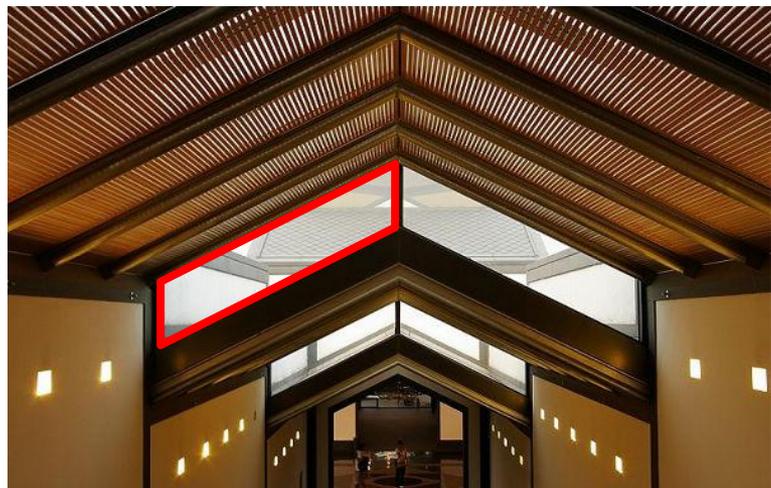
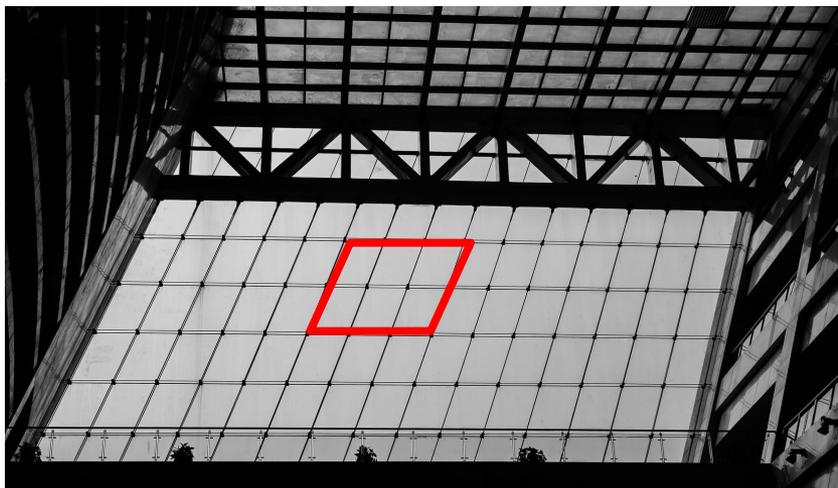
课堂小结

学习目标

- 1.理解并掌握平行四边形的概念及掌握平行四边形的定义和对边相等、对角相等的两条性质.（重点）
- 2.根据平行四边形的性质进行简单的计算和证明.（难点）
- 3.经历“实验—猜想—验证—证明”的过程,发展学生的思维水平.

情景引入

观察下图，平行四边形在生活中无处不在。

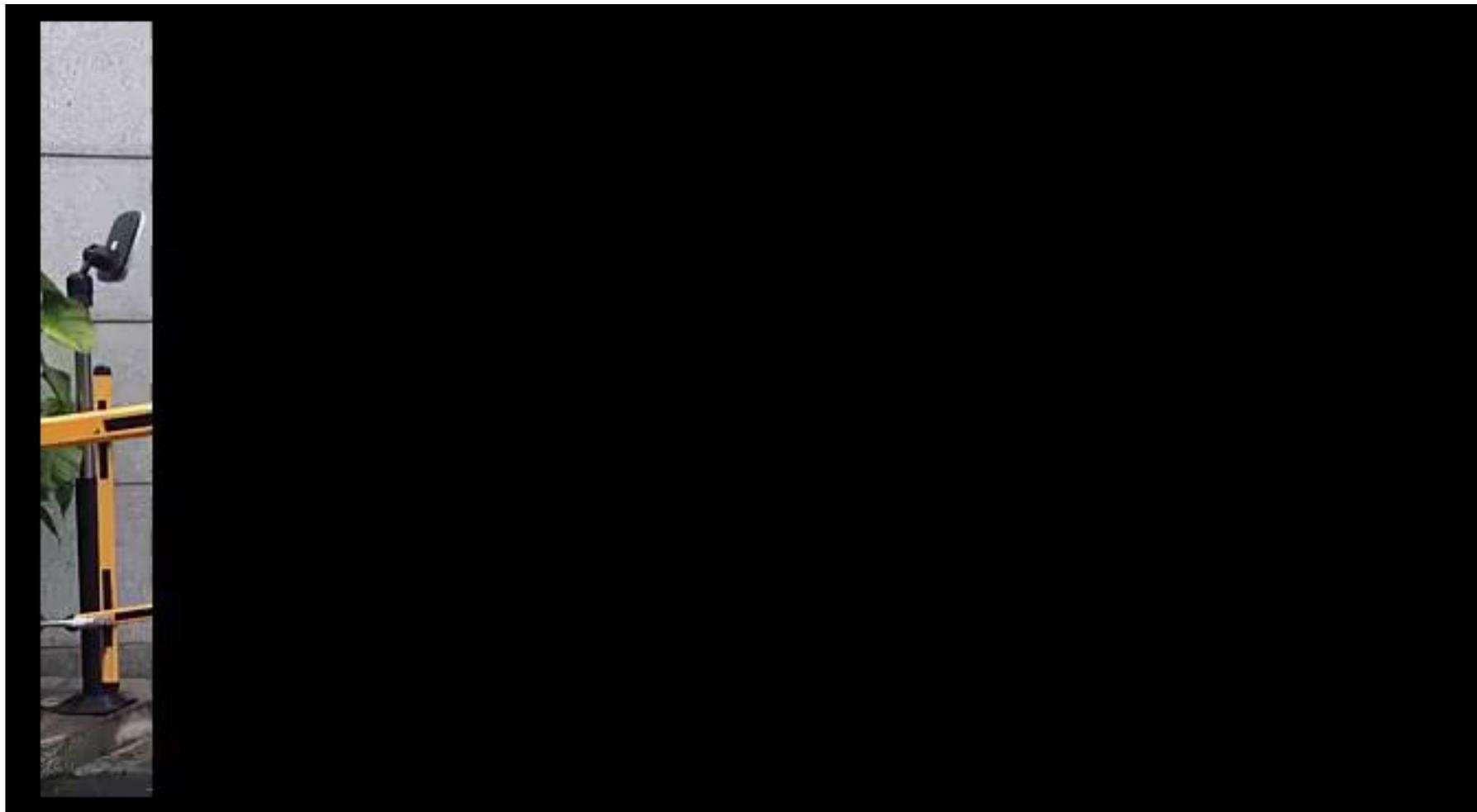




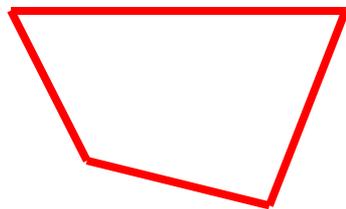
你还能举出其他的例子吗？

一 平行四边形的定义

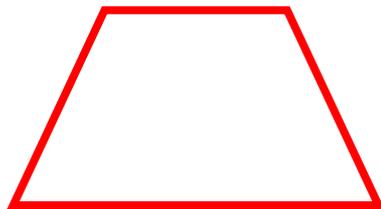
观看下面视频，一起来了解平行四边形吧.



问题1 观察图形，说出下列图形边的位置有什么特征？



两组对边
都不平行



一组对边平行，
一组对边不平行

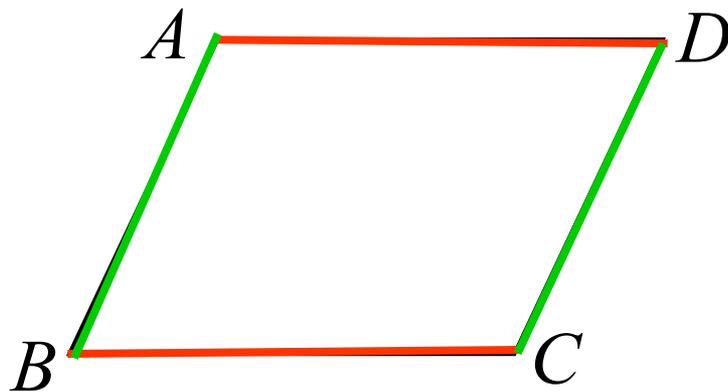


两组对边
分别平行

问题2 你们还记得我们以前对平行四边形的定义吗？

归纳总结

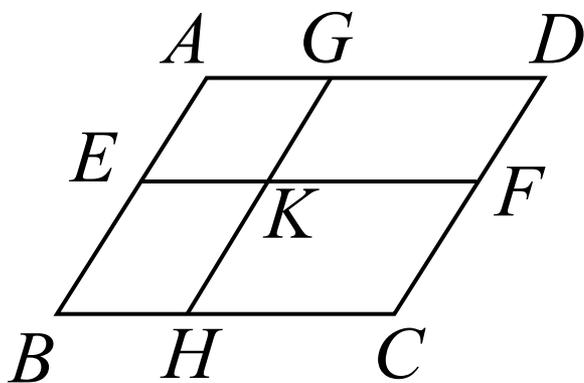
1. 定义: 两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.
2. 平行四边形用“ \square ”表示, 如图, 平行四边形 $ABCD$ 记作 $\square ABCD$ (要注意字母顺序).



语言表述: $\because AD \parallel BC, AB \parallel DC,$
 \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

典例精析

例1 如图, $DC \parallel GH \parallel AB$, $DA \parallel EF \parallel CB$, 图中的平行四边形有多少个? 将它们表示出来.



解: $\because DC \parallel GH \parallel AB$,
 $DA \parallel EF \parallel CB$,

\therefore 根据平行四边形的定义可以判定图中共有9个平行四边形, 即

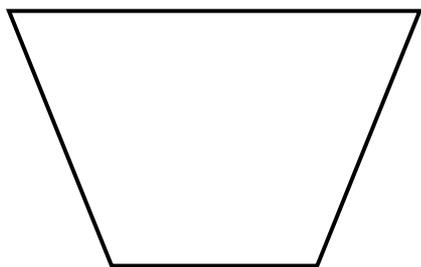
$\square AEKG, \square ABHG, \square AEFD, \square GKFD,$

$\square BEKH, \square CHKF, \square BEFC, \square CDGH, \square ABCD.$

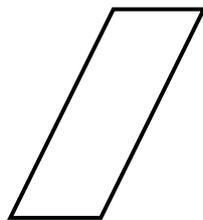
归纳 用定义判定平行四边形, 即看四边形两组对边是否分别平行.

练一练

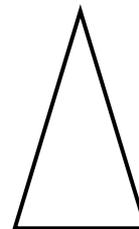
你能从以下图形中找出平行四边形吗？



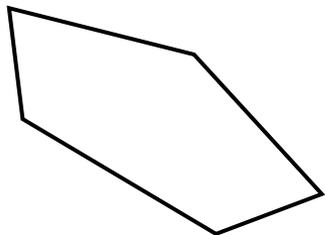
(1)



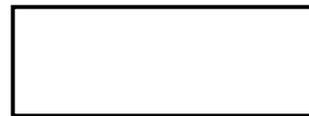
(2) ✓



(3)



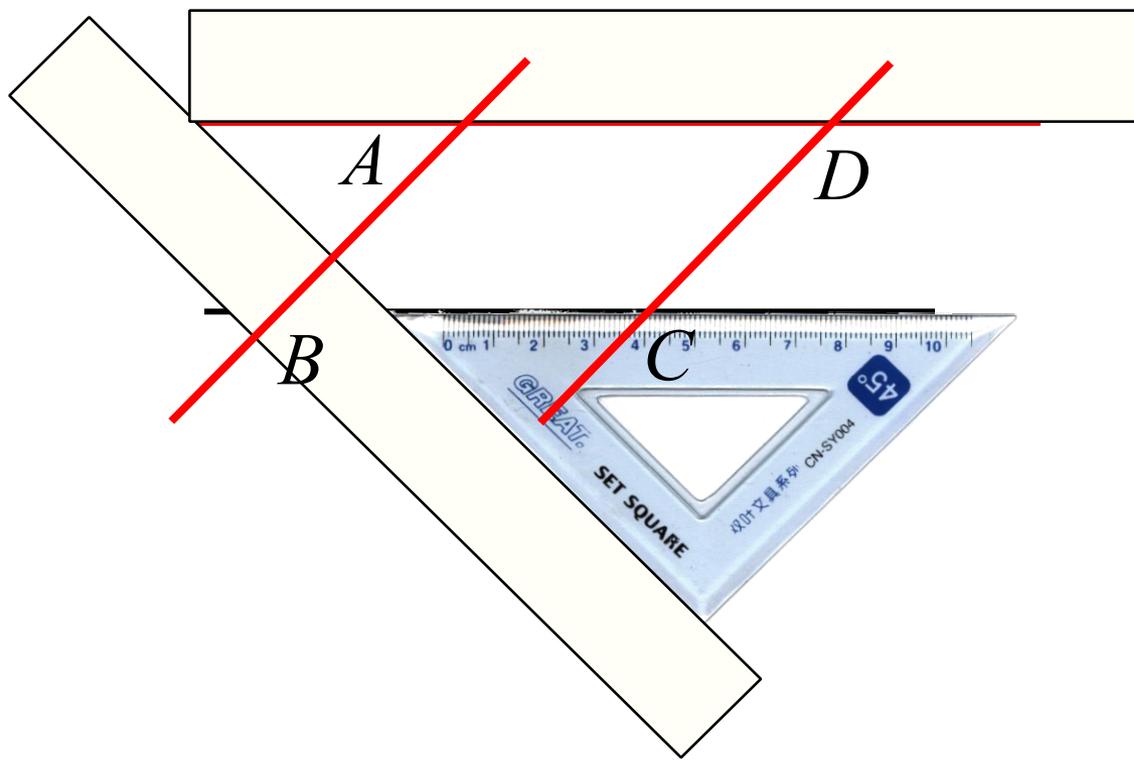
(4)



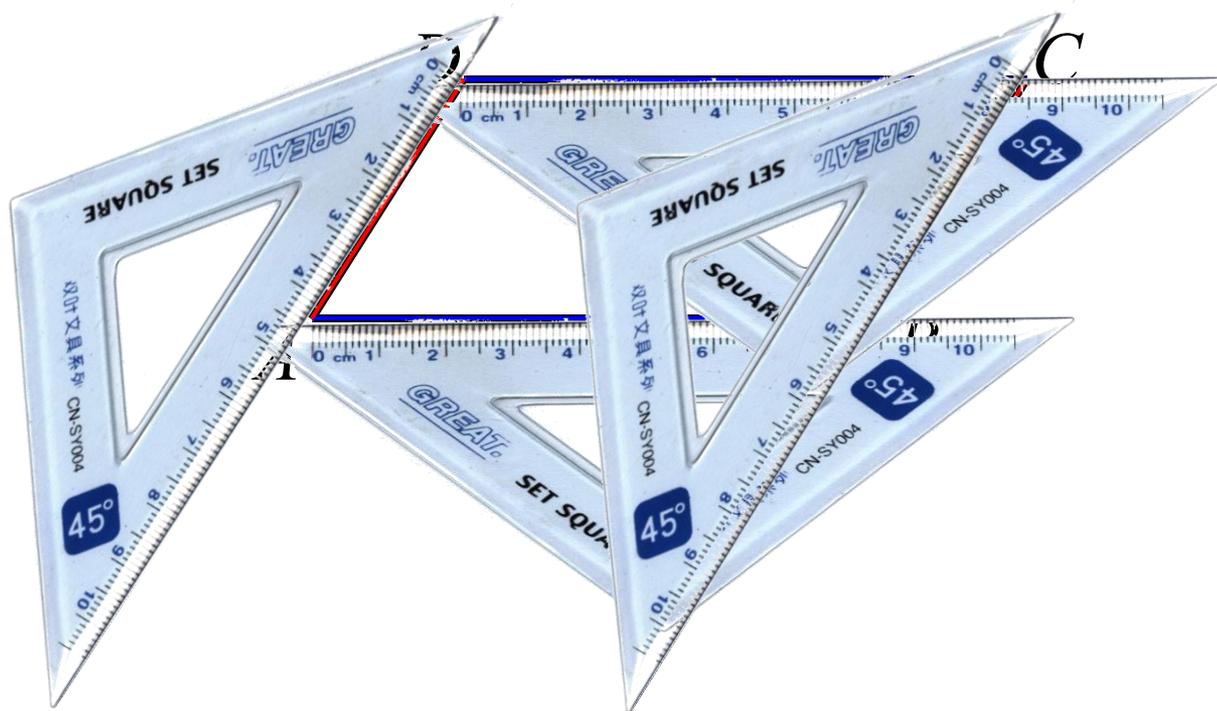
(5) ✓

平行四边形的边、角的特征

根据平行四边形的定义,请画一个平行四边形 $ABCD$.

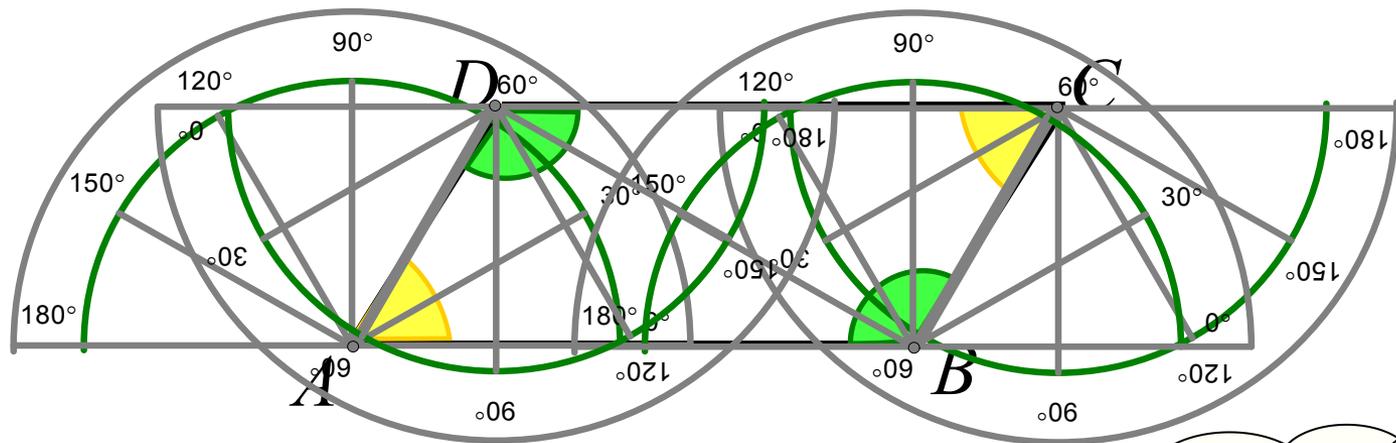


活动1 请用尺子等工具度量你手中平行四边形的四条边，并记录下数据，你能发现 AB 与 DC ， AD 与 BC 之间的数量关系吗？



测得 $AB=DC$ ， $AD=BC$ 。

活动2 请用量角器等工具度量你手中平行四边形的四个角，并记录下数据，你能发现 $\angle A$ 与 $\angle C$ ， $\angle B$ 与 $\angle D$ 之间的数量关系吗？



测得 $\angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ 。

怎样证明这个猜想呢？

猜想 平行四边形的两组对边，两组对角有什么数量关系？

两组对边及两组对角分别相等。

证一证

已知：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

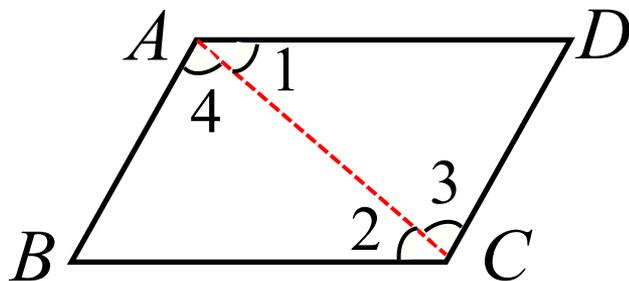
求证： $AD=BC, AB=CD, \angle BAD=\angle BCD, \angle ABC=\angle ADC$.

证明：如图，连接 AC .

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 1=\angle 2, \angle 3=\angle 4.$



又 $\because AC$ 是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 的公共边，

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA,$

$\therefore AD=BC, AB=CD, \angle ABC=\angle ADC.$

$\therefore \angle BAD=\angle 1+\angle 4, \angle BCD=\angle 2+\angle 3,$

$\therefore \angle BAD=\angle BCD.$

思考 不添加辅助线，你能否直接运用平行四边形的定义，证明其对角相等？

证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

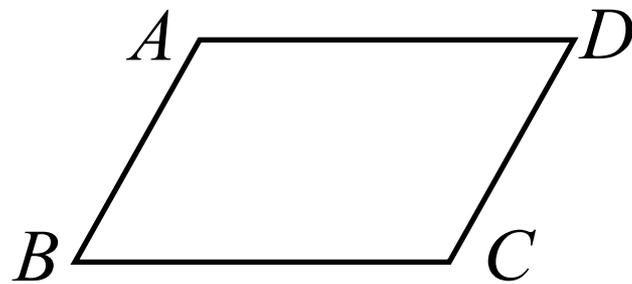
$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$

$\angle A + \angle D = 180^\circ,$

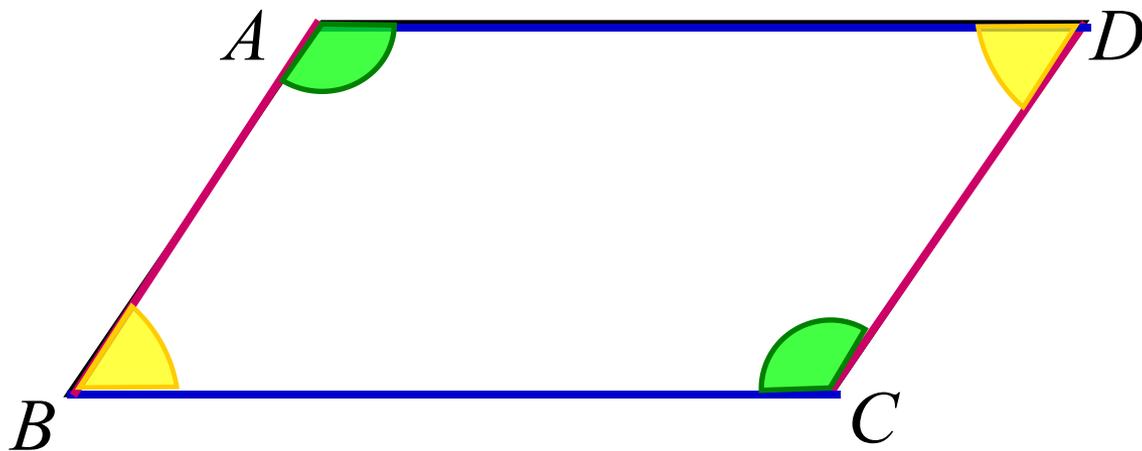
$\therefore \angle B = \angle D.$

同理可得 $\angle A = \angle C.$



归纳总结

平行四边形的性质除了对边互相平行以外，还有：



平行四边形的对边相等.

平行四边形的对角相等.

动手做一做:剪两张对边平行的纸条随意交叉叠放在一起,重合部分构成了一个四边形,转动其中一张纸条,线段 AD 和 BC 的长度有什么关系?为什么?

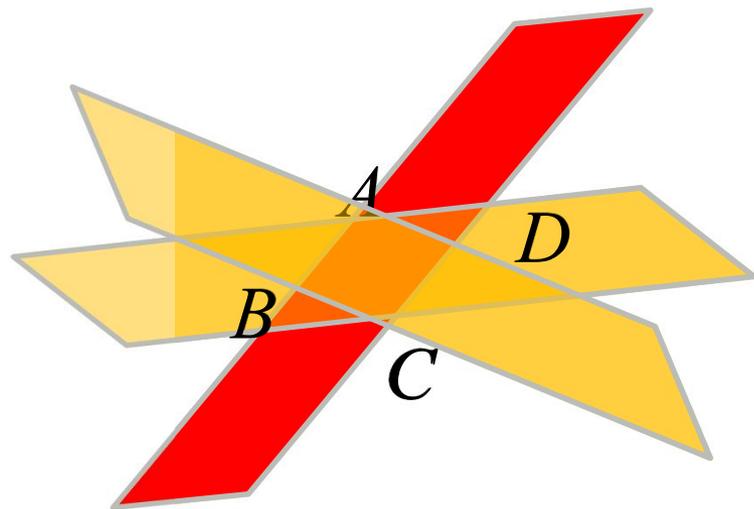
解: AD 和 BC 的长度相等.

理由如下: 由题意知

$AB \parallel CD, AD \parallel BC,$

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=BC.$

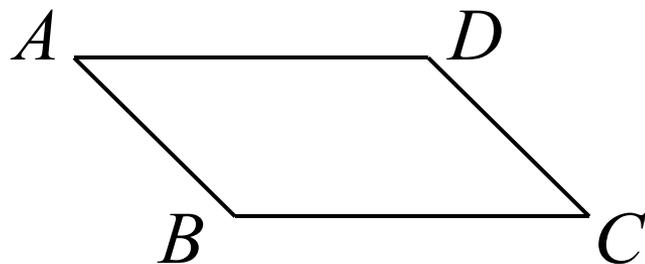


典例精析

例2 如图，在 $\square ABCD$ 中.

(1)若 $\angle A = 32^\circ$ ，求其余三个角的度数.

解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形
且 $\angle A = 32^\circ$ (已知)，



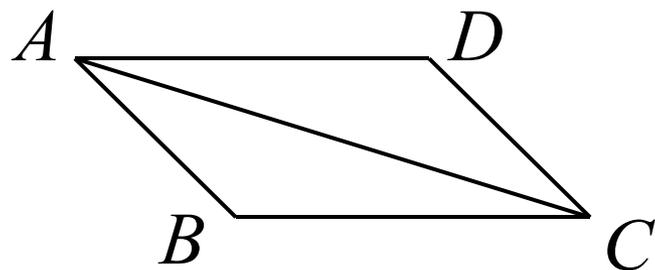
$\therefore \angle A = \angle C = 32^\circ$ ， $\angle B = \angle D$ (平行四边形的对角相等).

又 $\because AD \parallel BC$ (平行四边形的对边平行)，

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ (两直线平行，同旁内角互补)，

$\therefore \angle B = \angle D = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ$.

(2)连接 AC ，已知 $\square ABCD$ 的周长等于20 cm， $AC=7\text{cm}$ ，求 $\triangle ABC$ 的周长.



解： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形(已知)，

$\therefore AB=CD$ ， $BC=AD$ (平行四边形的对边相等).

又 $\because AB+BC+CD+AD=20\text{cm}$ (已知)，

$\therefore AB+BC=10\text{cm}$.

$\because AC=7\text{cm}$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $AB+BC+AC=17\text{cm}$.

【变式题】 (1) 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A:\angle B=2:3$, 求各角的度数.

解: (1) $\because \angle A, \angle B$ 是平行四边形的两个邻角,

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ .$$

又 $\because \angle A:\angle B=2:3$,

设 $\angle A=2x, \angle B=3x$,

$$\therefore 2x + 3x = 180^\circ ,$$

解得 $x = 36^\circ$.

$$\therefore \angle A = \angle C = 72^\circ , \angle B = \angle D = 108^\circ .$$



平行四边形的邻角互补

(2)若 $\square ABCD$ 的周长为28cm, $AB:BC=3:4$,求各边的长度.

解: (2)在平行四边形 $ABCD$ 中,

$$\because AB=CD, BC=AD.$$

$$\text{又} \because AB+BC+CD+AD=28\text{cm},$$

$$\therefore AB+BC=14\text{cm}.$$

$$\because AB:BC=3:4, \text{设 } AB=3y\text{cm}, BC=4y\text{cm},$$

$$\therefore 3y+4y=14, \text{解得 } y=2.$$

$$\therefore AB=CD=6\text{cm}, BC=AD=8\text{cm}.$$

归纳 已知平行四边形的边角的比例关系求其他边角时,常会用到方程思想,结合平行四边形的性质列方程.

例3 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E, F 是对角线 AC 上的两点, 并且 $AE=CF$, 求证: $BE=DF$.

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

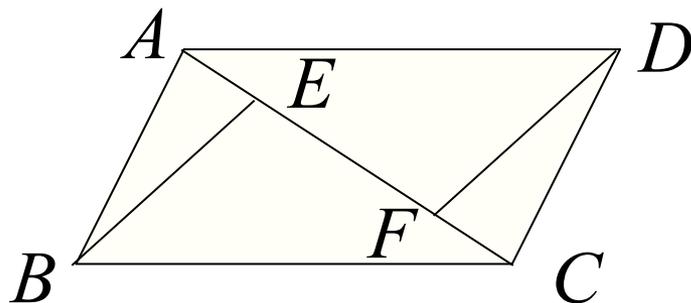
$$\therefore AB=CD, AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DCF.$$

$$\text{又} \because AE=CF,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF.$$

$$\therefore BE=DF.$$



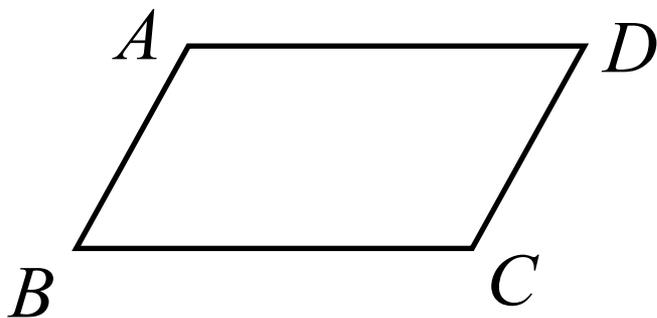
练一练

1.如图,在 $\square ABCD$ 中.

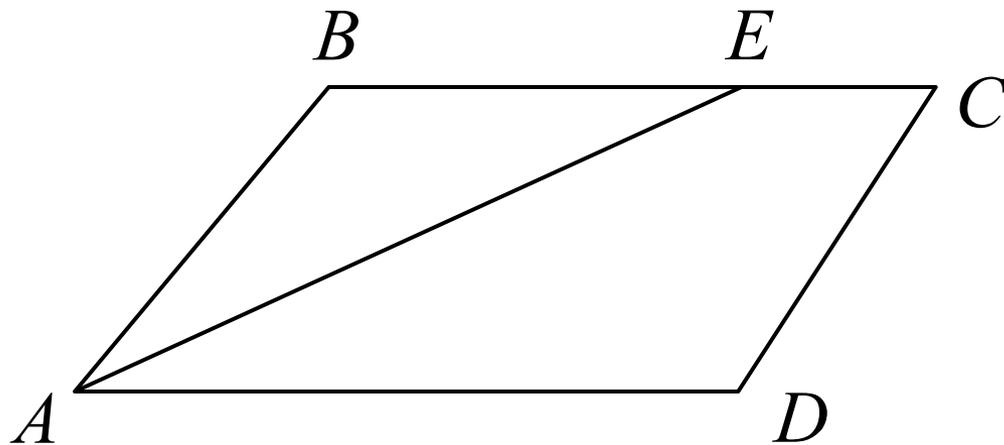
(1)若 $\angle A=130^\circ$,则 $\angle B=$ 50° , $\angle C=$ 130° ,
 $\angle D=$ 50° .

(2)若 $AB=3,BC=5$,则它的周长= 16 .

(3)若 $\angle A + \angle C = 200^\circ$,则 $\angle A=$ 100° , $\angle B=$ 80° .



2.如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，若 AE 平分 $\angle DAB$ ， $AB=5\text{cm}$ ， $AD=9\text{cm}$ ，则 $EC=$ 4cm .



平行线间的距离

例4 如图，在 $\square ABCD$ 中， $DE \perp AB$ ， $BF \perp CD$ ，垂足分别是 E ， F 。求证： $AE=CF$ 。

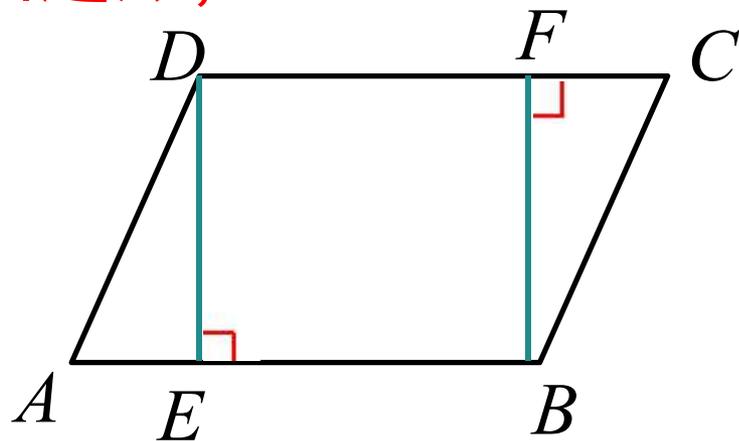
证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A = \angle C$ ， $AD = CB$ 。

又 $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF$ (AAS)，

$\therefore AE = CF$ 。

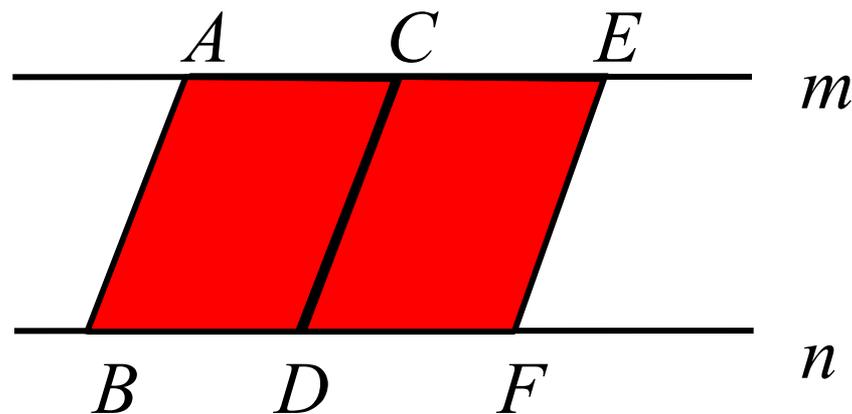


思考 在上述证明中还能得出什么结论？

$DE = BF$

归纳总结

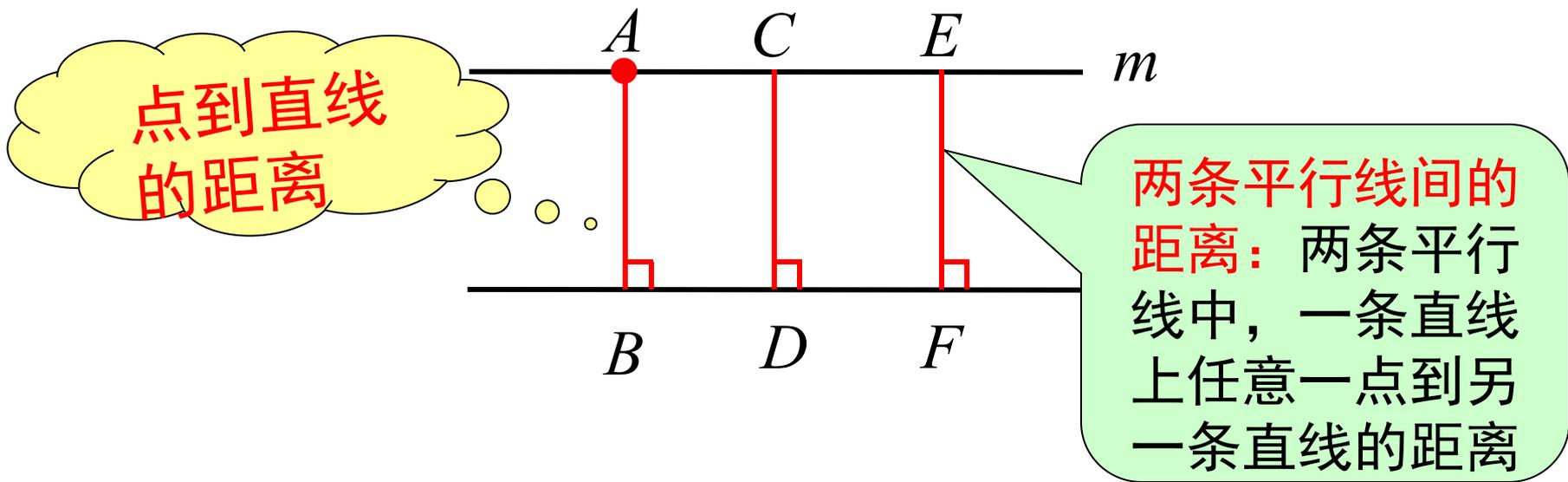
若 $m \parallel n$ ，作 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，分别交 m 于 A 、 C 、 E ，交 n 于 B 、 D 、 F 。



由平行四边形的定义易知四边形 $ABCD$ ， $CDEF$ 均为平行四边形。

由平行四边形的性质得 $AB=CD=EF$ 。

两条平行线之间的平行线段相等。



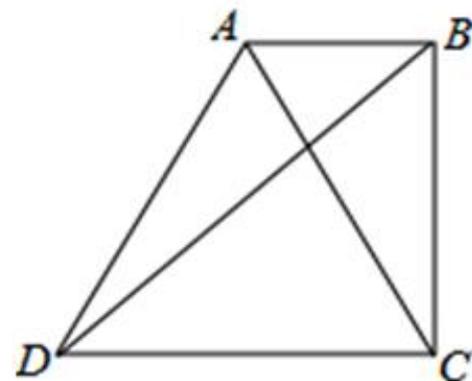
若 $m \parallel n$, AB 、 CD 、 EF 垂直于 n , 交 n 于 B 、 D 、 F , 交 m 于 A 、 C 、 E .

同前面易得 $AB=CD=EF$

两条平行线间的距离相等.

练一练

如图， $AB \parallel CD$ ， $BC \perp AB$ ，若 $AB=4\text{cm}$ ， $S_{\triangle ABC}=12\text{cm}^2$ ，求 $\triangle ABD$ 中 AB 边上的高。



$$\begin{aligned}\text{解： } S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot BC, \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times BC = 12\text{cm}^2, \\ \therefore BC &= 6\text{cm}.\end{aligned}$$

$$\because AB \parallel CD,$$

\therefore 点 D 到 AB 边的距离等于 BC 的长度，

$\therefore \triangle ABD$ 中 AB 边上的高为 6cm 。

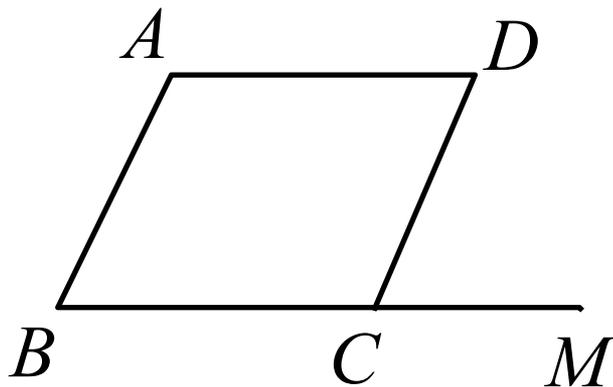
1. 在 $\square ABCD$ 中, M 是 BC 延长线上的一点, 若 $\angle A = 135^\circ$, 则 $\angle MCD$ 的度数是 (A)

A. 45°

B. 55°

C. 65°

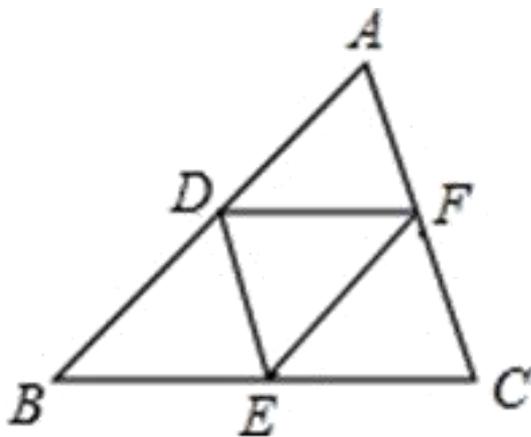
D. 75°



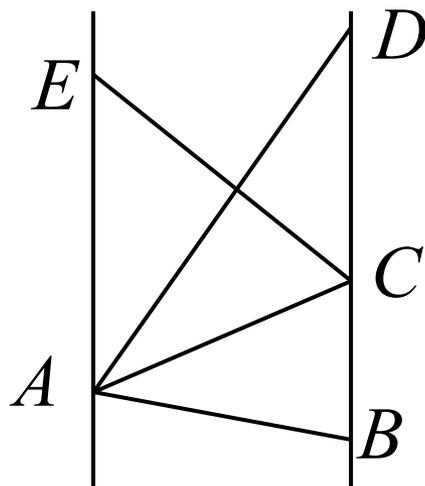
2.判断题(对的在括号内填“√”，错的填“×”)：

- (1)平行四边形两组对边分别平行且相等. (√)
- (2)平行四边形的四个内角都相等. (×)
- (3)平行四边形的相邻两个内角的和等于 180° (√)
- (4)如果平行四边形相邻两边长分别是2cm和3cm，那么周长是10cm. (√)
- (5)在平行四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle A=42^\circ$ ，那么 $\angle B=48^\circ$. (×)
- (6)在平行四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle A=35^\circ$ ，那么 $\angle C=145^\circ$. (×)

3.如图, D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 、 AC 上, 且 $DE \parallel AC$, $DF \parallel BC$, $EF \parallel AB$, 则图中有 3 个平行四边形.



第3题图



第4题图

4.如图, 直线 $AE \parallel BD$, 点 C 在 BD 上, 若 $AE=5$, $BD=8$, $\triangle ABD$ 的面积为 16, 则 $\triangle ACE$ 的面积为 10.

5. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, DE 平分 $\angle ADC$, BF 平分 $\angle ABC$. 求证: $AE=CF$.

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD, AD=BC$.

$\therefore \angle CDE = \angle DEA, \angle CFB = \angle FBA$.

又 $\because DE, BF$ 分别平分

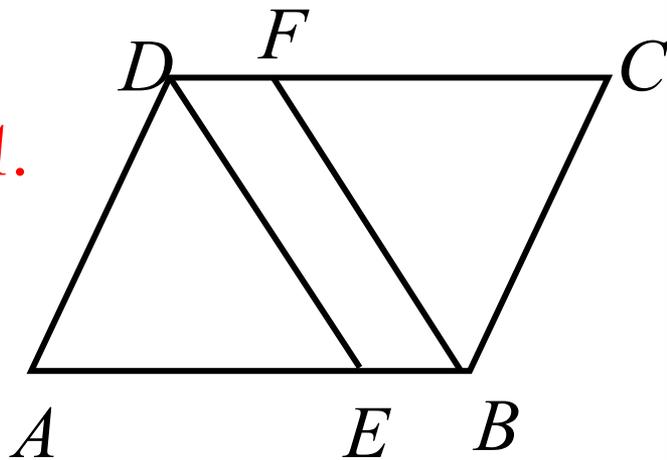
$\angle ADC, \angle ABC$,

$\therefore \angle CDE = \angle ADE, \angle CBF = \angle FBA$,

$\therefore \angle DEA = \angle ADE, \angle CFB = \angle CBF$,

$\therefore AE = AD, CF = BC$,

$\therefore AE = CF$.



6. 有一块形状如图所示的玻璃，不小心把 EDF 部分打碎了，现在只测得 $AE=60\text{cm}$ ， $BC=80\text{cm}$ ， $\angle B=60^\circ$ 且 $AE \parallel BC$ 、 $AB \parallel CF$ ，你能根据测得的数据计算出 DE 的长度和 $\angle D$ 的度数吗？

解： $\because AE \parallel BC, AB \parallel CF,$

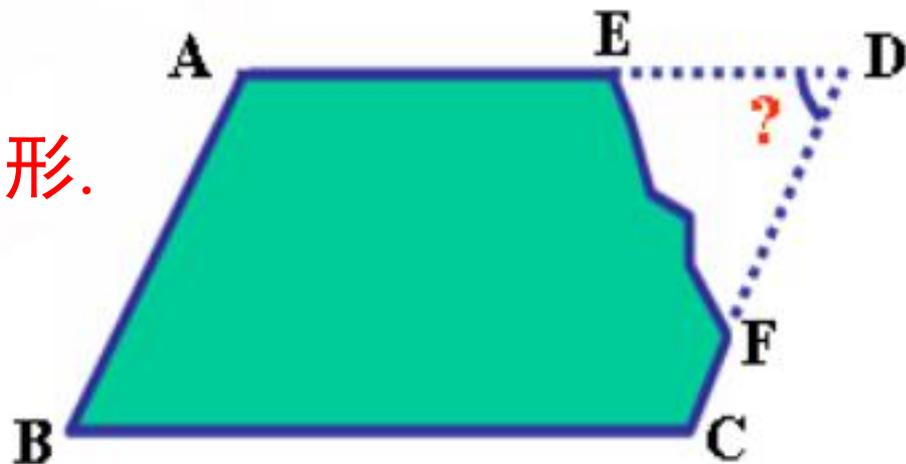
\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\therefore \angle D = \angle B = 60^\circ,$

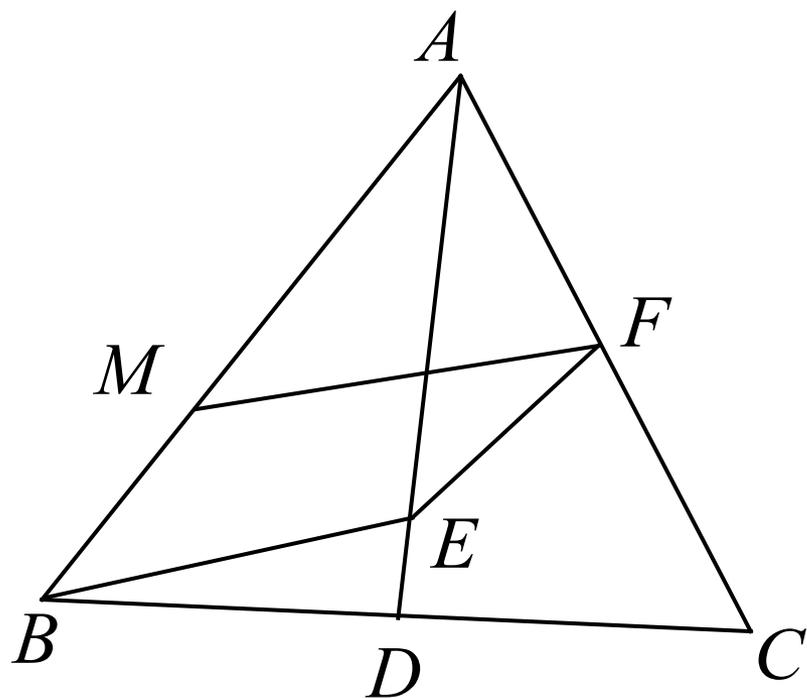
$AD = BC = 80\text{cm}.$

$\therefore ED = AD - AE = 20\text{cm}.$

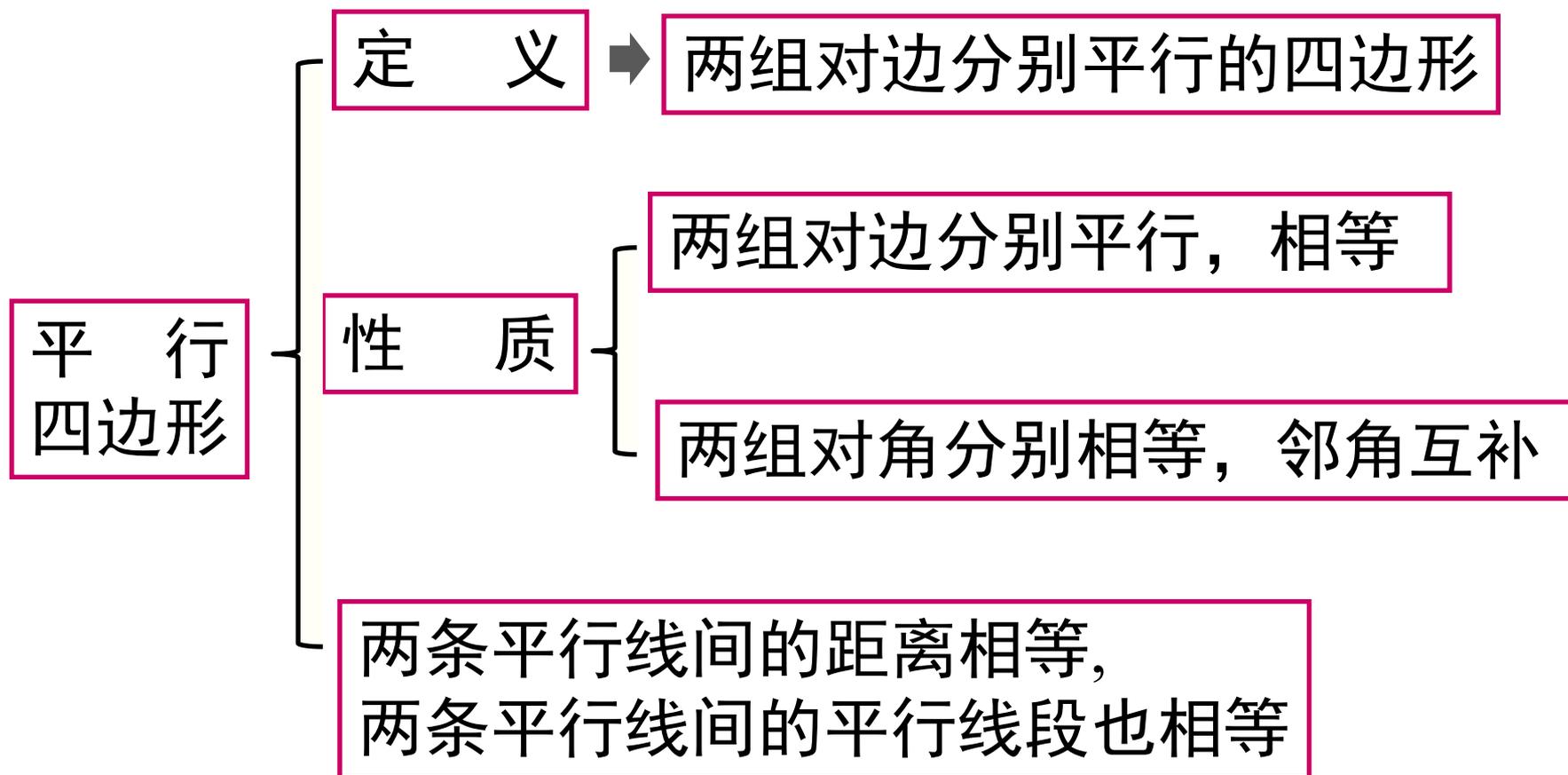
答： DE 的长度是 20cm ， $\angle D$ 的度数是 60° .



7.如图，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ，点 M, E, F 分别是 AB, AD, AC 上的点，四边形 $BEFM$ 是平行四边形.求证： $AF=BM$.



证明： \because 四边形 $BEFM$ 是平行四边形，
 $\therefore BM=EF, AB\parallel EF$.
 $\because AD$ 平分 $\angle BAC$ ，
 $\therefore \angle BAD=\angle CAD$.
 $\because AB\parallel EF$ ，
 $\therefore \angle BAD=\angle AEF$ ，
 $\therefore \angle CAD=\angle AEF$ ，
 $\therefore AF=EF$ ，
 $\therefore AF=BM$.



见《学练优》本课时练习