

21.3 实际问题与一元二次方程

第3课时 建立一元二次方程
解几何问题

学习目标

1 课堂讲解

规则图形的应用

规划图形的应用

2 课时流程

逐点
导讲练



课堂
小结



作业
提升



课时导入

很多实际问题可以通过一元二次方程建模来解决，前面我们已经学习了利用一元二次方程解决传播、增长率、营销问题等，本节课我们继续学习利用一元二次方程解决几何相关问题。



感悟新知

知1—讲

知识点 1 规则图形的应用

【例1】 等腰梯形的面积为 160cm^2 ,上底比高多 4cm ,下底比上底多 16cm ,求这个梯形的高.

导引: 本题可设高为 $x\text{ cm}$,上底和下底都可以用含 x 的代数式表示出来.然后利用梯形的面积公式来建立方程求解.

解: 设这个梯形的高为 $x\text{ cm}$,则上底为 $(x+4)\text{ cm}$,

下底为 $(x+20)\text{ cm}$.

好学生都用点拨 —— 《点拨》



感悟新知

知1—讲

根据题意得

$$\frac{1}{2}x(x+4+x+20)=160$$

整理，得

$$x^2+12x-160=0$$

解得 $x_1=8$, $x_2=-20$ (不合题意，舍去)

答：这个梯形的高为8cm.



归 纳

利用一元二次方程解决规则图形问题时，一般要熟悉几何图形的面积公式、周长公式或体积公式，然后利用公式进行建模并解决相关问题。

知1—练

1 (2015·黔西南州)某校准备修建一个面积为180平方米的矩形活动场地,它的长比宽多11米,设场地的宽为 x 米,则可列方程为() (来自《典中点》)

A. $x(x-11)=180$ B. $2x+2(x-11)=180$

C. $x(x+11)=180$ D. $2x+2(x+11)=180$

2 一个直角三角形的两条直角边的和是14 cm,面积是 24 cm^2 .求两条直角边的长. (来自教材)



知识点 2 规划图形的应用

【例2】如图21.3—1，要设计一本书的封面，封面长27 cm，宽21 cm，正中央是一个与整个封面长宽比例相同的矩形．如果要使四周的彩色边衬所占面积是封面面积的四分之一，上、下边衬等宽，左、右边衬等宽，应如何设计四周边衬的宽度(结果保留小数点后一位)?

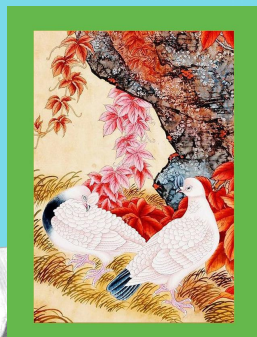


图21.3—1



分析：封面的长宽之比是 $27:21=9:7$ ，中央的矩形的长宽之比也应是 $9:7$. 设中央的矩形的长和宽分别是 $9a$ cm和 $7a$ cm，由此得上、下边衬与左、右边衬的宽度之比是

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(27-9a):(21-7a) \\ &= 9(3-a):7(3-a) \\ &= 9:7. \end{aligned}$$

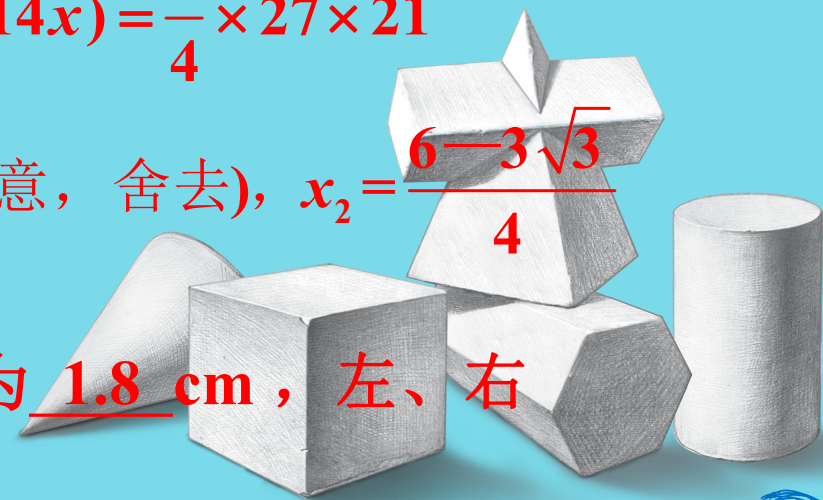


解： 设上下边衬的宽为 $9x$ cm,左右边衬的宽为 $7x$ cm,依题意得

$$(27-18x)(21-14x) = \frac{3}{4} \times 27 \times 21$$

解得 $x_1 = \frac{6+3\sqrt{3}}{4}$ (不合意, 舍去), $x_2 = \frac{6-3\sqrt{3}}{4}$

\therefore 上、下边衬的宽均为 1.8 cm, 左、右边衬的宽均为 1.4 cm



思考：如果换一种设未知数的方法，是否可以更简单地解决上面的问题？请你试一试。

解：设正中央的矩形两边长分别为 $9x$ cm， $7x$ cm.

依题意得

$$9x \cdot 7x = \frac{3}{4} \times 27 \times 21$$

解得 $x_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $x_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (不合意, 舍去)

故上下边衬的宽度为:

$$\frac{27-9x}{2} = \frac{27-9 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{54-27\sqrt{3}}{4} \approx 1.8$$

左右边衬的宽度为:

$$\frac{21-7x}{2} = \frac{21-7 \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{42-21\sqrt{3}}{4} \approx 1.4$$

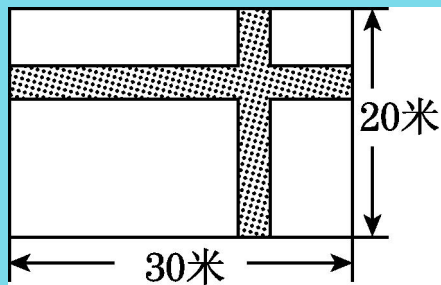


 归 纳

在列一元二次方程解应用题时，由于所得的根一般有两个，但一般情况下只有一个根符合实际问题的要求，所以解方程后一定要检验看哪个根是符合实际问题的解。

知2—练

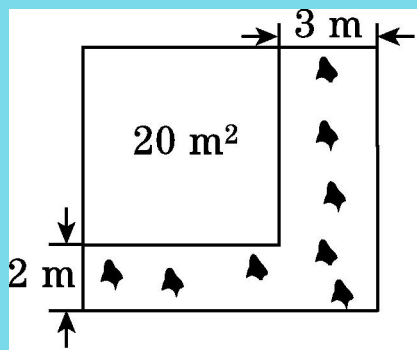
- 1 如图，在宽为20米，长为30米的矩形地面上修建两条同样宽的道路，余下部分作为耕地，若耕地面积需要551平方米，则修建的路宽应为()



- A. 1米 B. 1.5米 C. 2米 D. 2.5米

知2—练

- 2 (2015·佛山)如图, 将一块正方形空地划出部分区域进行绿化, 原空地一边减少了2 m, 另一边减少了3 m, 剩余一块面积为 20 m^2 的矩形空地, 则原正方形空地的边长为()



- A. 7 m B. 8 m C. 9 m D. 10 m

(来自《典中点》)

课堂小结

求解面积问题的方法：

1. 规则图形，套用面积公式列方程
2. 不规则图形，采用割补的办法，使其成为规则图形，根据面积间的和、差关系求解

(来自《典中点》)

练透方法 练出高分 —— 《典中点》



课后作业 (A)

必做:

1. 请你完成教材P22 T5、T8、 T9、 T10
2. 补充完成《典中点》P20 T6、T7



课后作业 (B)

必做:

1. 请你完成教材 P22 T5、T8、 T9、 T10
2. 补充完成《点拨》P30 T6 、 T7 、 T8、 T9

