

• 第二十六章 二次函数

26.1.1 二次函数的意义



复习

下列等式分别叫什么？

(1) $y = 2x$ 正比例函数

$y = kx \ (k \neq 0)$

(2) $y = 2x - 1$ 一次函数

$y = kx + b \ (k \neq 0)$

一次函数

复习

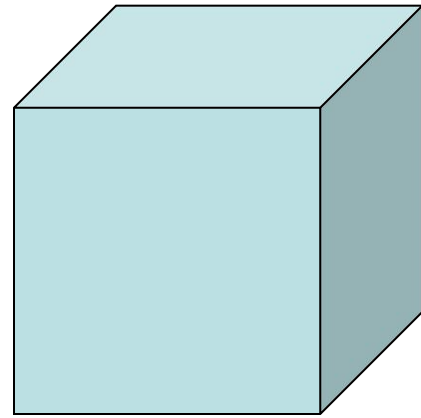
函数的定义：

设在某变化过程中有两个变量 x 、 y ，如果对于 x 在一范围内的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与它对应，那么就称 y 是 x 的函数， x 叫做自变量。

导入

正方体的六个面是全等的正方形，
设正方体的棱长为 a ，表面积为 S ，则
 S 与 a 之间有什么关系？

$$S = 6a^2$$



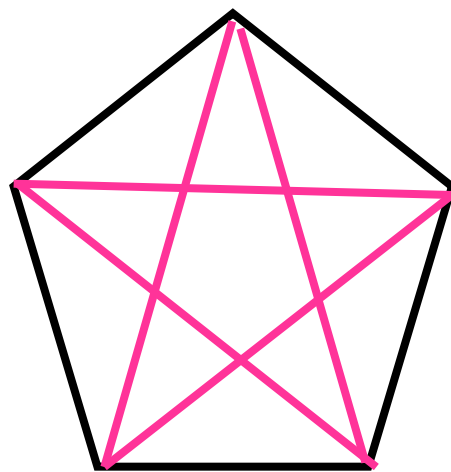
a

导入

多边形对角线的条数 d 与边数 n 之间有什么关系？

$$d = \frac{1}{2}n(n-3)$$

$$d = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n$$



导入

某工厂一种产品现在的年产量是20件，计划今后两年增加产量。如果每一年都比上一年的产量增加 x 倍，那么两年后，这种产品的产量 y 与 x 之间的关系应怎样表示？

$$y = 20(1 + x)^2$$

$$y = 20x^2 + 40x + 20$$

探究

一、观察下列等式，它们有什么共同特点？

$$S = 6a^2$$

具备函数特点

$$d = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n$$

左右两边都是整式，
等号右边都是二次式

$$y = 20x^2 + 40x + 20$$

二次函数的定义:

一般地, 形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$)

的函数, 叫做二次函数。


其中, x 是自变量, ax^2 是二次项, a 是二次项系数
 bx 是一次项, b 是一次项系数
 c 是常数项。


注意:


1. $a \neq 0$ (为什么?), 但 b, c 可以等于 0
2. x 的最高次数是 2 次
3. 是整式, 分母不含有未知数, 根号里不含有未知数。
4. 共有两个未知数变量 x, y

探究

二、下列函数都是二次函数吗？为什么？

$S = 6a^2$  一次项系数、常数项都为0。

$d = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n$  常数项都0。

$y = 20x^2 + 40x + 20$  各项系数齐全。

1. 下列函数中, 哪些是二次函数?

- (1) $y=3(x-1)^2+1$ (是) (2) $y=x+\frac{1}{x}$ (否)
- (3) $s=3-2t^2$ (是) (4) $y=\frac{1}{x^2-x}$ (否)
- (5) $y=(x+3)^2-x^2$ (否) (6) $v=10\pi r^2$ (是)
- (7) $y=x^2+x^3+25$ (否) (8) $y=2^2+2x$ (否)

2、下列函数哪些是二次函数？哪些不是？若是二次函数，请指出 a 、 b 、 c 。

$$(1) \quad y = 1 + 3x^2$$

$$(2) \quad y = x(x - 5)$$

$$(3) \quad y = 3x(2 - x)$$

$$(4) \quad y = (2 - x)(x + 2)$$

先化简后判断

例1: 关于x的函数 $y = (m + 1)x^{m^2 - m}$ 是二次函数, 求m的值.

解: 由题意可得

$$m^2 - m = 2$$

$$m + 1 \neq 0$$

解得, $m = 2$

\therefore 当 $m = 2$ 时, 函数为二次函数。

注意: 二次函数的二次项系数不能为零

巩固

3、 m 为何值时，函数

$$y = (m^2 - m)x^2 + mx + (m + 1)$$

是以 x 为自变量的二次函数？

范例

例2、已知二次函数 $y = x^2 + px + q$
当 $x=1$ 时，函数值是4；当 $x=2$ 时，函数值是-5。求这个二次函数的解析式。

求函数解析式的关键是什么？

确定函数解析式的系数。

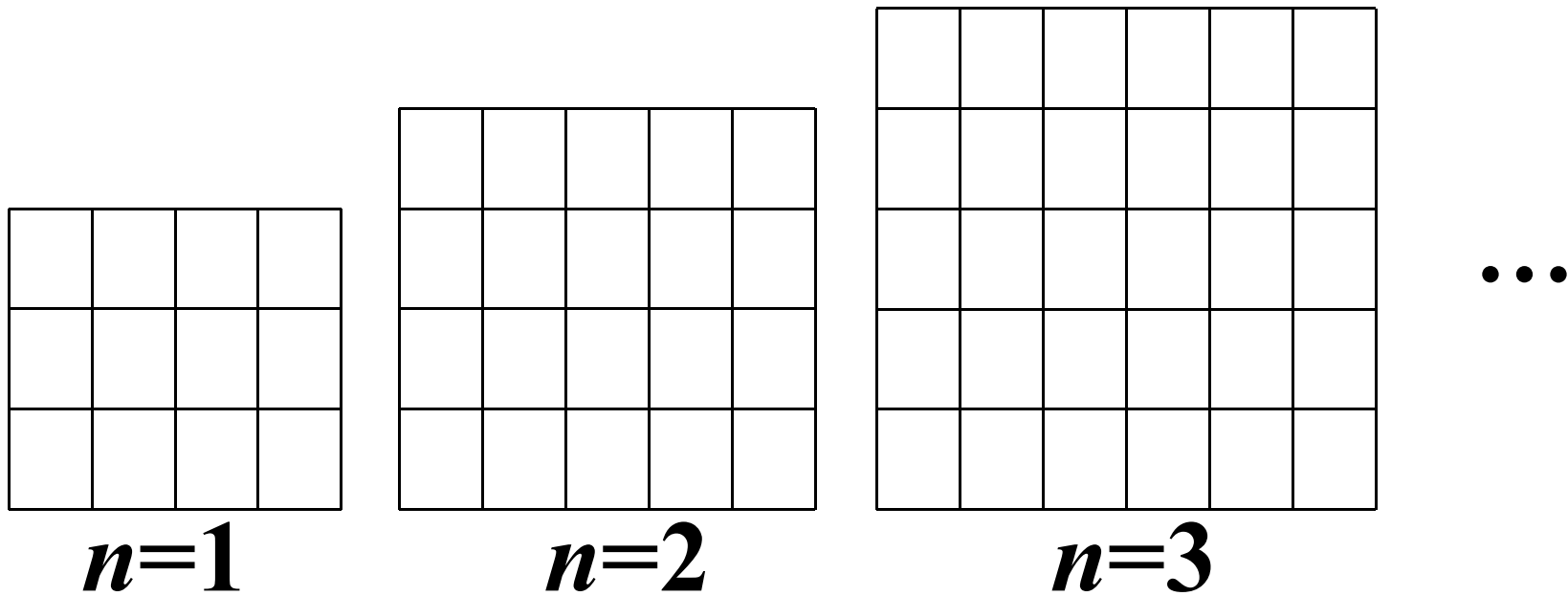
待定系数法

巩固

4、若 y 是关于 x 的二次函数，当 $x=-2$ 时， $y=0$ ； $x=1$ 时， $y=0$ ； $x=2$ 时， $y=8$ 。求这个二次函数的解析式。

范例

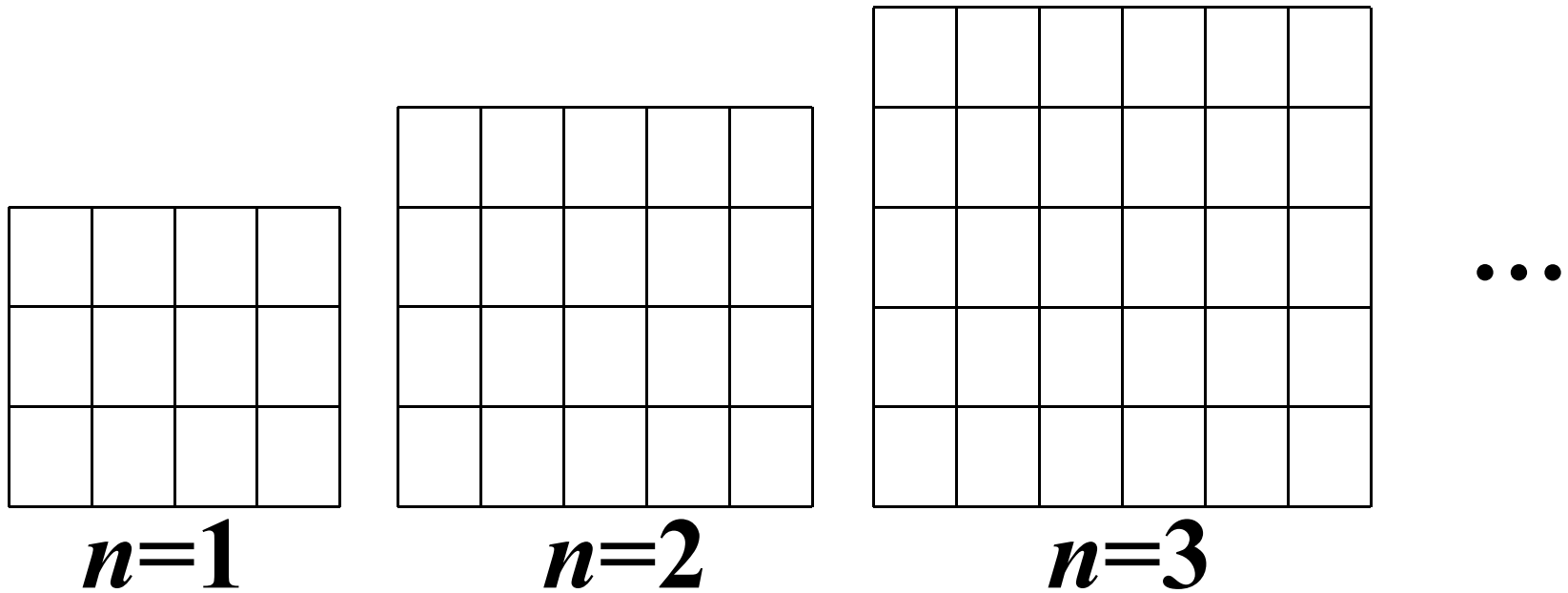
例3、如图，用同样规格的黑、白方砖铺设地面，请观察下列图形：



(1) 在第 n 个图中，每一横行共有____块方砖，每一竖列共有____块方砖(用 n 表示)

范例

例3、如图，用同样规格的黑、白方砖铺设地面，请观察下列图形：

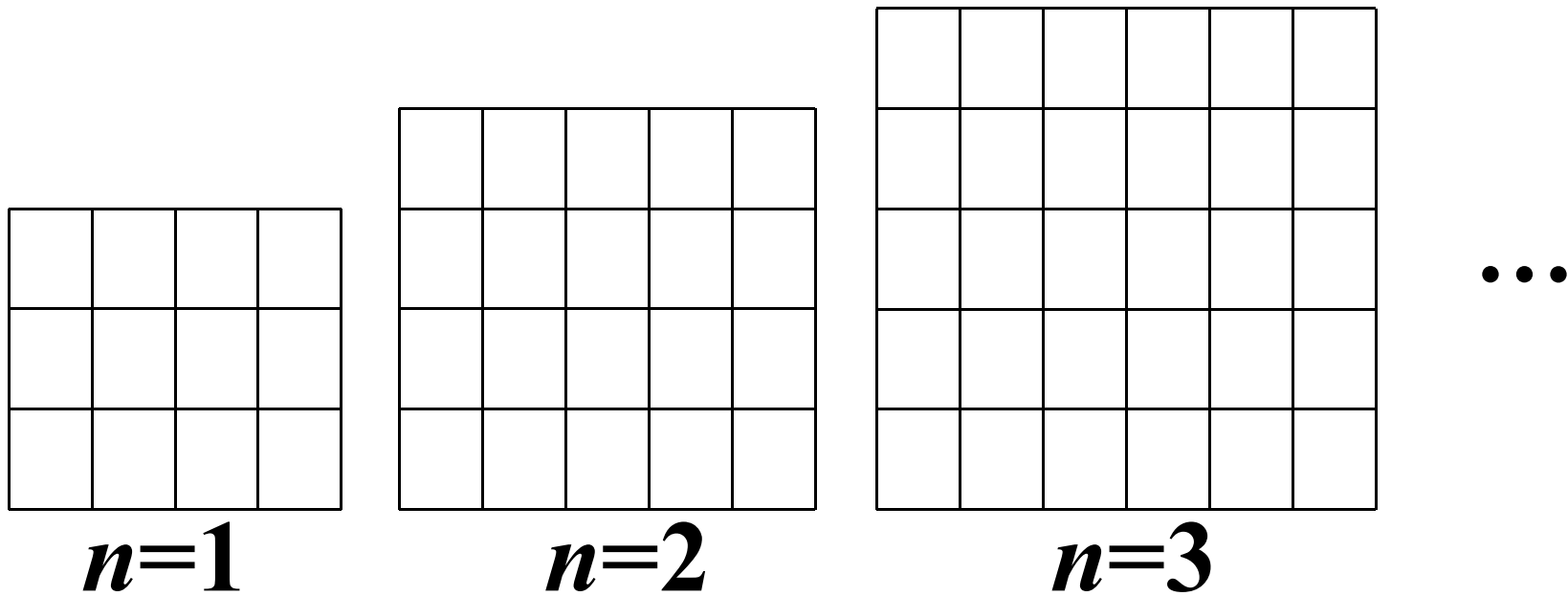


(2) 设方砖总数为 y ，写出 y 与 n 的函数关系式；

自变量取值范围

范例

例3、如图，用同样规格的黑、白方砖铺设地面，请观察下列图形：



(3)按上述铺设方案，铺一块地面共用了506块方砖，求此时 n 的值。

巩固

5、 n 支球队参加比赛，每两队之间进行一场比赛。写出比赛的场次数 m 与球队数 n 之间的函数关系式。

巩固

6、圆的半径是1cm，假设半径增加 x cm时，圆的面积增加 y cm²。

(1)写出 y 与 x 之间的函数表达式；

(2)当圆的半径分别增加1cm， $\sqrt{2}$ cm，2cm时，圆的面积增加多少？

超级链接

函数 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数) ,

当 a, b, c 满足什么条件时

- (1) 它是二次函数?
- (2) 它是一次函数?
- (3) 它是正比例函数?

解: (1) $a \neq 0$

(2) $a = 0, b \neq 0$

(3) $a = 0, b \neq 0, c = 0$



定义中应该注意的几个问题:

1. 定义: 一般地, 形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做 x 的二次函数.

$y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的几种不同表示形式:

(1) $y = ax^2$ ($a \neq 0, b = 0, c = 0$).

(2) $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0, b = 0, c \neq 0$).

(3) $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0, b \neq 0, c = 0$).

2. 定义的实质是: $ax^2 + bx + c$ 是整式, 自变量 x 的最高次数是二次, 自变量 x 的取值范围是全体实数.

3. 待定系数法确定二次函数的系数.