

# 26.3 实际问题与二次函数(1)

1、求下列二次函数的最大值或最小值：

(1)  $y = -x^2 + 2x - 3$ ;

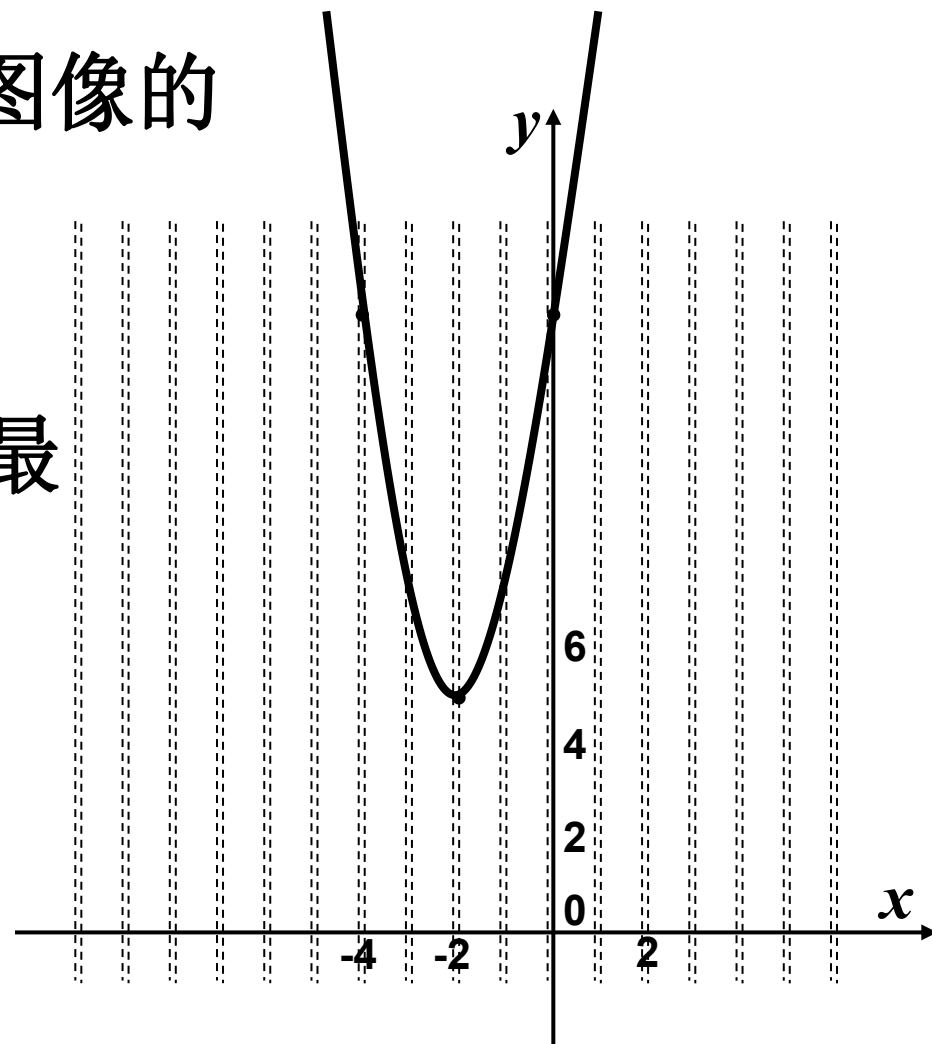
(2)  $y = x^2 + 4x$

2、图中所示的二次函数图像的解析式为：

$$y = 2x^2 + 8x + 13$$

(1)若  $-3 \leq x \leq 3$ ，该函数的最大值、最小值分别为  
( **55** )、( **5** )。

(2)又若  $0 \leq x \leq 3$ ，该函数的最大值、最小值分别为  
( **55** )、( **13** )。



求函数的最值问题，应注意什么？



# 来到商场

某商品现在的售价为每件**60元**，  
每星期可卖出**300件**，市场调查反映：  
每涨价**1元**，每星期少卖出**10件**；  
每降价**1元**，每星期可多卖出**18件**，  
已知商品的进价为每件**40元**，  
如何定价才能使利润最大？



请大家带着以下几个问题读题

- (1) 题目中有几种调整价格的方法？
- (2) 题目涉及到哪些变量？哪一个量是自变量？哪些量随之发生了变化？



# 来到商场

某商品现在的售价为每件60元，每星期可卖出300件，市场调查反映：每涨价1元，每星期少卖出10件；每降价1元，每星期可多卖出18件，已知商品的进价为每件40元，如何定价才能使利润最大？



**分析： 调整价格包括涨价和降价两种情况**

**先来看涨价的情况：(1)设每件涨价 $x$ 元，则每星期售出商品的利润 $y$ 也随之变化，我们先来确定 $y$ 与 $x$ 的函数关系式。**

**涨价 $x$ 元时则每星期少卖  $10x$  件，实际卖出  $(300-10x)$  件，  
销售额为  $(60+x)(300-10x)$  元，买进商品需付  $40(300-10x)$  元**

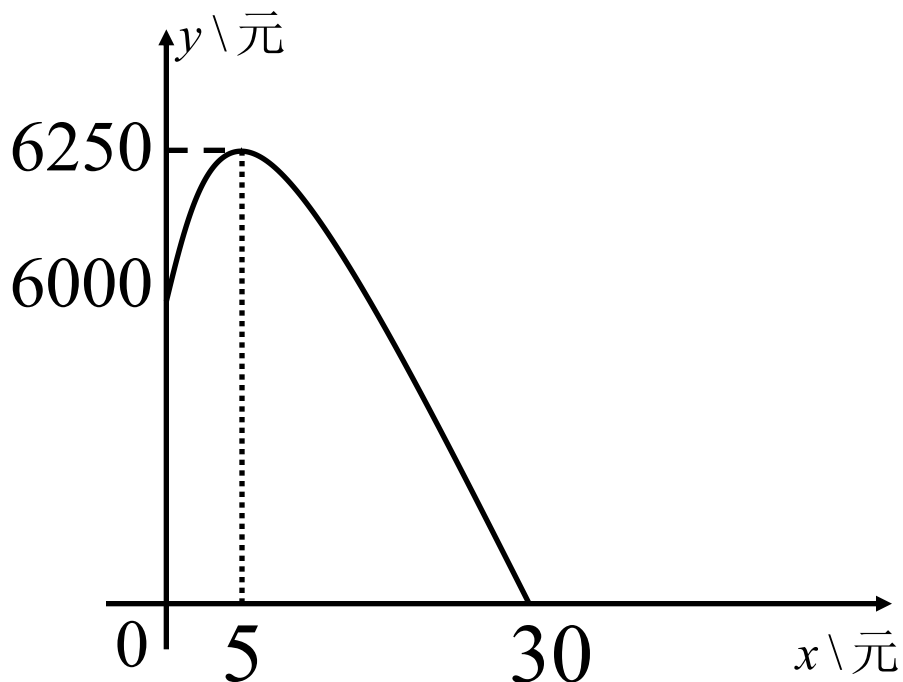
**因此，所得利润为  $y=(60+x)(300-10x)-40(300-10x)$  元**

**即  $y = -10x^2 + 100x + 6000 \quad (0 \leq x \leq 30)$**


$$y = -10x^2 + 100x + 6000 \quad (0 \leq x \leq 30)$$

$$x = -\frac{b}{2a} = 5 \text{ 时, } y_{\text{最大值}} = -10 \times 5^2 + 100 \times 5 + 6000 = 6250$$

所以，当定价为**65元**时，利润最大，最大利润为**6250元**



可以看出，这个函数的图像是一条抛物线的一部分，这条抛物线的顶点是函数图像的最高点，也就是说当 $x$ 取顶点坐标的横坐标时，这个函数有最大值。由公式可以求出顶点的横坐标。



## 做一做

在降价的情况下，最大利润是多少？  
请你参考（1）的过程得出答案。

解：设降价 $x$ 元时利润最大，则每星期可多卖 $18x$ 件，实际卖出 $(300+18x)$ 件，销售额为 $(60-x)(300+18x)$ 元，买进商品需付 $40(300-10x)$ 元，因此，得利润

$$y = (60 - x)(300 + 18x) - 40(300 + 18x) \\ = -18x^2 + 60x + 6000 \quad (0 \leq x \leq 20)$$

当 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{3}$ 时， $y_{\text{最大}} = -18 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + 60 \times \frac{5}{3} + 6000 = 6050$

答：定价为 $58\frac{1}{3}$ 元时，利润最大，最大利润为6050元

由(1)(2)的讨论及现在的销售情况,你知道应该如何定价能使利润最大了吗?





# 归纳小结：解这类题目的一般步骤

运用二次函数的性质求实际问题的最大值和最小值的一般步骤：

- 求出函数解析式和自变量的取值范围
- 配方变形，或利用公式求它的最大值或最小值。
- 检查求得的最大值或最小值对应的自变量的值必须在自变量的取值范围内。

## 练一练



某商场销售某种品牌的纯牛奶，已知进价为每箱40元，市场调查发现：若每箱以50元销售，平均每天可销售100箱。价格每箱降低1元，平均每天多销售25箱；价格每箱升高1元，平均每天少销售4箱。如何定价才能使得利润最大？

**若生产厂家要求每箱售价在45—55元之间。**  
如何定价才能使得利润最大？（为了便于计算，要求每箱的价格为整数）





有一经销商，按市场价收购了一种活蟹**1000**千克，放养在塘内，此时市场价为每千克**30**元。据测算，此后每千克活蟹的市场价，每天可上升**1**元，但是，放养一天需各种费用支出**400**元，且平均每天还有**10**千克蟹死去，假定死蟹均于当天全部售出，售价都是每千克**20**元（放养期间蟹的重量不变）。

(1) 设 $x$ 天后每千克活蟹市场价为 $P$ 元，写出 $P$ 关于 $x$ 的函数关系式。

(2) 如果放养 $x$ 天将活蟹一次性出售，并记**1000**千克蟹的销售总额为 $Q$ 元，写出 $Q$ 关于 $x$ 的函数关系式。

(3) 该经销商将这批蟹放养多少天后出售，可获最大利润，（利润=销售总额-收购成本-费用）？最大利润是多少？

驶向胜利的彼岸



解：①由题意知： $P=30+x$ .

②由题意知：死蟹的销售额为 $200x$ 元，活蟹的销售额为 $(30+x)(1000-10x)$ 元。

$$\begin{aligned} \therefore Q &= (30+x)(1000-10x) + 200x = \\ & -10x^2 + 900x + 30000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{③设总利润为 } W &= Q - 30000 - 400x = -10x^2 + 500x \\ &= -10(x-25)^2 + 6250 \end{aligned}$$

$\therefore$ 当 $x=25$ 时，总利润最大，最大利润为6250元。

# 中考题选练

某产品每件成本**10**元，试销阶段每件产品的销售价  $x$ （元）与产品的日销售量  $y$ （件）之间的关系如下表：

$x$ (元)	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	...
$y$ (件)	<b>25</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	...

若日销售量  $y$  是销售价  $x$  的一次函数。

(1) 求出日销售量  $y$ （件）与销售价  $x$ （元）的函数关系式；（6分）

(2) 要使每日的销售利润**最大**，每件产品的销售价应定为多少元？此时每日销售利润是多少元？（6分）

(1) 设此一次函数解析式为  $y = kx + b$ 。

1分

$$\text{则} \begin{cases} 15k + b = 25 \\ 20k + b = 20 \end{cases}$$

解得： **$k = -1$** ， **$b = 40$** 。

5分

所以一次函数解析为  $y = -x + 40$ 。

6分

(2) 设每件产品的销售价应定为  **$x$**  元，所获销售利润为  **$w$**  元。则

7分

$$\begin{aligned} w &= (x - 10)(-x + 40) = -x^2 + 50x - 400 \\ &= -(x - 25)^2 + 225 \end{aligned}$$

10分

产品的销售价应定为**25**元，此时每日获得最大销售利润为**225**元。

12分

# 旅行社何时营业额最大？

◆1.某旅行社组团去外地旅游,30人起组团,每人单价800元.旅行社对超过30人的团给予优惠,即旅行团每增加一人,每人的单价就降低10元.你能帮助分析一下,当旅行团的人数是多少时,旅行社可以获得最大营业额?

◆设旅行团人数为 $x$ 人,营业额为 $y$ 元,则

$$\begin{aligned}y &= x[800 - 10(x - 30)] \\ &= -10x^2 + 1100x \\ &= -10(x - 55)^2 + 30250.\end{aligned}$$

某宾馆有**50**个房间供游客居住，当每个房间的定价为每天**180**元时，房间会全部住满。当每个房间每天的定价每增加**10**元时，就会有一个房间空闲。如果游客居住房间，宾馆需对每个房间每天支出**20**元的各种费用。房价定为多少时，宾馆利润最大？

解：设每个房间每天增加**x**元，宾馆的利润为**y**元

$$Y=(50-x/10)(180+x)-20(50-x/10)$$

$$Y=-1/10x^2+34x+8000$$



## (三) 销售问题

1. 某商场销售一批名牌衬衫，平均每天可售出20件，每件盈利40元，为了扩大销售，增加盈利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施。经调查发现，如果每件衬衫每降价1元，商场平均每天可多售出2件。

(1) 若商场平均每天要盈利1200元，每件衬衫应降价多少元？

(2) 每件衬衫降价多少元时，商场平均每天盈利最多？

## (三) 销售问题

2. 某商场以每件42元的价钱购进一种服装，根据试销得知这种服装每天的销售量 $t$ （件）与每件的销售价 $x$ （元/件）可看成是一次函数关系：

$$t = -3x + 204.$$

(1) . 写出商场卖这种服装每天销售利润 $y$ （元）与每件的销售价 $x$ （元）间的函数关系式；

(2) . 通过对所得函数关系式进行配方，指出商场要想每天获得最大的销售利润，每件的销售价定为多少最为合适？最大利润为多少？

某个商店的老板，他最近进了价格为30元的书包。起初以40元每个售出，平均每个月能售出200个。后来，根据市场调查发现：这种书包的售价每上涨1元，每个月就少卖出10个。现在请你帮帮他，**如何定价才使他的利润最大？**

某个商店的老板，他最近进了价格为30元的书包。起初以40元每个售出，平均每个月能售出200个。后来，根据市场调查发现：这种书包的售价每上涨1元，每个月就少卖出10个。现在请你帮帮他，**如何定价才使他的利润达到2160元？**

