



第二十章 数据的分析

20.1 数据的集中趋势

20.1.1 平均数（第1课时）





温馨提示

如果您在观看本课件的过程中出现压字现象，请关闭所有幻灯片，重新打开可正常观看。

学习目标

1. 理解数据的权和加权平均数的概念.
2. 掌握加权平均数的计算方法，明确加权平均数在数据分析中的作用.





新课导入

农科院为了选出适合某地种植的甜玉米种子，对甲、乙两个品种各用10块试验田进行试验，得到各试验田每公顷的产量如下表. 根据这些数据，应为农科院选择甜玉米种子提出怎样的建议呢？

品种	各试验田每公顷产量（吨）				
甲	7.65	7.50	7.62	7.59	7.65
	7.64	7.50	7.40	7.41	7.41
乙	7.55	7.56	7.53	7.44	7.49
	7.52	7.58	7.46	7.53	7.49







【引例】

某市三个郊县的人均耕地面积如下表：



郊县	人均耕地面积(公顷)
A	0.15
B	0.21
C	0.18

这个市郊县的人均耕地面积如下表示正确吗？

$$\frac{0.15 + 0.21 + 0.18}{3}$$





某市三个郊县的人数及人均耕地面积如下表：



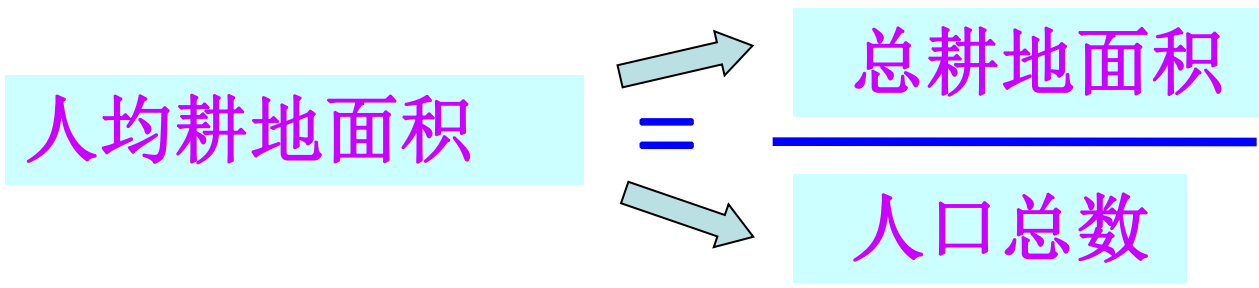
郊县	人数(万)	人均耕地面积(公顷)
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

这个市郊县的人均耕地面积是多少？（精确到0.01公顷）





思考1：这个市郊县的人均耕地面积与哪些因素有关？它们之间有何关系？





郊区	人数 (万)	人均耕地面积 (公顷)
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

$$\text{人均耕地面积} = \frac{\text{总耕地面积}}{\text{人口总数}}$$

思考2: 总耕地面积 \longrightarrow 三个郊区耕地面积之和

思考3: 人口总数 \longrightarrow 三个郊区人数之和

解答: 这个市郊区的人均耕地面积是:

$$\frac{0.15 \times 15 + 0.21 \times 7 + 0.18 \times 10}{15 + 7 + 10} \approx 0.17 \text{ (公顷)}$$





我们就把上面求得的平均数0.17称为三个数0.15, 0.21, 0.18的加权平均数, 由于各郊区的人数不同, 各郊区的人均耕地面积对这个市郊区的人均耕地面积的影响就不同. 因此我们把三个郊区的人数(单位: 万) 15, 7, 10分别称为三个数据的权.

“权”的英文是 weight, 有表示数据重要程度的意思, 即数据的权能反映数据的相对“重要程度”.





在上面的问题中，三个数据0.15，0.21，0.18的权分别是15，7，10，说明三个数据在计算这个市郊县人均耕地面积时的相对重要程度不同。

郊县	人数(万)	人均耕地面积(公顷)
A	15	0.15
B	7	0.21
C	10	0.18

而有的同学求得这个市郊县的人均耕地面积为

$$\frac{0.15+0.21+0.18}{3}=0.18 \text{ (公顷)} .$$

显然是忽视了数据的权的作用，结论肯定是错误的。





郊县	人数(万)	人均耕地面积(公顷)
A	ω_1	x_1
B	ω_2	x_2
C	ω_3	x_3

思考：你能用上面的字母表示出这个市郊县的人均耕地面积吗？

能

$$\frac{x_1\omega_1 + x_2\omega_2 + x_3\omega_3}{\omega_1 + \omega_2 + \omega_3}$$





定义

若 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n 的权分别是 w_1, w_2, \dots, w_n ,
则

$$\frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

叫做这 n 个数的加权平均数.





【例题】

例1. 一家公司打算招聘一名英文翻译，对甲、乙两名应试者进行了听、说、读、写的英语水平测试，他们各项的成绩（百分制）如下：

应试者	听	说	读	写
甲	85	83	78	75
乙	73	80	85	82

(1) 如果这家公司想招一名口语能力较强的翻译，听、说、读、写成绩按照3：3：2：2的比确定，计算两名应试者的平均成绩（百分制）。从他们的成绩看，应该录取谁？





应试者	听	说	读	写
甲	85	83	78	75
乙	73	80	85	82

思考（1）这家公司在招聘英文翻译时，对甲、乙两名应试者进行了哪几方面的英语水平测试？成绩分别是多少？

思考（2）招口语能力较强的翻译，“听、说、读、写成绩按照3：3：2：2的比确定”，说明公司侧重于哪几个方面的成绩？

思考（3）计算两名候选人的平均成绩实际上就是求两人听、说、读、写四项成绩的加权平均数，那么它们的权分别是什么？





(2) 如果这家公司想招一名笔译能力较强的翻译，听、说、读、写成绩按照2：2：3：3的比确定，计算两名应试者的平均成绩（百分制）。从他们的成绩看，应该录取谁？

应试者	听	说	读	写
甲	85	83	78	75
乙	73	80	85	82

思考（1）招笔译能力较强的翻译，“听、说、读、写成绩按照2：2：3：3的比确定”，说明公司侧重于哪几个方面的成绩？

思考（2）计算两名候选人的平均成绩实际上就是求两人听、说、读、写四项成绩的加权平均数，那么它们的权分别是什么？





【解析】（1）听、说、读、写的成绩按照3：3：2：2的比确定，则甲的平均成绩为

$$\frac{85 \times 3 + 83 \times 3 + 78 \times 2 + 75 \times 2}{3 + 3 + 2 + 2} = 81,$$

乙的平均成绩为

$$\frac{73 \times 3 + 80 \times 3 + 85 \times 2 + 82 \times 2}{3 + 3 + 2 + 2} = 79.3.$$

应试者	听	说	读	写
甲	85	83	78	75
乙	73	80	85	82

显然甲的成绩比乙的高，所以从成绩看，应该录取甲。





(2) 听、说、读、写的成绩按照2 : 2 : 3 : 3的比确定，
则甲的平均成绩为

$$\frac{85 \times 2 + 83 \times 2 + 78 \times 3 + 75 \times 3}{2 + 2 + 3 + 3} = 79.5,$$

乙的平均成绩为

$$\frac{73 \times 2 + 80 \times 2 + 85 \times 3 + 82 \times 3}{2 + 2 + 3 + 3} = 80.7,$$

应试者	听	说	读	写
甲	85	83	78	75
乙	73	80	85	82

显然乙的成绩比甲的高，所以从成绩看，应该录取乙。





例2. 一次演讲比赛中，评委将从演讲内容、演讲能力、演讲效果三个方面为选手打分，各项成绩均按百分制计，然后再按演讲内容占50%、演讲能力占40%、演讲效果占10%的比例，计算选手的综合成绩（百分制）。进入决赛的前两名选手的单项成绩如下表所示：

选手	演讲内容	演讲能力	演讲效果
A	85	95	95
B	95	85	95

请确定出两人的名次。





选手	演讲内容 (50%)	演讲能力 (40%)	演讲效果 (10%)
A	85	95	95
B	95	85	95

思考（1）你认为在计算选手的综合成绩时侧重于哪个方面的成绩？三项成绩的权分别是多少？

思考（2）利用加权平均数公式你能求出甲、乙的综合成绩，确定两人的名次吗？





选手	演讲内容 (50%)	演讲能力 (40%)	演讲效果 (10%)
A	85	95	95
B	95	85	95

【解析】 选手A的最后得分是

$$\frac{85 \times 50\% + 95 \times 40\% + 95 \times 10\%}{50\% + 40\% + 10\%}$$
$$= 42.5 + 38 + 9.5$$
$$= 90.$$

选手B的最后得分是

$$\frac{95 \times 50\% + 85 \times 40\% + 95 \times 10\%}{50\% + 40\% + 10\%}$$
$$= 47.5 + 34 + 9.5$$
$$= 91.$$

由上可知选手B获得第一名，选手A获得第二名。





选手	演讲内容	演讲能力	演讲效果
A	85	95	95
B	95	85	95

思考 两名选手的单项成绩都是两个95分与一个85分，为什么他们的最后得分不同？从中你能体会到权的作用吗？

选手A的95分有一个是演讲能力，B的95分有一个是演讲内容，而根据题意可知，演讲内容所占的权重比演讲能力所占的权重大，所以A的95分就不如B的95分在综合成绩中占的分值大。在此更能显示出“权”的重要性。





【例题】

例3. 某公司欲招聘一名公关人员，对甲、乙两位候选人进行了面试和笔试，他们的成绩如下表所示：

候选人	测试成绩（百分制）	
	面试	笔试
甲	86	90
乙	92	83





- (1) 如果公司认为面试和笔试成绩同等重要（权均为5），从他们的成绩看，谁将被录取？
- (2) 如果公司认为，作为公关人员面试的成绩应该比笔试的成绩更重要，并分别赋予它们6和4的权，计算甲、乙两人各自的平均成绩，看看谁将被录取？





【解析】 (1) 面试和笔试同等重

要时，

甲的平均成绩为

$$\frac{86 \times 5 + 90 \times 5}{5 + 5} = 43 + 45 = 88.$$

乙的平均成绩为

$$\frac{92 \times 5 + 83 \times 5}{5 + 5} = 46 + 41.5 = 87.5.$$

显然甲的成绩比乙的高，所以从成绩看，应该录取甲。

候选人	测试成绩 (百分制)	
	面试	笔试
甲	86	90
乙	92	83





(2) 面试和笔试分别赋予它们6和4的权，

则甲的平均成绩为

$$\frac{86 \times 6 + 90 \times 4}{6 + 4} = 51.6 + 36 = 87.6.$$

乙的平均成绩为

$$\frac{92 \times 6 + 83 \times 4}{6 + 4} = 55.2 + 33.2 = 88.4.$$

候选人	测试成绩 (百分制)	
	面试	笔试
甲	86	90
乙	92	83

显然乙的成绩比甲的高，所以从成绩看，应该录取乙。





【跟踪训练】

1. 一组数据由 a 个 x_1 , b 个 x_2 , c 个 x_3 组成, 那么这组数据的平均数是 ()

A. $\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$

B. $\frac{a + b + c}{3}$

C. $\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{3}$

D. $\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}$

【解析】选 D. 数据 x_1, x_2, x_3 的权分别是 a, b, c , 则这组数据的平均数是 $\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}$.





2. 数学期末总评成绩由作业分数、课堂参与分数、期末考试分数三部分组成,并按 $3:3:4$ 的比例确定. 已知小明的期末考试 80 分,作业 90 分,课堂参与 85 分,则他的总评成绩为_____.

【解析】
$$\frac{3}{10} \times 90 + \frac{3}{10} \times 85 + \frac{4}{10} \times 80 = 84.5(\text{分}).$$

答案:84.5 分





3. 晨光中学规定学生的学期体育成绩满分为100分，其中早锻炼及体育课外活动占20%，期中考试成绩占30%，期末考试成绩占50%。小桐的三项成绩（百分制）依次为95分、90分、85分，小桐这学期的体育成绩是多少？



【解析】 小桐这学期的体育成绩是

$$\frac{95 \times 20\% + 90 \times 30\% + 85 \times 50\%}{20\% + 30\% + 50\%}$$
$$= 19 + 27 + 42.5$$
$$= 88.5 \text{ (分)} .$$





4. 某次电视歌手大奖赛,共七名专家评委,为一位歌手打分,依次为 9.7,9.6,9.5,9.8,9.3,9.7,9.2. 另外还有 5 位观众为歌手打分,依次为 9.9,9.7,9.8,9.8,9.6. 记分方法是每组打分各去掉一个最高分,一个最低分,再计算每组的平均数,之后按照专家评委打分占 70%,观众评委打分占 30%,记录最后得分,按上面的打分和记分方法,算一下该歌手的最后得分.





【解析】专家评委打分的平均分为：

$$\frac{9.3+9.5+9.6+9.7+9.7}{5}=9.56$$

观众评委打分的平均分为：

$$\frac{9.7+9.8+9.8}{3}\approx 9.77$$

故该歌手最后得分为：

$$9.56\times 70\%+9.77\times 30\%\approx 9.62$$

答：该歌手最后得分为 9.62 分。





随堂练习

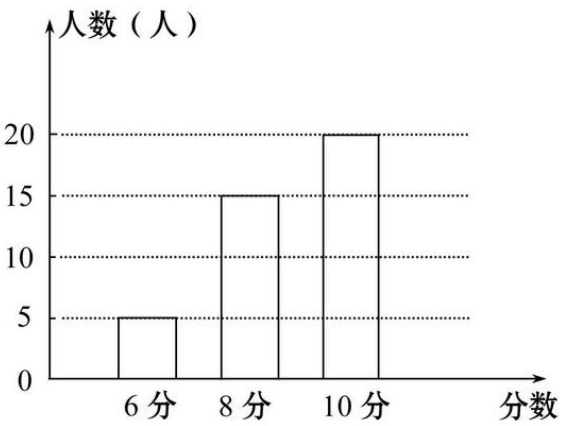
1. 若 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 的平均数是 5, $x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{20}$ 的平均数是 3, 则 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ 的平均数是 ()
- A. 8 B. 5 C. 4 D. 3

【解析】选 C. 因为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 的平均数是 5, $x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{20}$ 的平均数是 3, 所以 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{10} = 50$, $x_{11} + x_{12} + x_{13} + \dots + x_{20} = 30$, 所以 $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20}}{20} = \frac{50 + 30}{20} = 4$.





2. (济南·中考) 在一次体育课上, 体育老师对九年级一班的40名同学进行了立定跳远项目的测试, 测试所得分数及相应的人数如图所示. 则这次测试的平均分为 ()



- A. $\frac{5}{3}$ 分
- B. $\frac{35}{4}$ 分
- C. $\frac{40}{3}$ 分
- D. 8分

【解析】选B. 这次测试的平均分为:

$$\frac{6 \times 5 + 8 \times 15 + 10 \times 20}{40} = \frac{35}{4} \text{ (分)} .$$





3. 在航天知识竞赛中，包括甲同学在内的6名同学的平均分为74分，其中甲同学考了89分，则除甲以外的5名同学的平均分为____分.

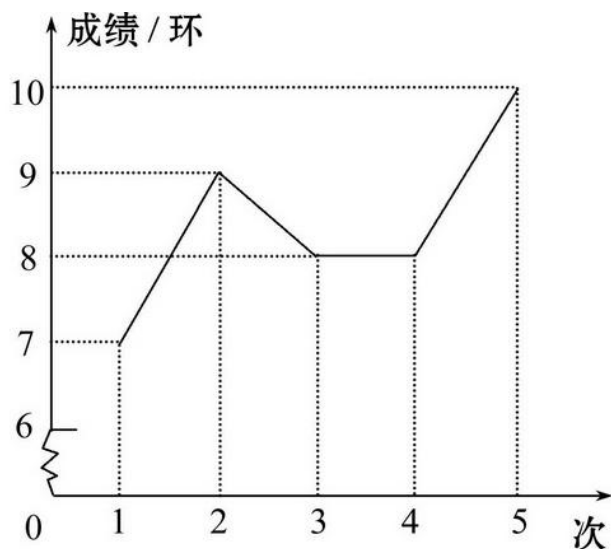
【解析】由题意得， $\frac{74 \times 6 - 89}{5} = 71$ （分）.

答案：71





4. 如图是小敏五次射击成绩的折线图, 根据图中信息, 则这五次成绩的平均数是_____环.



【解析】由平均数的定义, 得此五次成绩的平均数是 $(7 + 9 + 8 + 8 + 10) \div 5 = 8.4$ (环).

答案: 8.4





5. (株洲·中考) 学校广播站要招聘一名播音员, 考查形象、知识面、普通话三个项目. 按形象占10%, 知识面占40%, 普通话占50%计算加权平均数, 作为最后评定的总成绩. 李文和孔明两位同学的各项成绩如下表:

项目 选手	形象	知识面	普通话
李文	70	80	88
孔明	80	75	x

- (1) 计算李文同学的总成绩;
- (2) 若孔明同学要在总成绩上超过李文同学, 则他的普通话成绩 x 应超过多少分?





【解析】 (1) $70 \times 10\% + 80 \times 40\% + 88 \times 50\% = 83$ (分) .

$$(2) 80 \times 10\% + 75 \times 40\% + 50\% \cdot x > 83$$

解得 $x > 90$.

答：(1) 李文同学的总成绩是83分，

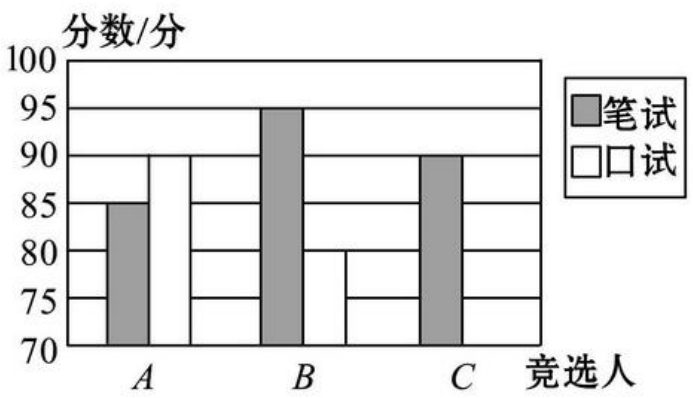
(2) 孔明同学要在总成绩上超过李文同学，则他的普通话成绩应超过90分.



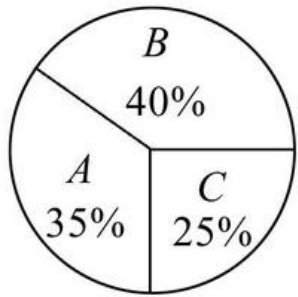


6. A , B , C 三名大学生竞选系学生会主席，他们的笔试成绩和口试成绩（单位：分）分别用两种方式进行了统计，如表和图所示。

	A	B	C
笔试	85	95	90
口试		80	85



(1)



(2)



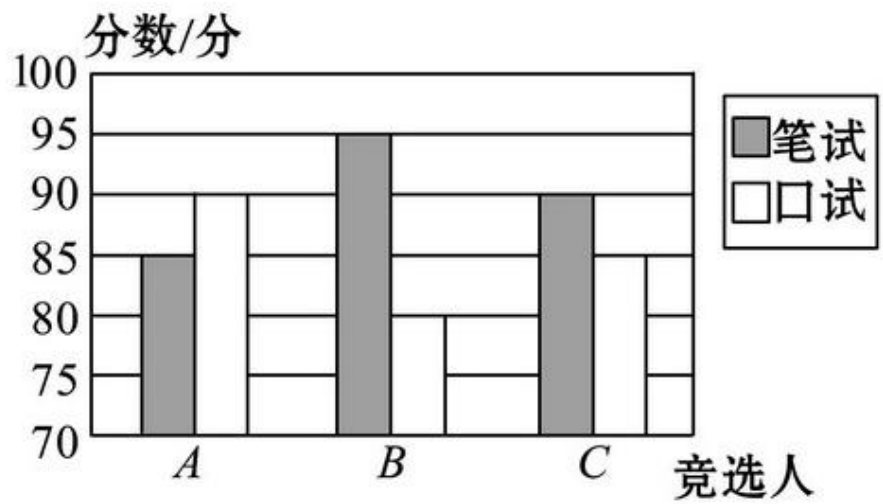


- (1) 请将表和图（1）中的空缺部分补充完整.
- (2) 竞选的最后一个程序是由本系的300名学生进行投票，三位候选人的得票情况如图（2）所示（没有弃权票，每名
学生只能推荐一个），请计算每人的得票数.
- (3) 若每票计1分，系里将笔试、口试、得票三项测试得分按4：3：3的比例确定个人成绩，请计算三位候选人的最后成绩，并根据成绩判断谁能当选.





【解析】 (1) 表中填入数据90；补充后的统计图如图



(2) A: $300 \times 35\% = 105$ (票);

B: $300 \times 40\% = 120$ (票);

C: $300 \times 25\% = 75$ (票).





$$(3) A: \frac{85 \times 4 + 90 \times 3 + 105 \times 3}{4 + 3 + 3} = 92.5(\text{分});$$

$$B: \frac{95 \times 4 + 80 \times 3 + 120 \times 3}{4 + 3 + 3} = 98(\text{分});$$

$$C: \frac{90 \times 4 + 85 \times 3 + 75 \times 3}{4 + 3 + 3} = 84(\text{分}).$$

计算可知B的分值最高，所以B当选。





课堂小结

若 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n 的权分别是 $w_1, w_2, \dots,$

w_n , 则 $\frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$ 叫做这 n 个数据的加权

平均数.





加权平均数同算术平均数一样，刻画一组数据的集中趋势。通过求一些实际问题的加权平均数，感受到“权”对平均数的影响，进一步体会“权”的意义和作用，“权”的重要性在于它能够反映数据的相对“重要程度”。





名言警句

古之立大事者，不惟有超世之才，亦必有坚忍不拔之志。

—— 苏 轼 《晁错论》

