

课题学习

吉祥



哪种灯更省钱

窗外的阳光照进来
别让阳光忘记。

选择方案



灯具店老板介绍说：

一种节能灯的功率是10瓦(即0.01千瓦), 售价60元；
一种白炽灯的功率是60瓦(即0.06千瓦), 售价为3元。两种
灯的照明效果是一样的, 使用寿命也相同(3000小时以
上)。

父亲说：“买白炽灯可以省钱”。而小刚正好读八年级，
他在心里默算了一下说：“还是买节能灯吧”。父子二人
争执不下。咱们本地电费为0.5元 / 千瓦·时，请聪明的你
帮助他们选择哪一种灯可以省钱呢？



合作探究

铺垫问题

议一议

问题1 题中谈到几种灯？小明准备买几种灯？

两种灯。小明准备买一种灯。

问题2 灯的总费用由哪几部分组成？

灯的总费用=灯的售价+电费

电费= $0.5 \times$ 灯的功率(千瓦) \times 照明时间(时).



问题3： 如何计算两种灯的费用？

设照明时间是 x 小时，节能灯的费用 y_1 元表示，白炽灯的费用 y_2 元表示，则有：

$$y_1 = 60 + 0.5 \times 0.01x = 0.005x + 60;$$

$$y_2 = 3 + 0.5 \times 0.06x = 0.03x + 3.$$

问题4： 观察上述两个函数

- (1) 若使用两种灯的费用相等,它的含义是什么? $y_1 = y_2$
- (2) 若使用节能灯省钱,它的含义是什么? $y_1 < y_2$
- (3) 若使用白炽灯省钱,它的含义是什么? $y_1 > y_2$

即： (1) x 取何值时, $y_1 = y_2$?

(2) x 取何值时, $y_1 < y_2$? (3) x 取何值时, $y_1 > y_2$?

试一试

从“数”上解

问题：（1） x 取何值时， $y_1 = y_2$ ？

（2） x 取何值时， $y_1 < y_2$ ？

（3） x 取何值时， $y_1 > y_2$ ？

探究一：你能利用函数的解析式给出解答吗？

别忘记了：

$$y_1 = 0.005x + 60$$

$$y_2 = 0.03x + 3$$

解法一：

从“数”上

解：设照明时间是 x 小时，节能灯的费用 y_1 元表示，白炽灯的费用 y_2 元表示，则有： $y_1 = 0.005x + 60$ ； $y_2 = 0.03x + 3$.

若 $y_1 = y_2$ ，则有 $0.005x + 60 = 0.03x + 3$

解得： $x = 2280$

即当照明时间等于2280小时，购买节能灯、白炽灯均可。

若 $y_1 < y_2$ ，则有 $0.005x + 60 < 0.03x + 3$

解得： $x > 2280$

即当照明时间大于2280小时，购买节能灯较省钱。

若 $y_1 > y_2$ ，则有 $0.005x + 60 > 0.03x + 3$

解得： $x < 2280$

即当照明时间小于2280小时，购买白炽灯较省钱。

从“形”上解

问题：（1） x 取何值时， $y_1 = y_2$ ？

（2） x 取何值时， $y_1 = y_2$ ？

（3） x 取何值时， $y_1 = y_2$ ？

探究二：你能利用函数的图象给出解答吗？

解法二：

解：设照明时间是 x 小时，节能灯的费用 y_1 元表示，白炽灯的费用 y_2 元表示，则有： $y_1 = 0.005x + 60$ ， $y_2 = 0.03x + 3$
列表，画图，得

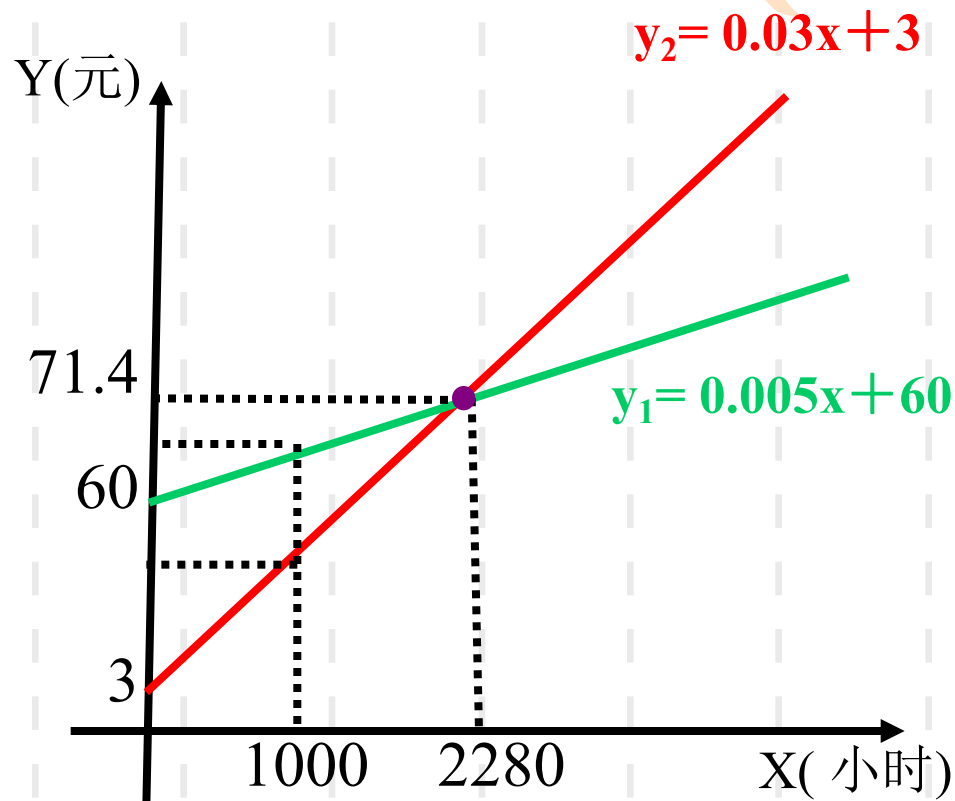
x	0	1000
y_1	60	65
y_2	3	33

由图象可知：

当 $x=2280$ 时， $y_1=y_2$ ，
故照明时间等于2280小时，
购买节能灯、白炽灯均可。

当 $x > 2280$ 时， $y_1 < y_2$ ，
故照明时间大于2280小时，
且不超过3000小时，用
节能灯省钱；

当 $x < 2280$ 时， $y_1 > y_2$ ，
故照明时间小于2280时，用白炽灯省钱；



从“形”上

解

变一变

变式 (1)

■ 若一盏白炽灯的使用寿命为2000小时，一盏节能灯的使用寿命为6000小时。如果不考虑其它因素，假设计划照明6000小时，使用哪一种照明灯省钱？省多少钱？

解：节能灯6000小时的费用为：

把 $x=6000$ 代入 $y_1 = 0.005x + 60$ 中，得

$$y_1 = 0.005 \times 6000 + 60 = 90 \text{ (元)}$$

白炽灯6000小时的费用为：

把 $x=2000$ 代入 $y_2 = 0.03x + 3$ 中，得

$$y_2 = 0.03 \times 2000 + 3 = 63 \text{ (元)}$$

$$\therefore 63 \times 3 = 189 \text{ (元)}$$

节省钱为： $189 - 90 = 99$ (元)

答：使用节能灯省钱，可省99元钱。

变式 (2)

如果两种灯的使用寿命都是3000小时, 而小明计划照明3500小时, 小明已经买了一个节能灯和一个白炽灯, 请你帮他设计最省钱的用灯方法.

解: 由上面讨论知知道, 当照明时间大于2280小时, 使用节能灯省钱; 当照明时间小于2280小时, 使用白炽灯省钱. 所以先尽可能的使用节能灯, 最后使用白炽灯。

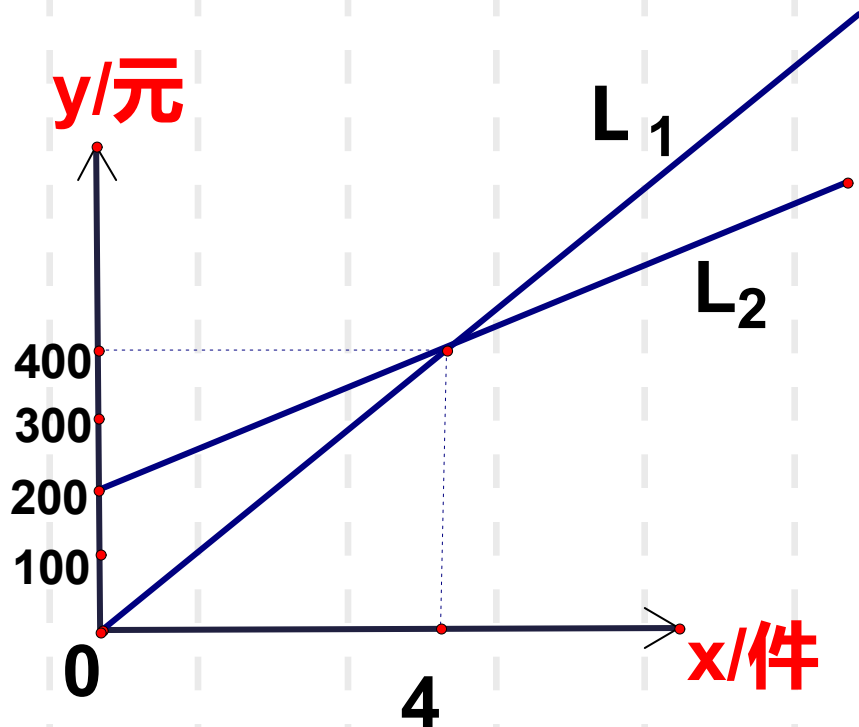
因此使用方法是: 节能灯使用3000时, 白炽灯使用500小时。

变式训练

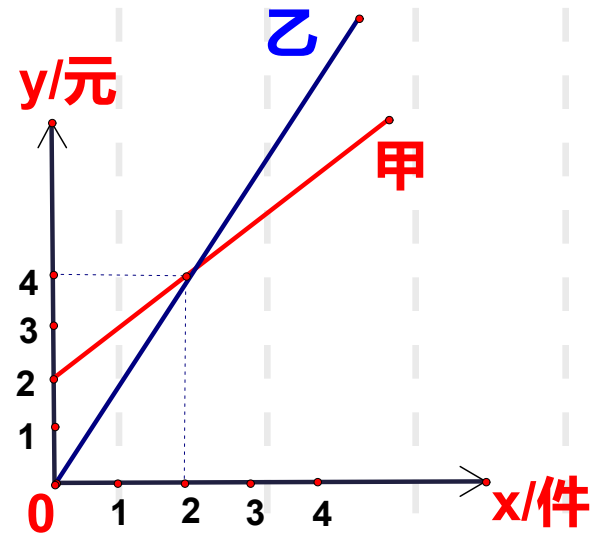
吉祥如意

1、如图所示， L_1 反映了某公司产品的销售**收入**和销售数量的关系， L_2 反映产品的销售**成本**与销售数量的关系，根据图象判断公司**盈利**时销售量（ **B** ）

- A、小于4件
- B、大于4件
- C、等于4件
- D、大于或等于4件



2、如图是甲、乙两家商店销售同一种产品的销售价 y 元与销售量 x 件之间的函数图象，下列说法（1）售2件时，甲、乙两家的售价相同；（2）买1件时，买乙家的合算；（3）买3件时买甲家的合算；（4）买乙家的1件售价约为3元。其中说法正确的是： (1) (2) (3) 。

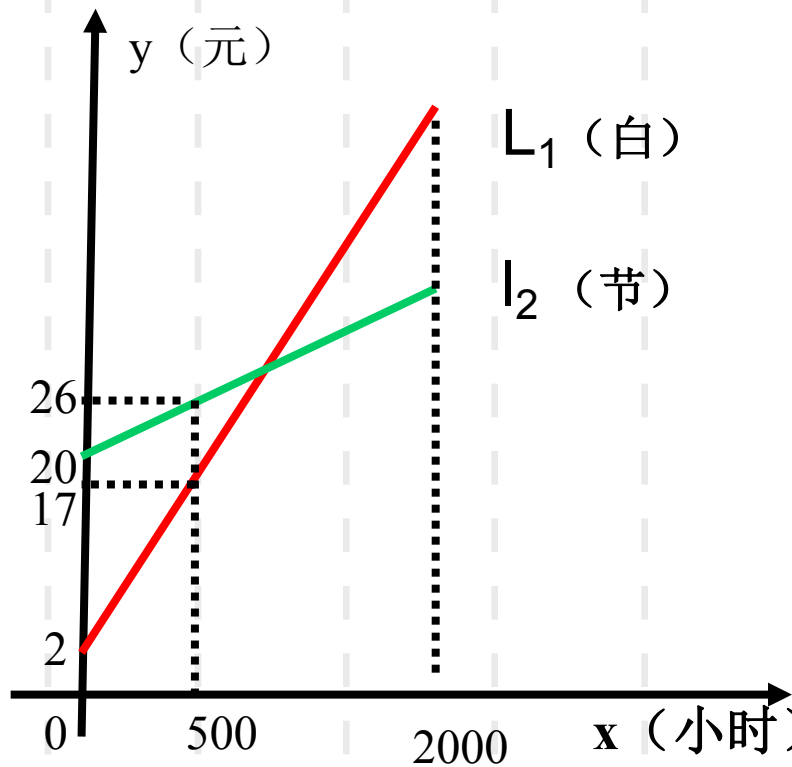




反馈检测

如图， l_1 、 l_2 分别表示一种白炽灯和一种节能灯的费用 y （费用=灯的售价+电费，单位：元）与照明时间 x 的函数图象，假设两种灯的使用寿命都是2000小时，照明效果一样。据图象解答下列问题：

- (1) 一个白炽灯的售价为____元；一个节能灯的售价是____元；
- (2) 分别求出 l_1 、 l_2 的解析式；
- (3) 当照明时间，两种灯的费用相等？
- (4) 小亮房间计划照明2500小时，他买了一个白炽灯和一个节能灯，请你帮他设计最省钱的用灯方法。



解：(1) 2元； 20元；

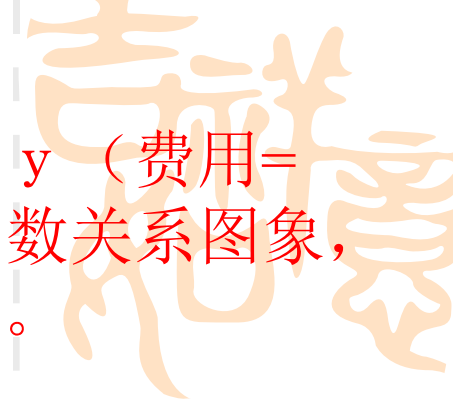
(2) $y_1 = 0.03x + 2$; ($0 \leq x \leq 2000$)

$y_2 = 0.012x + 20$; ($0 \leq x \leq 2000$)

(3) 当 $y_1 = y_2$ 时， $x = 1000$

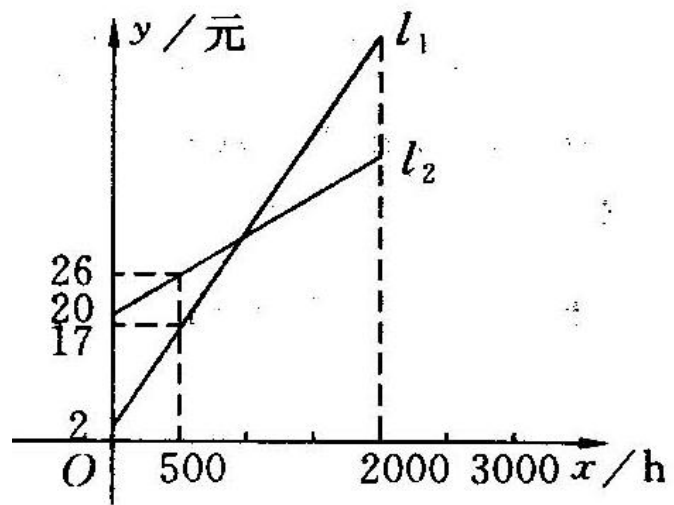
(4) 节能灯使用2000小时，

白炽灯使用500小时



如图所示， l_1 、 l_2 分别表示一种白灯和节能灯的费用 y （费用=灯的售价+电费，单位：元）与照明时间 x （h）的函数关系图象，假设两种灯的使用寿命都是2000h，照明的效果一样。

- ①根据图象分别求出 l_1 、 l_2 的函数关系式
- ②当照明时间为多少时，两种灯的费用相等
- ③小亮房间计划照明2500h，他买了一个白灯和一个节能灯，请你帮他设计最省钱的用灯方法。



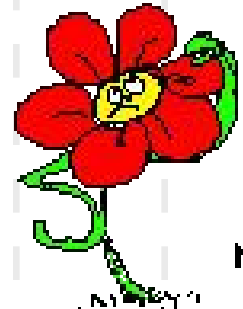
你现在是小采购员，想在两种灯中选购一种，节能灯10瓦60元，白炽灯60瓦4元，两种灯照明效果一样，使用寿命也相同(3000小时以上)。如果电费是0.7元/(千瓦·时)，选哪种灯可以节省费用？

解：设照明时间为x小时，则节能灯的总费用 y_1 为

$$y_1 = 0.7 \times 0.01x + 60$$

白炽灯的总费用 y_2 为

$$y_2 = 0.7 \times 0.06x + 4$$

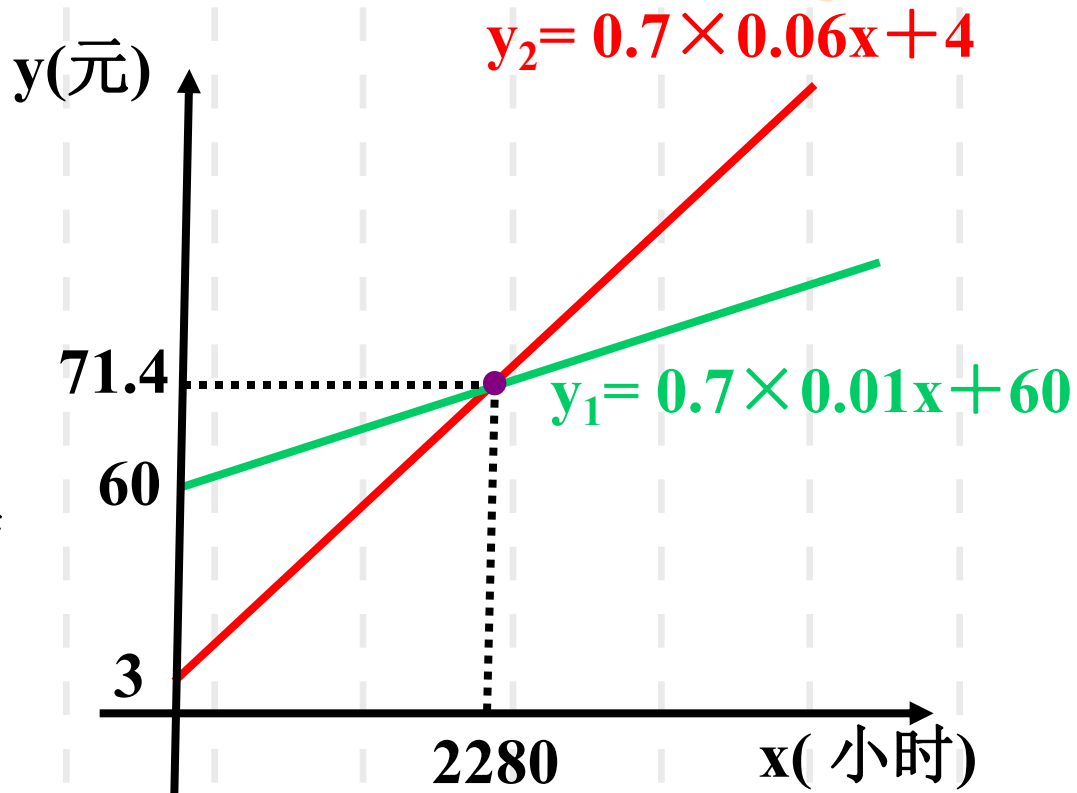


No?

© Yael Biran 1998

(1)照明时间小于1600小时，用哪种灯省钱？照明时间超过2280小时，但不超过灯的使用寿命，用哪种灯省钱？

(2)如果灯的使用寿命为3000小时，而计划照明3500小时，则需要购买两个灯，试设计你认为的省钱选灯方案？



练习2、

为了保护环境，某企业决定购买**10**台污水处理设备，现有**A、B**两种型号的设备，其中每台的价格、月处理污水量及年消耗如下表：

	A型	B型
价格(万元/台)	12	10
处理污水量(吨/月)	240	200
年消耗费(万元/台)	1	1

经预算，该企业购买设备的资金不高于**105**万元

(1)求购买设备的资金**y**万元与购买**A**型**x**台的函数关系，并设计该企业有几种购买方案

(1)求购买设备的资金y万元与购买A型x台的函数关系，并设计该企业有几种购买方案

$$y=12x+10(10-x)$$

即 $y=2x+100$

$$\because y=2x+100 \leq 105$$

$$\therefore x \leq 2.5$$

又 $\because x$ 是非负整数

$\therefore x$ 可取 0、1、2

\therefore 有三种购买方案：①购A型0台，B型10台；②购A型1台，B型9台；③购A型2台，B型8台。

	A型	B型
价格(万元/台)	12	10
处理污水量(吨/月)	240	200
年消耗费(万元/台)	1	1

A型x台
则B型10-x台

(2)若企业每月产生的污水量为2040吨，利用函数的知识说明，应该选哪种购买方案？

解：由题意得 $240x + 200(10 - x) \geq 2040$

解得 $x \geq 1$

$\therefore x$ 为1或2

$\because k > 0 \therefore y$ 随 x 增大而增大。

即：为节约资金，应选购A型1台，B型9台

怎样租车

窗外的阳光照进来
The sunlight out of the window shines on to come in

記得|忘記。



解决问题

怎样租车

某学校计划在总费用**2300元**的限额内，利用汽车送**234**名学生和**6**名教师集体外出活动，每辆汽车上至少有**1**名教师。现有甲、乙两种大客车，它们的载客量和租金如表：

	甲种客车	乙种客车
载客量（单位：人/辆）	45	30
租金（单位：元/辆）	400	280

- (1) 共需租多少辆汽车？
- (2) 给出最节省费用的租车方案。



分析

- (1) 要保证**240**名师生有车坐
- (2) 要使每辆汽车上至少要有**1**名教师

根据(1)可知,汽车总数不能小于6;根据(2)可知,汽车总数不能大于6。综合起来可知汽车总数为 6。

设租用 x 辆甲种客车,则租车费用 y (单位:元)是 x 的函数,即

$$y=400x+280(6-x)$$

化简为: $y=120x+1680$

问题

讨论

根据问题中的条件，自变量 x 的取值应有几种能？

为使**240**名师生有车坐， x 不能小于**4**；

为使租车费用不超过**2300**元， x 不能超过**5**。

综合起来可知 x 的取值为**4、5**。

$$45x + 30(6-x) \geq 240$$

$$15x \geq 60$$

$$x \geq 4$$

$$400x + 280(6-x) \leq 2300$$

$$120x \leq 620$$

$$x \leq 31/6$$

$$\therefore 4 \leq x \leq 31/6$$

在考虑上述问题的基础上，你能得出几种不同的租车方案？为节省费用应选择其中的哪种方案？试说明理由。

方案一

$$y=120x+1680$$

4辆甲种客车，2辆乙种客车；

$$y_1=120 \times 4 + 1680 = 2160$$

方案二

5辆甲种客车，1辆乙种客车；

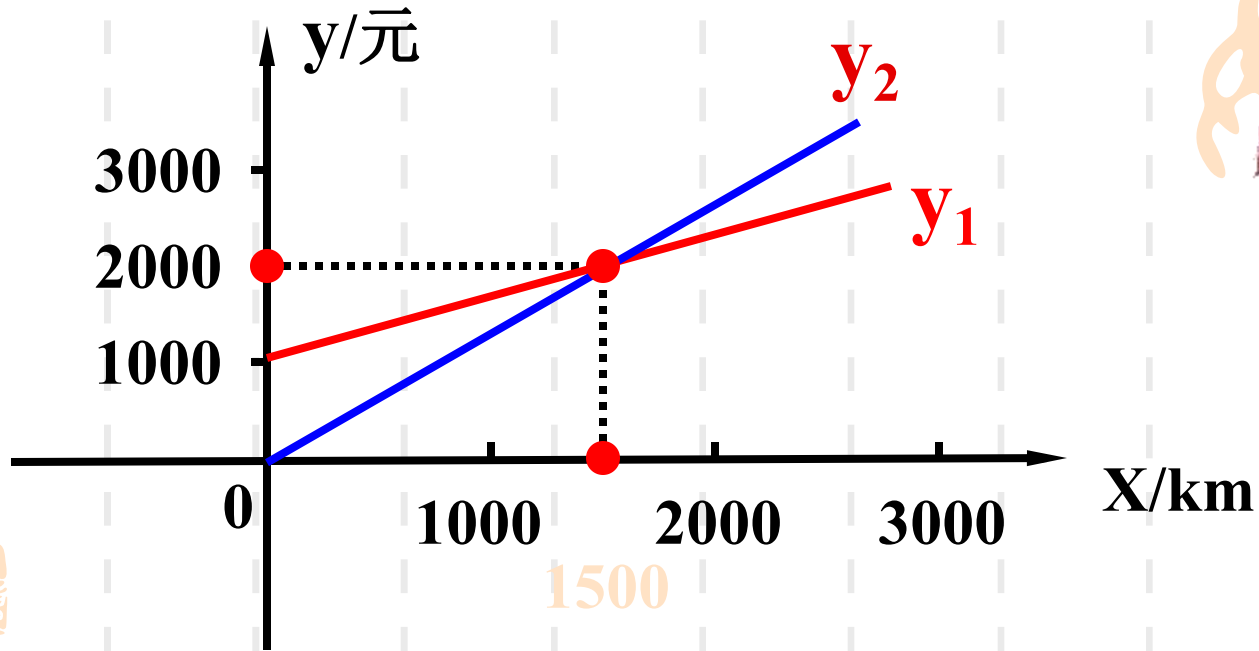
$$y_2=120 \times 5 + 1680 = 2280$$

应选择方案一，它比方案二节约120元。

怎样租车

某单位急需用车，但又不准备买车，他们准备和一个体车主或者一国有出租车公司其中一家签订合同。设汽车每月行使 x 千米，应付给个体车主的月费用 y_1 元，应付给出租车公司的月费用为 y_2 元， y_1 ， y_2 分别与 x 之间的函数关系如下图所示，每月行程等于多少时，租两家车的费用相同，是多少元？行程为多少时租用个体户车便宜？行程为多少时租用出租车公司的车便宜？





解：每月行驶1500km时，租两家车费用相同，都是2000元。

每月行驶少于1500km时，租个体户车便宜；

每月行驶大于1500km时，租出租车公司的车便宜。

怎样购票

我校校长暑期带领学校市级“三好学生”去北京旅游，甲旅行社说：“如果校长买全票一张，则其余的学生可以享受半价优惠”。乙旅行社说：“包括校长全部按全票价的6折优惠”。已知全票价为240元。

(1) 当学生人数是多少时，两家旅行社的收费一样？

(2) 若学生人数为9人时，哪家收费低？

(3) 若学生人数为11人时，哪家收费低？

解：设有学生 x 人，则甲旅行社收费 y_1 元，乙旅行社收费 y_2 元，则

$$y_1 = 240 + 0.5 \times 240x = 240 + 120x$$

$$y_2 = 240 \times 0.6x = 144x$$

当 $y_1 = y_2$ 时，有 $x = 10$ ，

当 $y_1 > y_2$ 时，有 $x < 10$ ，

当 $y_1 < y_2$ 时，有 $x > 10$ ，

∴当学生的人数是10时，两家旅行社收费一样，当学生为9人时，乙旅行社收费低，当学生为11人时，甲旅行社收费低。



练习

某零件制造车间有工人**20**名，已知每名工人每天可制造甲种零件**6**个或乙种零件**5**个，且每制造一个甲种零件可获利润**150**元，每制造一个乙种零件获利润**260**元，在这**20**名工人中，车间每天安排**x**名工人制造甲种零件，其余工人制造乙种零件。

(1) 所获利润**y**元与制造甲种零件**x**人关系

(2) 若每天所获利润不低于**24000**元，你认为至少要派多少名工人制造乙种零件合适？

解： (1) $y=6x \cdot 150+5(20-x) \cdot 260$

$$y=26000-400x(0 \leq x \leq 20)$$

(2) $\because y \geq 24000 \quad \therefore 26000-400x \geq 24000$

$$\therefore x \leq 5$$

$$\therefore 20-x \geq 15$$

答，车间每天至少安排**15**人才合适。



2. 小明用的练习本可以到甲商店购买，也可以到乙商店购买，已知两商店的标价都是每本1元，但甲商店的优惠条件是：购买10本以上，从第11本开始以按标价的70%卖；乙商店的优惠条件是：从第1本开始就按标价的85%卖。

(1) 小明要买20本时，到哪个商店购买较省钱？一样

(2) 分别写出甲乙两商店中，收款 y (元)与购买本数 x (本) ($x > 10$)的函数关系式.

$$y_1 = 3 + 0.7x$$

$$y_2 = 0.85x$$

(3) 小明现有24元钱，最多可买多少本？30

怎样调水

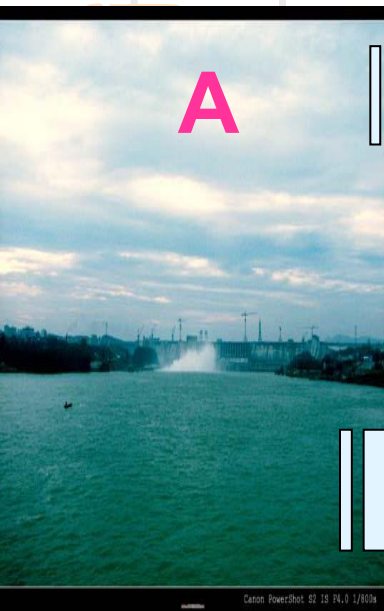
窗外的阳光照进来
The sunlight out of the window shines on to come in

記得|忘記。



引入新课

从A、B两水库向甲、乙两地调水,其中甲地需水15万吨,乙地需水13万吨,A、B两水库各可调出水14万吨.从A地到甲地50千米,到乙地30千米;从B地到甲地60千米,到乙地45千米.设计一个调运方案使水的调运量(单位:万吨·千米)尽可能小.



怎样调水

从A、B两水库向甲、乙两地调水，其中甲地需水15万吨，乙地需水13万吨，A、B两水库各可调出水14万吨。从A地到甲地50千米，到乙地30千米；从B地到甲地60千米，到乙地45千米。设计一个调运方案使水的调运量（单位：万吨·千米）尽可能小。

调运量：即 水量 \times 运程

分析：设从A水库调往甲地的水量为 x 吨，则有

	甲	乙	总计
A	x	$14-x$	14
B	$15-x$	$x-1$	14
总计	15	13	28

课题学习

选择方案

怎样调水

解：设从A水库调往甲地的水量为 x 万吨，总调运量为 y 万吨·千米则

从A水库调往乙地的水量为 $\underline{(14-x)}$ 万吨

从B水库调往甲地的水量为 $\underline{(15-x)}$ 万吨

从B水库调往乙地的水量为 $\underline{(x-1)}$ 万吨

所以
$$y = 50x + 30(14-x) + 60(15-x) + 45(x-1)$$

(1) 化简这个函数，并指出其中自变量 x 的取值应有什么限制条件？



课题学习 选择方案

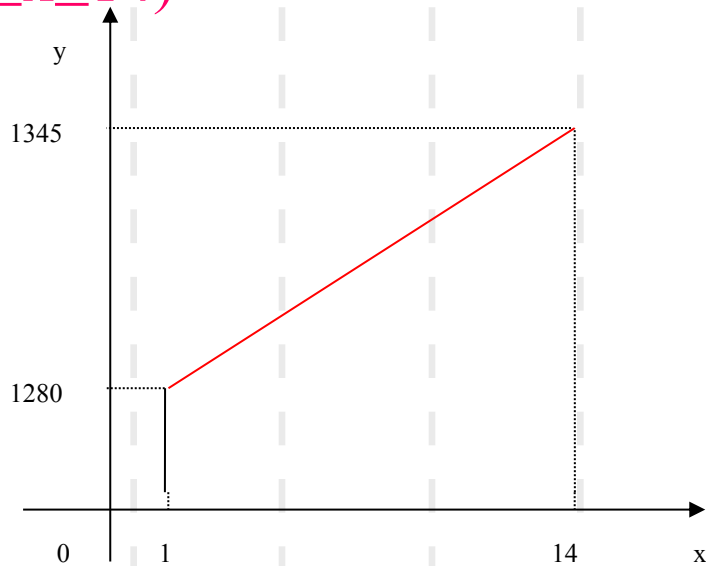
怎样调水

化简得

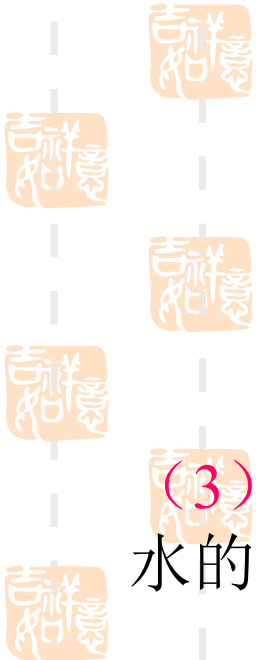
$$y=5x+1275$$

$$(1 \leq x \leq 14)$$

(2) 画出这个函数的图像。



(3) 结合函数解析式及其图像说明水的最佳调运方案。
水的最小调运量为多少？




课题学习

选择方案

怎样调水



一次函数 $y = 5x + 1275$ 的值 y 随 x 的增大而增大，所以当 $x=1$ 时 y 有最小值，最小值为 $5 \times 1 + 1275 = 1280$ ，所以这次运水方案应从A地调往甲地1万吨，调往乙地 $14 - 1 = 13$ （万吨）从B地调往甲地 $15 - 1 = 14$ （万吨），调往乙地 $1 - 1 = 0$ （万吨）

 (4) 如果设其它水量（例如从B水库调往乙地的水量）为 x 万吨，能得到同样的最佳方案吗？



四人小组讨论一下



课题学习

选择方案

怎样调水

解：设从B水库向乙地调水 x 吨，总调运量为 y 万吨·千米则

从B水库向甲地调水 $(14-x)$ 万吨

从A水库向乙地调水 $(13-x)$ 万吨

从A水库向甲地调水 $(x+1)$ 万吨

所以 $y=5x+1280$ ($0 \leq x \leq 13$)

一次函数 $y = 5x + 1280$ 的值 y 随 x 的增大而增大，所以当 $x=0$ 时 y 有最小值，最小值为 $5 \times 0 + 1275 = 1280$ ，所以这次

运水方案应从B地调往乙地0万吨，调往甲地14（万吨）；
从A地调往乙地13（万吨），调往甲地1（万吨）

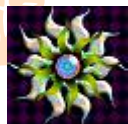
课题学习

选择方案

怎样调水

吉祥如意

归纳：解决含有多个变量的问题时，可以分析这些变量之间的关系，从中选取有代表性的变量作为自变量，然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数，以此作为解决问题的数学模型。



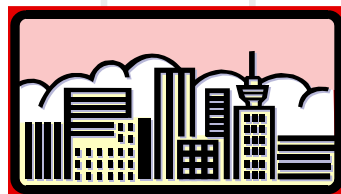
怎样调运

- 例1 A城有肥料200吨，B城有肥料300吨，现要把这些肥料全部运往C、D两乡。从A城往C、D两乡运肥料的费用分别为每吨20元和25元；从B城往C、D两乡运肥料的费用分别为每吨15元和24元，现C乡需要肥料240吨，D乡需要肥料260吨，怎样调运总运费最少？

C乡需要肥料240吨

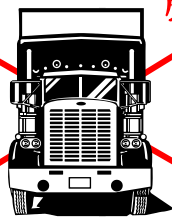


A城有肥料200吨



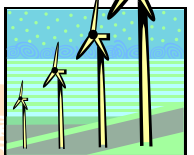
每吨20元

每吨25元

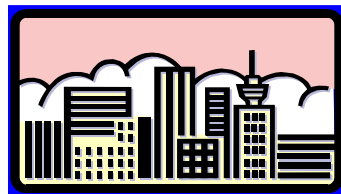


每吨15元

D乡需要肥料260吨



B城有肥料300吨



每吨24元

思考：影响总运费的变量有哪些？由A、B城分别运往C、D乡的肥料量共有几个量？这些量之间有什么关系？

怎样调运

- 例1 A城有肥料200吨，B城有肥料300吨，现要把这些肥料全部运往C、D两乡。从A城往C、D两乡运肥料的费用分别为每吨20元和25元；从B城往C、D两乡运肥料的费用分别为每吨15元和24元，现C乡需要肥料240吨，D乡需要肥料260吨，怎样调运总运费最少？

运地 \ 收地	C	D	总计
A	x吨	(200-x)吨	200吨
B	(240-x)吨	(60+x)吨	300吨
总计	240吨	260吨	500吨

怎样调运



解：设从A城调往C乡的化肥为 x 吨，总运费为 y 元则

从A城调往D乡的化肥为 $(200-x)$ 吨

从B城调往C乡的化肥为 $(240-x)$ 吨

从B城调往D乡的化肥为 $(x+60)$ 吨

所以 $y=20x+25(200-x)+15(240-x)+24(x+60)$

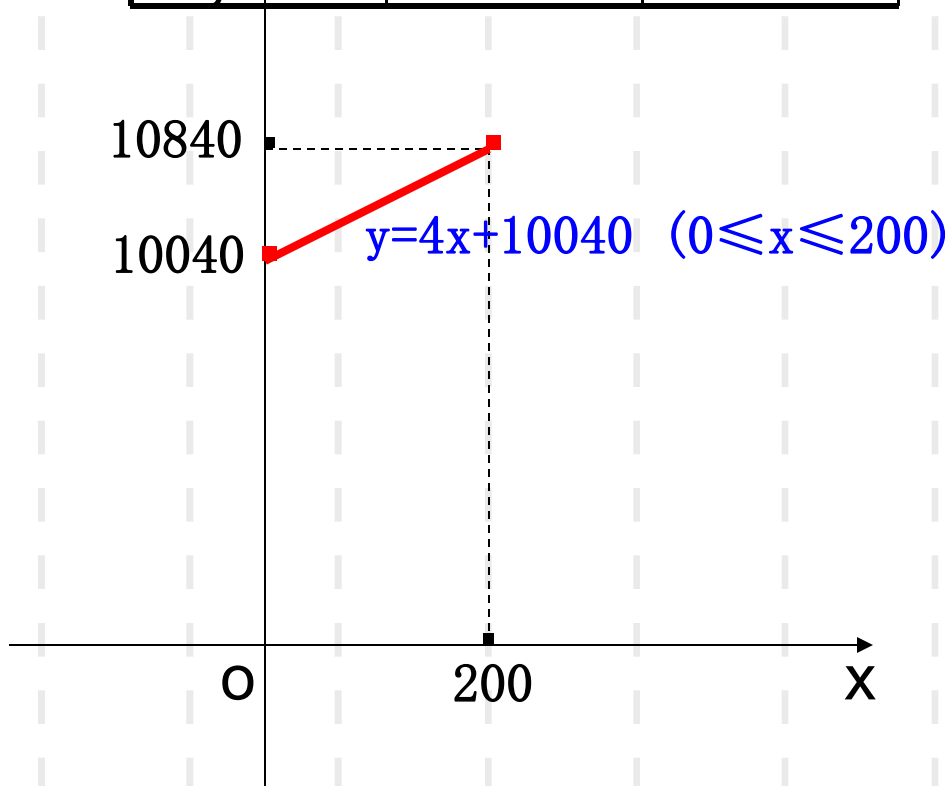
(1) 化简这个函数，并指出其中自变量 x 的取值应有什么限制条件？

$$y=4x+10040 \quad (0 \leq x \leq 200)$$

怎样调运

x (吨)	0	200
y (元)	10040	10840

(2)



吉祥如意






课题学习 选择方案

怎样调运

答：一次函数 $y=4x+10040$ 的值 y 随 x 的增大而增大，所以当 $x=0$ 时 y 有最小值，最小值为 $4 \times 0 + 10040 = 10040$ ，所以这次运化肥的方案应从 A 城调往 C 乡 0 吨，调往 D 乡 200 吨；从 B 城调往 C 乡 240 吨，调往 D 乡 60 吨。

 (3) 如果设其它运量（例如从 B 城调往 C 乡的化肥为 x 吨，能得到同样的最佳方案吗？


     试一试 你也一定能行



课题学习 选择方案

怎样调运

答：一次函数 $y=4x+10040$ 的值 y 随 x 的增大而增大，所以当 $x=0$ 时 y 有最小值，最小值为 $4 \times 0 + 10040 = 10040$ ，所以这次运化肥的方案应从 A 城调往 C 乡 0 吨，调往 D 乡 200 吨；从 B 城调往 C 乡 240 吨，调往 D 乡 60 吨。

 (3) 如果设其它运量（例如从 B 城调往 C 乡的化肥为 x 吨，能得到同样的最佳方案吗？

  **试一试 你也一定能行**



我市某乡A、B两村盛产柑桔，A村有柑桔200吨，B村有柑桔300吨，现将这些柑桔运到C、D两个冷藏仓库。已知C仓库可储存240吨，D仓库可储存260吨；从A村运往C、D两处的费用分别为每吨20元和25元，从B仓库运往C、D两处的费用分别为15元和18元。设从A村运往C仓库的柑桔重量为 x 吨，A、B两村运往两仓库的柑桔运输用分别为 y_A 元和 y_B 元。请填写下表。

收地 \ 运地	C	D	总计
A	x 吨	$(200-x)$ 吨	200吨
B	$(240-x)$ 吨	$(x+60)$ 吨	300吨
总计	240吨	260吨	500吨



1. 求 y_A , y_B 出与 x 之间的函数关系式。
2. 试讨论A、B两村中, 哪个村的运费更少?
3. 考虑到B村的经济承受能力, B村的柑桔运费不得超过4830元, 在这种情况下, 请问怎样调运才能使两村运费之和最小? 求出这个最小值。





课题学习 选择方案

怎样调运

作业:

A市和B各有机床12台和6台，现运往C市10台，D市8台，若从A市运一台到C市，D市各需要4万元和8万元，从B市运一台到C市，D市各需3万元和5万元。

(1) 设B市运往C市 x 台，求总费用 y 关于 x 的函数关系式；

(2) 若总费用不超过95万元，问共有多少种调运方法？

(3) 求总费用最低的调运方法，最低费用是多少万元？



活动六：巩固提高



A城有化肥200吨，B城有化肥300吨，现要把化肥运往C、D两农村，现已知C地需要240吨，D地需要260吨。如果从A城运往C、D两地运费分别是20元/吨与25元/吨，从B城运往C、D两地运费分别是15元/吨与24元/吨，怎样调运花钱最少？

