第十八章 平行四边形

18.2.1 矩 形

第2课时 矩形的性质

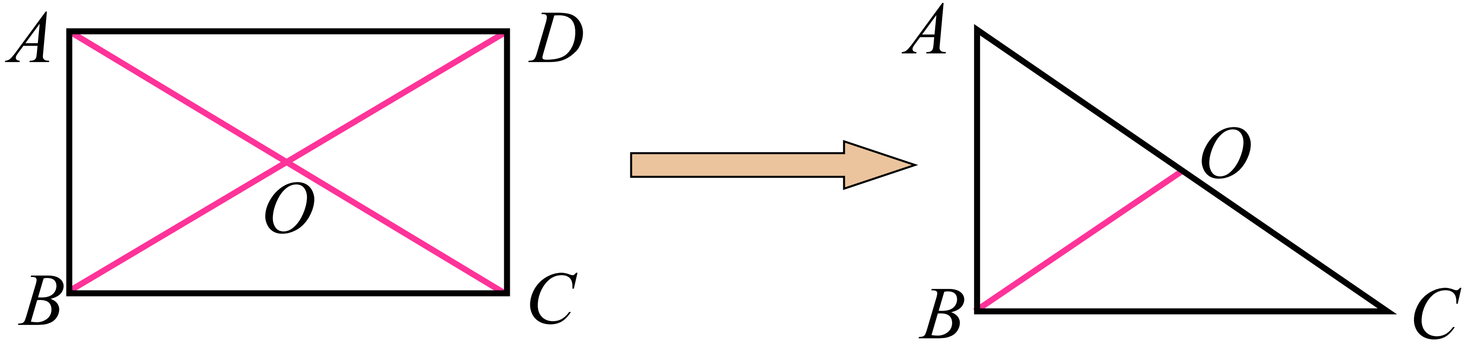
导入新课 讲授新课 当堂练习 课堂小结

学习目标

1.掌握直角三角形斜边中线的性质，并会简单的运用．（重点）

直角三角形斜边上的中线的性质

活动：如图，一张矩形纸片，画出两条对角线，沿着对角线AC剪去一半.



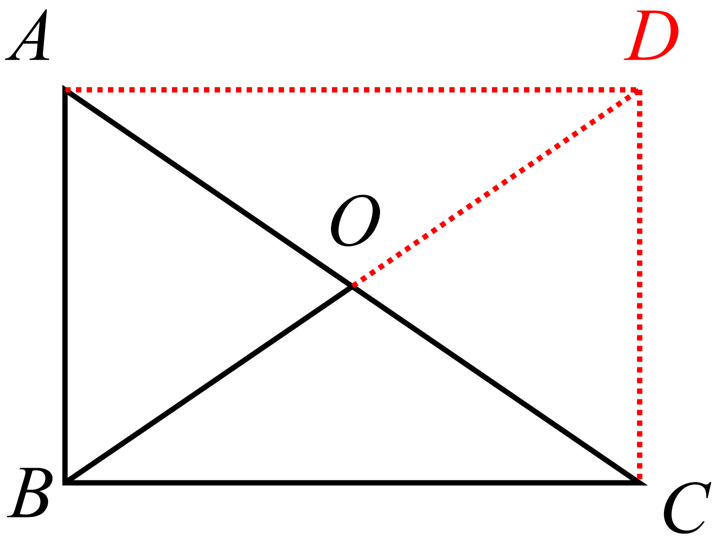
问题　Rt△ABC中，BO是一条怎样的线段？它的长度与斜边AC有什么关系？

试给出数学证明.

猜想：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

证一证

如图，在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$，BO是AC上的中线.求证：$BO=\frac{1}{2}AC$？



证明：延长BO至D，使$OD=BO$，

连接AD、DC.

∵$AO=OC$，$BO=OD$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形.

∵$\angle ABC=90°$，∴平行四边形$ABCD$是矩形，

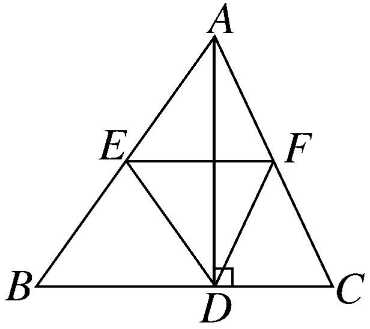
∴$AC=BD$，∴$BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}AC$.

性质 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

典例精析

例4 如图，在△ABC中，AD是高，E、F分别是AB、AC的中点.

(1)若$AB=10$，$AC=8$，求四边形$AEDF$的周长；



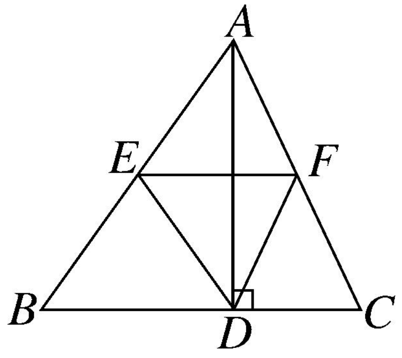
解：∵AD是△ABC的高，E、F分别是AB、AC的中点，

∴$DE=AE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$，

$DF=AF=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，

∴四边形$AEDF$的周长$=AE+DE+DF+AF=5+5+4+4=18$；

(2)求证：EF垂直平分AD.



证明：∵$DE=AE$，$DF=AF$，

∴E、F在线段AD的垂直平分线上，

∴EF垂直平分AD.

归纳 当已知条件含有线段的中点、直角三角形的条件时，可联想直角三角形斜边上的中线的性质进行求解.

例5 如图，已知BD，CE是$\triangle ABC$不同边上的高，点G，F分别是BC，DE的中点，试说明$GF\perp DE$.

解：连接EG，DG.

$\because BD$，CE是$\triangle ABC$的高，

$\therefore \angle BDC=\angle BEC=90°$.

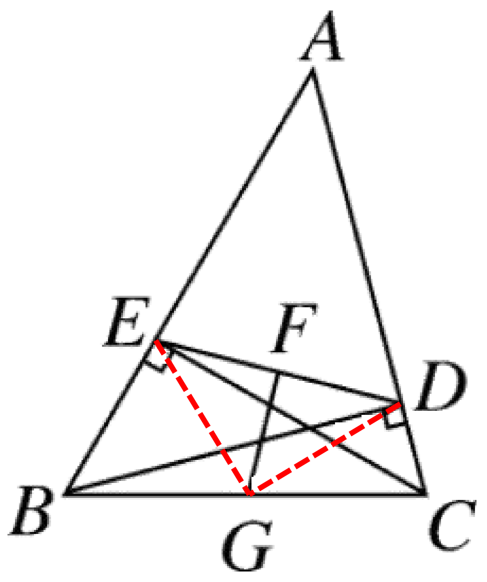
$\because$点G是BC的中点，

$\therefore EG=\frac{1}{2}BC$，$DG=\frac{1}{2}BC$.

$\therefore EG=DG$.

又$\because$点F是DE的中点，

$\therefore GF\perp DE$.



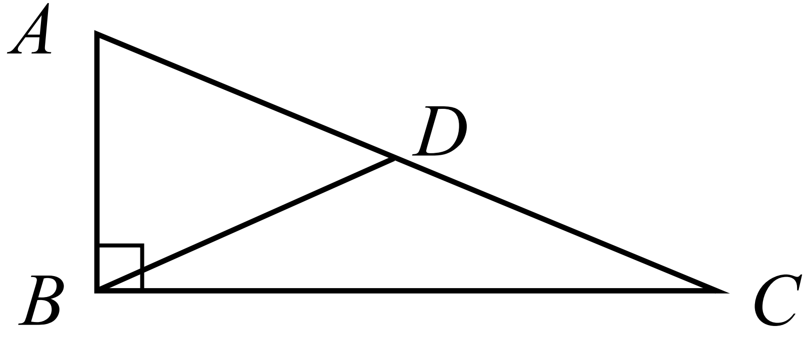
归纳 在直角三角形中，遇到斜边中点常作斜边中线，进而可将问题转化为等腰三角形的问题，然后利用等腰三角形“三线合一”的性质解题.

练一练

如图，在△ABC中,$\angle ABC=90°$,BD是斜边AC上的中线.

(1)若BD=3cm,则$AC=$__6__cm;

(2)若$\angle C=30°$,$AB=5$cm,则$AC=$__10__cm, $BD=$__5__cm.



当堂练习

1.矩形具有而一般平行四边形不具有的性质是（ A ）

A.对角线相等　　B.对边相等

C.对角相等　　　D.对角线互相平分

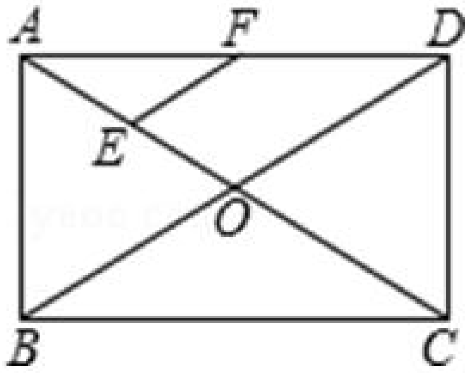
2.若直角三角形的两条直角边分别5和12,则斜边上的中线长为（ C ）

A.13　　B.6　　C.6.5　　D.不能确定

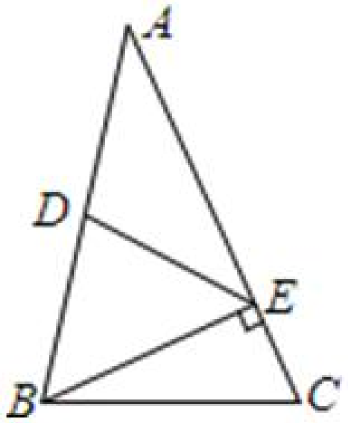
3.若矩形的一条对角线与一边的夹角为40°,则两条对角线相交的锐角是（ C ）

A.20°　　B.40°　　C.80°　　D.10°

4.如图，在矩形$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，点E、F分别是AO、AD的中点，若AB=6cm，BC=8cm，则EF=___2.5___cm．



第4题图



第5题图

5.如图，△ABC中，E在AC上，且BE⊥AC．D为AB中点，若DE=5，AE=8，则BE的长为___6___．

6.如图,四边形$ABCD$是矩形,对角线AC,BD相交于点O,$BE \parallel AC$交DC的延长线于点E.

（1）求证：$BD=BE$,

（2）若$\angle DBC=30°$, $BO=4$,求四边形$ABED$的面积.

(1)证明：∵四边形$ABCD$是矩形,

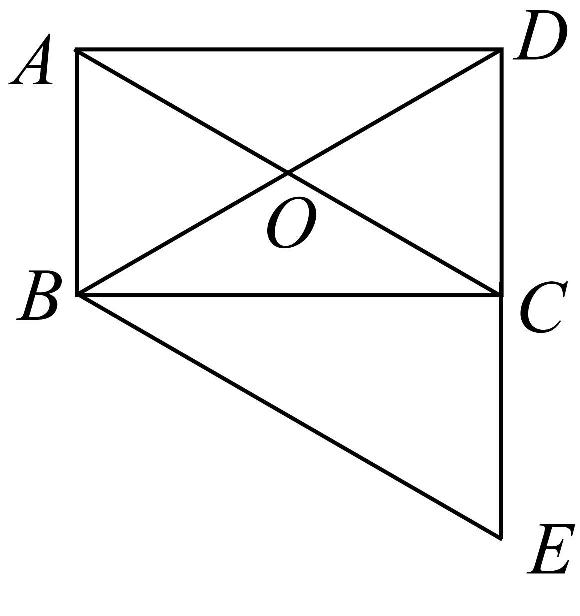
∴$AC= BD$,$AB \parallel CD$.

又∵$BE \parallel AC$,

∴四边形$ABEC$是平行四边形,

∴$AC=BE$,

∴$BD=BE$.



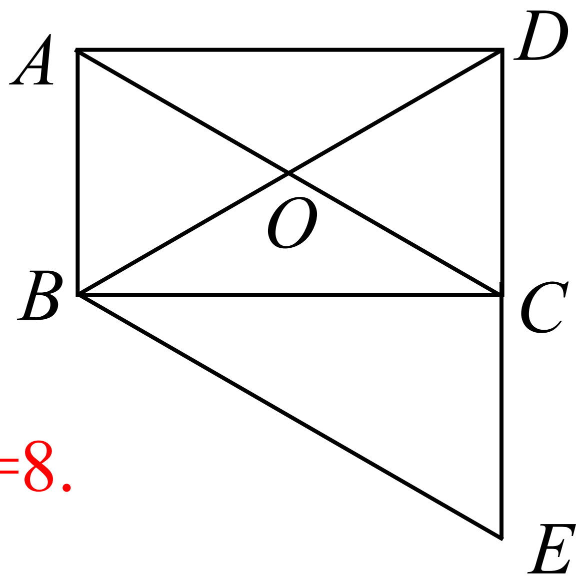
(2)解：∵在矩形$ABCD$中, $BO=4$,

∴$BD=2BO=2\times4=8$.

∵$\angle DBC=30°$,

∴$CD=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times8=4$,

∴$AB=CD=4$, $DE=CD+CE=CD+AB=8$.



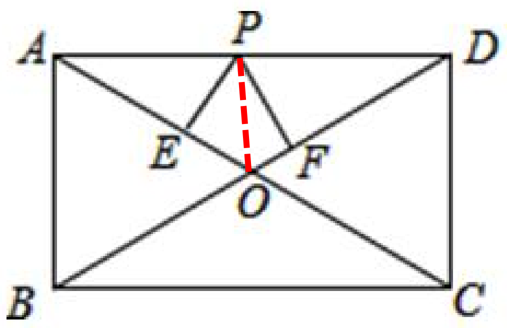
在Rt△BCD中,

$BC=\sqrt{BD^2-CD^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$.

∴四边形$ABED$的面积$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$.

能力提升：

7.如图，在矩形$ABCD$中，$AB=6$，$AD=8$，P是AD上的动点，$PE\perp AC$，$PF\perp BD$于F，求$PE+PF$的值.



解：连接OP.

$\because$四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle DAB=90°$，$OA=OD=OC=OB$，

$\therefore S_{\triangle AOD}=S_{\triangle DOC}=S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOC}$

$=\frac{1}{4}S_{矩形ABCD}=\frac{1}{4}\times 6\times 8=12.$

在Rt$\triangle BAD$中，由勾股定理得$BD=10$，

$\therefore AO=OD=5$，

$\because S_{\triangle APO}+S_{\triangle DPO}=S_{\triangle AOD}$，

$\therefore \frac{1}{2}AO\cdot PE+\frac{1}{2}DO\cdot PF=12$，即$5PE+5PF=24$，

$\therefore PE+PF=\frac{24}{5}$．

课堂小结

直角三角形性质

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

见《学练优》本课时练习