

# 第二十一章 一元二次方程

## 21.2.1 配方法

### 第1课时 直接开平方法

导入新课

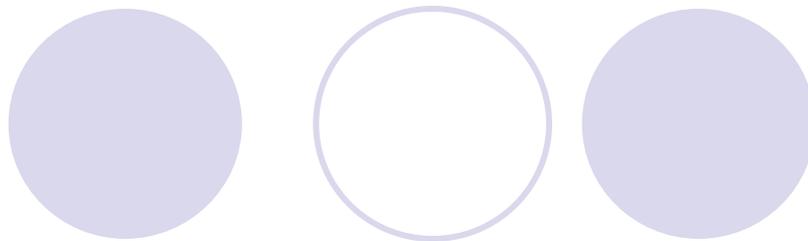
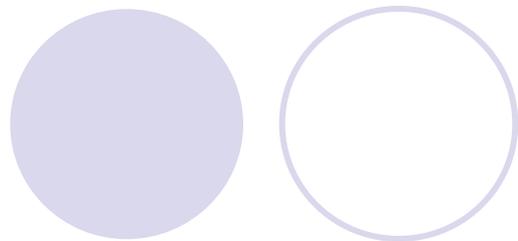
讲授新课

当堂练习

课堂小结

## 学习目标

- 1.会把一元二次方程降次转化为两个一元一次方程. (难点)
- 2.运用开平方法解形如 $x^2=p$ 或  $(x+n)^2=p$  ( $p \geq 0$ )的方程. (重点)



## 复习引入

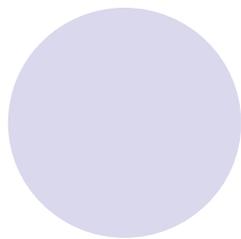
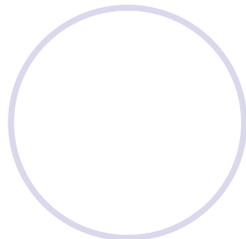
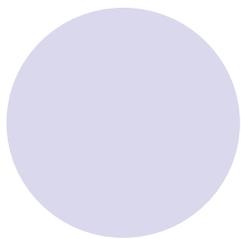
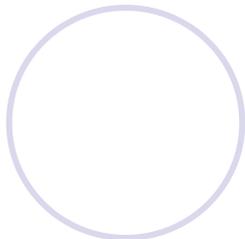
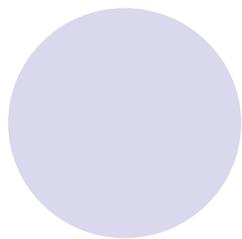
1.如果  $x^2=a$ , 则 $x$ 叫做 $a$ 的 平方根.

2.如果  $x^2=a(a \geq 0)$ , 则 $x= \underline{\pm\sqrt{a}}$ .

3.如果  $x^2=64$ , 则 $x= \underline{\pm 8}$ .

4.任何数都可以作为被开方数吗?

负数不可以作为被开方数.



试一试 解下列方程，并说明你所用的方法，与同伴交流.

(1)  $x^2=4$  解:根据平方根的意义, 得  
 $x_1=2, x_2=-2.$

(2)  $x^2=0$  解:根据平方根的意义, 得  
 $x_1=x_2=0.$

(3)  $x^2+1=0$  解:根据平方根的意义, 得  
 $x^2=-1,$   
因为负数没有平方根, 所以原方程无解.



如果我们将 $x^2=4$ ， $x^2=0$ ， $x^2+1=0$ 变形为 $x^2=p$ 呢？

一般的，对于方程  $x^2=p$ ， (I)

(1) 当 $p>0$  时，根据平方根的意义，方程(I)有两个不等的实数根  $x_1=-\sqrt{p}$ ， $x_2=\sqrt{p}$ ；

(2) 当 $p=0$  时，方程(I)有两个相等的实数根  $x_1=x_2=0$ ；

(3) 当 $p<0$  时，因为任何实数 $x$ ，都有 $x^2\geq 0$ ，所以方程(I)

无实数根.

**归纳** 利用平方根的定义直接开平方求一元二次方程的根的方法叫**直接开平方法**.

例1 利用直接开平方法解下列方程：

(1)  $x^2=6$ ;

(2)  $x^2-900=0$ .

解：(1)  $x^2=6$ ,

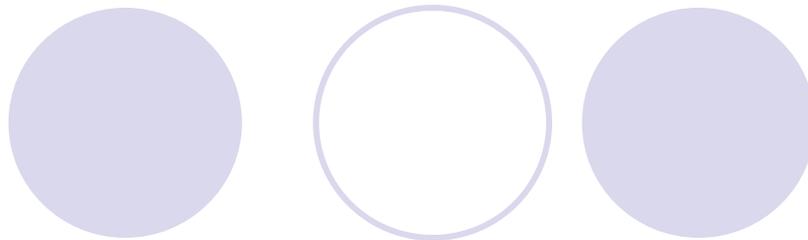
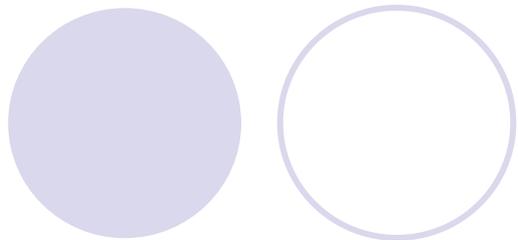
(2) 移项，得  $x^2=900$ .

直接开平方，得  $x=\pm\sqrt{6}$ ,

直接开平方，得  $x=\pm 30$ ,

$\therefore x_1=\sqrt{6}, x_2=-\sqrt{6}$

$\therefore x_1=30, x_2=-30$ .



## 探究交流

对照上面解方程(I)的方法, 你认为怎样解方程  $(x+3)^2=5$

在解方程(I)时, 由方程  $x^2=25$  得  $x=\pm 5$ . 由此想到:

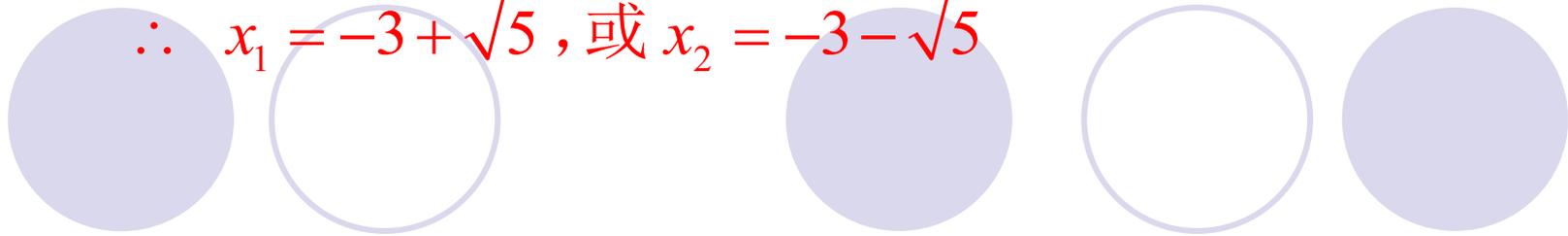
$$(x+3)^2=5, \quad \textcircled{2}$$

得  $x+3=\pm\sqrt{5},$

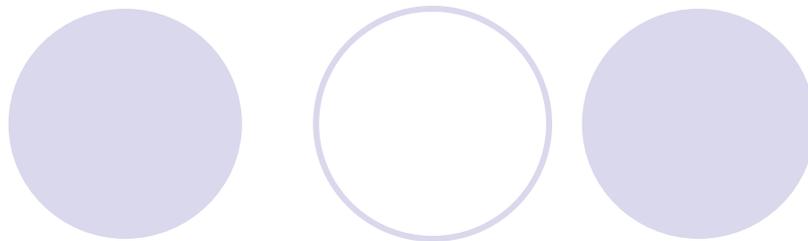
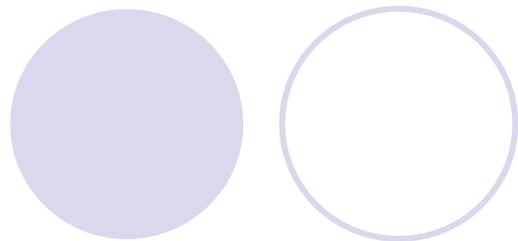
$$\therefore x+3=\sqrt{5}, \text{ 或 } x+3=-\sqrt{5}. \quad \textcircled{3}$$

于是, 方程  $(x+3)^2=5$  的两个根为

$$\therefore x_1 = -3 + \sqrt{5}, \text{ 或 } x_2 = -3 - \sqrt{5}$$



上面的解法中，由方程②得到③，实质上是把一个一元二次方程“降次”，转化为两个一元一次方程，这样就把方程②转化为我们会解的方程了。

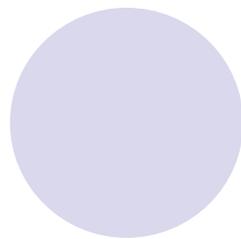
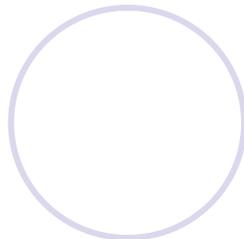
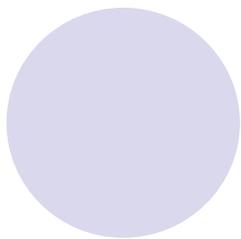
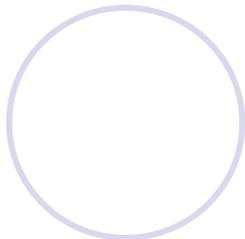
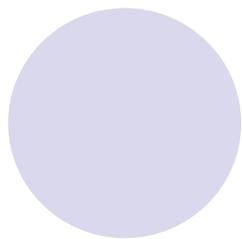


例2 解下列方程：

(1)  $(x+1)^2 = 2$  ;

(2)  $(x-1)^2 - 4 = 0$ ;

(3)  $12(3-2x)^2 - 3 = 0$ .



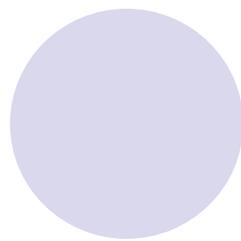
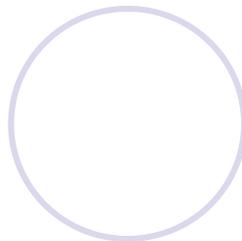
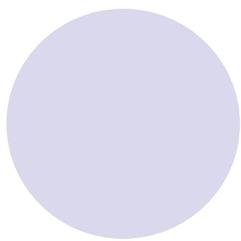
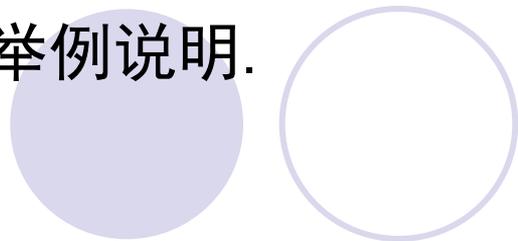
1.能用直接开平方法解的一元二次方程有什么特点？

如果一个一元二次方程具有 $x^2=p$ 或 $(x+n)^2=p$  ( $p \geq 0$ ) 的形式，那么就可以用直接开平方法求解.

2.用直接开平方法解一元二次方程的一般步骤是什么？

首先将一元二次方程化为左边是含有未知数的一个完全平方形式，右边是非负数的形式，然后用平方根的概念求解.

3.任意一个一元二次方程都能用直接开平方法求解吗？请举例说明.



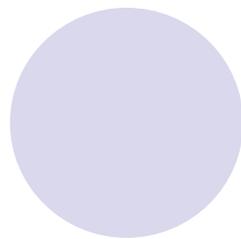
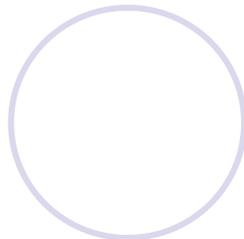
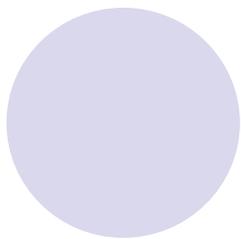
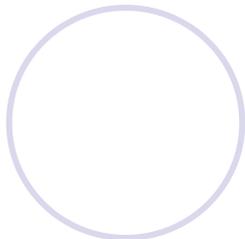
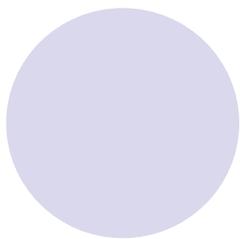
1、下列解方程的过程中，正确的是（**D**）

(A)  $x^2=-2$ ,解方程，得 $x=\pm\sqrt{2}$

(B)  $(x-2)^2=4$ ,解方程，得 $x-2=2,x=4$

(C)  $4(x-1)^2=9$ ,解方程，得 $4(x-1)=\pm 3, x_1=\frac{7}{4}; x_2=\frac{1}{4}$

(D)  $(2x+3)^2=25$ ,解方程，得 $2x+3=\pm 5, x_1=1;x_2=-4$



## 2. 填空：

(1) 方程  $x^2=0.25$  的根是  $x_1=0.5, x_2=-0.5$  .

(2) 方程  $2x^2=18$  的根是  $x_1=3, x_2=-3$  .

(3) 方程  $(2x-1)^2=9$  的根是  $x_1=2, x_2=-1$  .

## 3. 解下列方程：

(1)  $x^2-81=0$ ;

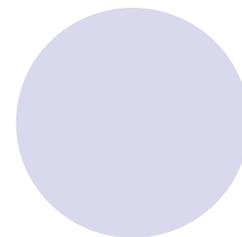
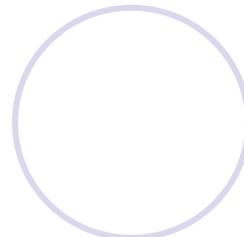
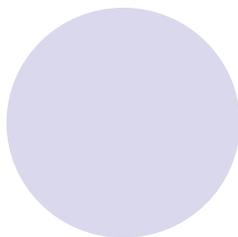
解：  $x_1=9, x_2=-9$ ;

(2)  $2x^2=50$ ;

解：  $x_1=5, x_2=-5$ ;

(3)  $(x+1)^2=4$  .

解：  $x_1=1, x_2=-3$  .



4. (请你当小老师) 下面是李昆同学解答的一道一元二次方程的具体过程, 你认为他解的对吗? 如果有错, 指出具体位置并帮他改正.

解:

$$\left(\frac{1}{3}y+1\right)^2-5=0,$$
$$\left(\frac{1}{3}y+1\right)^2=5, \quad \textcircled{1}$$
$$\frac{1}{3}y+1=\sqrt{5}, \quad \textcircled{2}$$
$$\frac{1}{3}y=-1+\sqrt{5}, \quad \textcircled{3}$$
$$y=3\sqrt{5}-1, \quad \textcircled{4}$$

解: 不对, 从开始错, 应改为  $\frac{1}{3}y+1=\pm\sqrt{5}$ ,  
 $y_1=3\sqrt{5}-3, y_2=-3\sqrt{5}-3.$

能力拓展：

方程 $x^2+6x+4=0$ 可以用直接开平方法解吗？如果不能，那么请你思考能否将其转化成平方形式？

