



24.1.2 垂直于弦的直径



学习目标



- 1.圆的对称性.
- 2.通过圆的轴对称性质的学习，理解垂径定理及其推论.
- 3.能运用垂径定理及其推论进行计算和证明.



预习导学



一、自学指导

自学：研读课本第80至81页内容，并完成下列问题。

1. 圆是轴对称图形，任何一条直径所在的直线都是它的对称轴，它也是中心对称图形，对称中心为圆心。
2. 垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧，即一条直线如果满足：①AB经过圆心O且与圆交于A、B两点；② $AB \perp CD$ 交CD于E；那么可以推出：③ $CE = DE$ ；④ $\overset{\circ}{C}B = \overset{\circ}{D}B$ ；⑤ $\overset{\circ}{C}A = \overset{\circ}{D}A$.
3. 平分弦(非直径)的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧。



预习导学



二、自学检测：

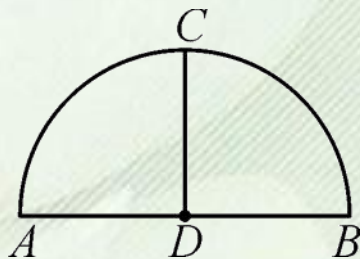
1. 在 $\odot O$ 中，直径为10cm，圆心O到AB的距离为3cm，则弦AB的长为 8cm。

2. 在 $\odot O$ 中，直径为10cm，弦AB的长为8cm，则圆心O到AB的距离为 3cm。

3. $\odot O$ 的半径 $OA=5\text{cm}$ ，弦 $AB=8\text{cm}$ ，点C是AB的中点，则OC的长为 3cm。

4. 某公园的一石拱桥是圆弧形(劣弧)，其跨度为24米，拱的半径为13米，则拱高为多少米？

解：8米



合作探究



一、小组合作：

1. AB是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，E为垂足，若 $AE=9$ ， $BE=1$ ，求CD的长

解：6

2. $\odot O$ 的半径为5，弦AB的长为8，M是弦AB上的动点，则线段OM的长的最小值为 3 .最大值为 5 .

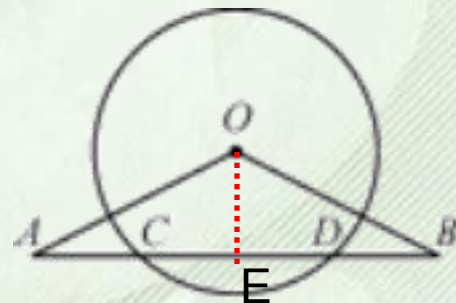
3. 已知：如图，线段AB与 $\odot O$ 交于C、D两点，且 $OA=OB$. 求证： $AC=BD$.

证明：作 $OE \perp AB$ 于E. 则 $CE=DE$.

$\because OA=OB$ ， $OE \perp AB$ ， $\therefore AE=BE$.

$\therefore AE-CE=BE-DE$.

即 $AC=BD$



合作探究



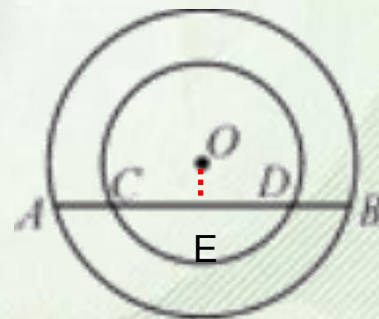
二、跟踪练习：

1. 在直径是20cm的 $\odot O$ 中， $\angle AOB$ 的度数是 60° ，那么弦AB的弦心距是 $5\sqrt{3}$ cm.

2. 弓形的弦长为6cm，弓形的高为2cm，则这个弓形所在的圆的半径为 $\frac{13}{4}$ cm

3. 已知：如图，在以O为圆心的两个同心圆中，大圆的弦AB交小圆于C、D两点. 求证：AC=BD

证明： 过点O作 $OE \perp AB$ 于点E
则 $AE = BE$ ， $CE = DE$.
 $\therefore AE - CE = BE - DE$.
即 $AC = BD$





4. 已知 $\odot O$ 的直径是50cm, $\odot O$ 的两条平行弦 $AB=40$ cm, $CD=48$ cm, 求弦 AB 与 CD 之间的距离

解: 过点 O 作直线 $OE \perp AB$ 于点 E , 直线 OE 与 CD 交于点 F . 由 $AB \parallel CD$, 则 $OF \perp CD$.

①当 AB 、 CD 在点 O 两侧时, 如图1. 连结 AO 、 CO , 则

$AO=CO=25$ cm, $AE=20$ cm, $CF=24$ cm.

由勾股定理知 $OE=15$ cm, $OF=7$ cm.

$\therefore EF=OE+OF=22$ cm.

即 AB 与 CD 之间距离为22cm.

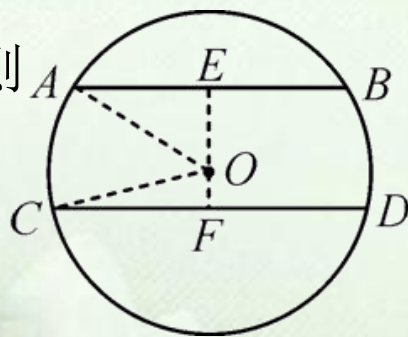


图1

②当 AB 、 CD 在点 O 同侧时, 如图2, 连结 AO 、 CO .

则 $AO=CO=25$ cm, $AE=20$ cm, $CF=24$ cm.

由勾股定理知 $OE=15$ cm, $OF=7$ cm.

$\therefore EF=OE-OF=8$ cm.

即 AB 与 CD 之间距离为8cm.

由①②知 AB 与 CD 之间的距离为22cm或8cm.

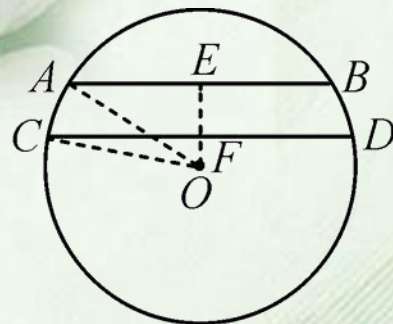


图2



课堂小结



1. 圆是轴对称图形，任何一条直径所在直线都是它的对称轴.
2. 垂径定理及其推论以及它们的应用.



日常训练

圆

