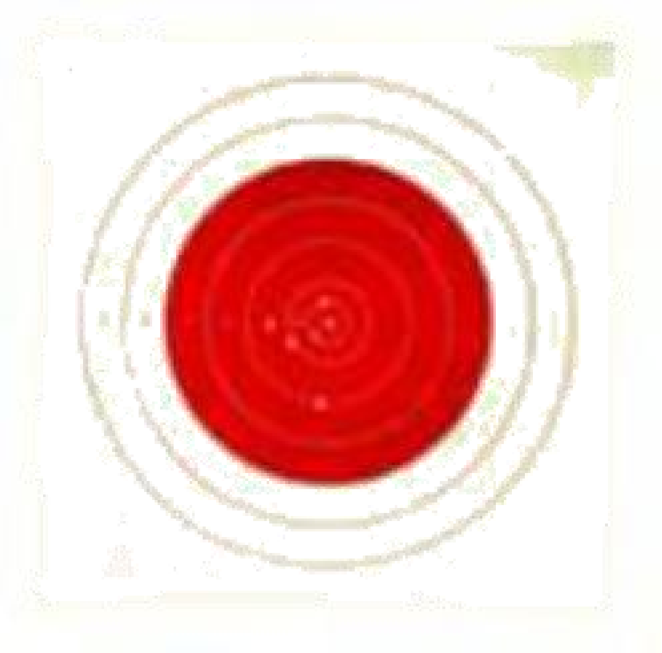
24.2 与圆有关的位置关系

24.2.1 点和圆的位置关系

观 察

我国射击运动员在奥运会上屡获金牌，为我国赢得荣誉，右图是射击靶的示意图，它是由许多同心圆（圆心相同，半径不等的圆）构成的，你知道击中靶上不同位置的成绩是如何计算的吗？



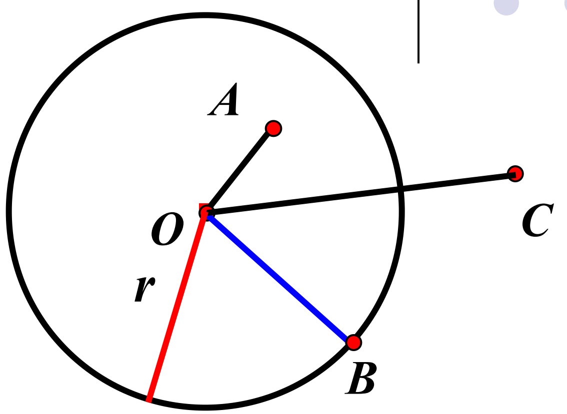
问题探究

问题1：观察图中点A，点B，点C与圆的位置关系？

点A在圆内，

点B在圆上，

点C在圆外.



问题2：设⊙ O半径为 r , 说出来点A，点B，点C与圆心O的距离与半径的关系：

$OA < r$，　　$OB = r$，　　$OC > r$.

问题3：反过来，已知点到圆心的距离和圆的半径，能否判断点和圆的位置关系？

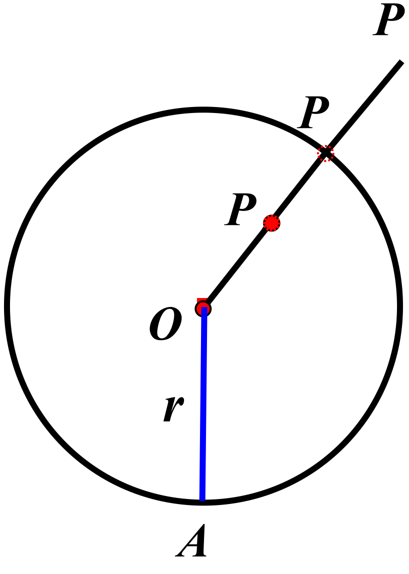
设⊙ O的半径为r，点P到圆心的距离$OP = d$，则有：

点P在圆内 $\Leftrightarrow$ $d < r$；

点P在圆上 $\Leftrightarrow$ $d = r$；

点P在圆外 $\Leftrightarrow$ $d > r$.

符号 $\Leftrightarrow$ 读作"等价于"，它表示从符号 $\Leftrightarrow$ 的左端可以得到右端从右端也可以得到左端.

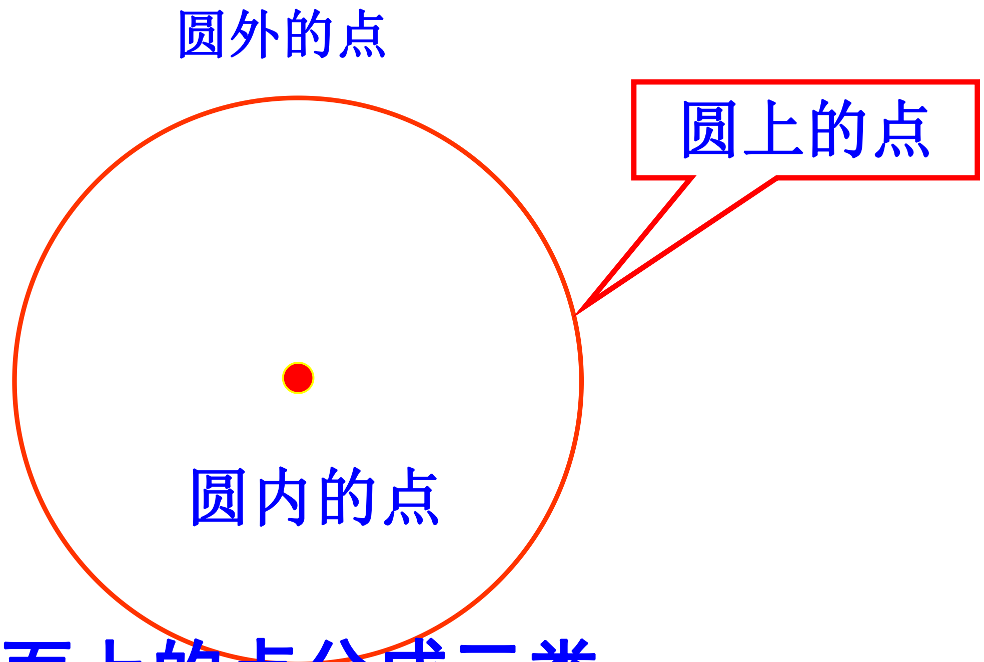


你知道击中靶上不同位置的成绩是如何计算的吗 ？

射击靶图上，有一组以靶心为圆心的大小不同的圆，他们把靶图由内到外分成几个区域，这些区域用由高到底的环数来表示，射击成绩用弹着点位置对应的环数来表示．弹着点与靶心的距离决定了它在哪个圆内，弹着点离靶心越近，它所在的区域就越靠内，对应的环数也就越高，射击的成绩越好.

点与圆的位置关系

思考：平面上的一个圆把平面上的点分成哪几部分？



平面上的一个圆，把平面上的点分成三类：

圆上的点，圆内的点和圆外的点。

<u>圆的内部</u>可以看成是

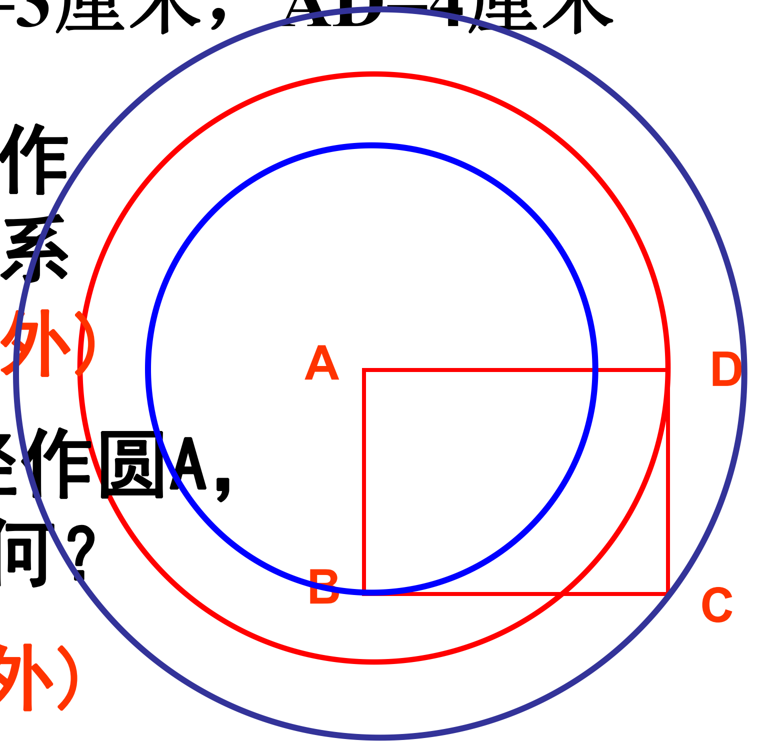
到圆心的距离小于半径的的点的集合；

<u>圆的外部</u>可以看成是

到圆心的距离大于半径的点的集合.

典型例题

例：如图已知矩形ABCD的边AB=3厘米，AD=4厘米



（1）以点A为圆心，3厘米为半径作圆A，则点B、C、D与圆A的位置关系如何？(B在圆上，D在圆外，C在圆外)

（2）以点A为圆心，4厘米为半径作圆A，则点B、C、D与圆A的位置关系如何？

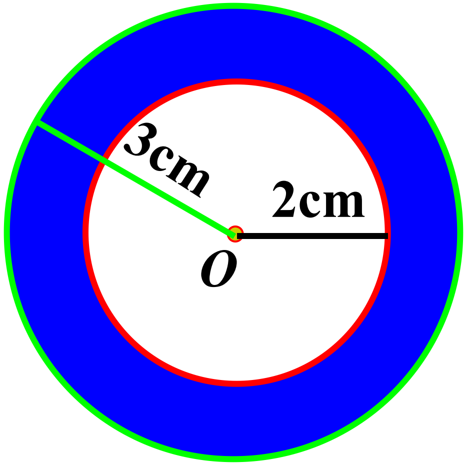
(B在圆内，D在圆上，C在圆外)

（3）以点A为圆心，5厘米为半径作圆A，则点B、C、D与圆A的位置关系如何？

(B在圆内，D在圆内，C在圆上)

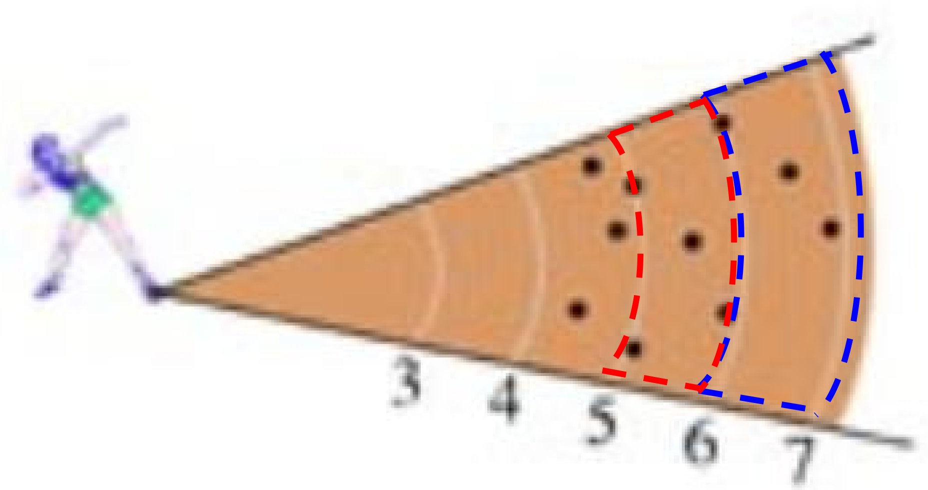
思考

画出由所有到已知点的距离大于或等于2cm并且小于或等于3cm的点组成的图形.



思考

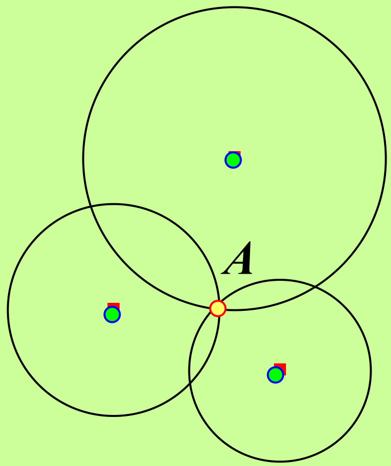
2.体育课上，小明和小雨的铅球成绩分别是6.4m和5.1m，他们投出的铅球分别落在图中哪个区域内？

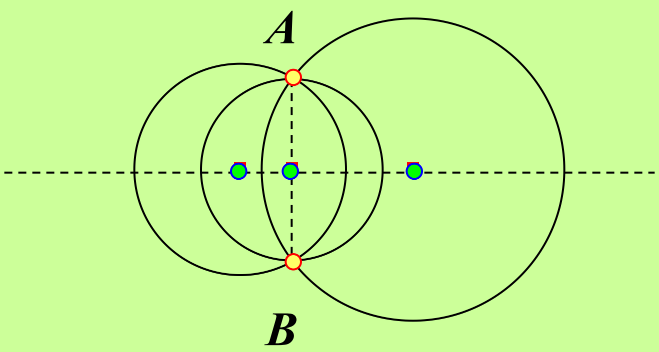


探究

（1）如图，作经过已知点A的圆，这样的圆你能作出多少个？

（2）如图作经过已知点A、B的圆，这样的圆你能作出多少个？他们的圆心分布有什么特点？





?思考

经过已知的三点作圆，这样的圆能作出多少个?

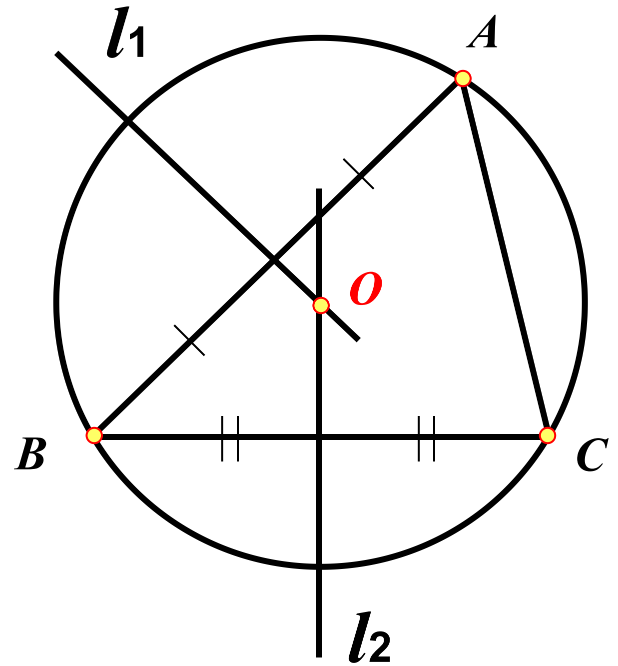
（1）经过不在同一条直线上的三点作一个圆，如何确定这个圆的圆心?

做法

1.分别连接AB、BC、AC;

2. 分别作出线段AB的垂直平分线l_1和线段BC的垂直平分线l_2，设它们的交点为O，则$OA=OB=OC$;

3.以点O为圆心，OA（或OB、OC）为半径作圆，便可以作出经过A、B、C的圆.

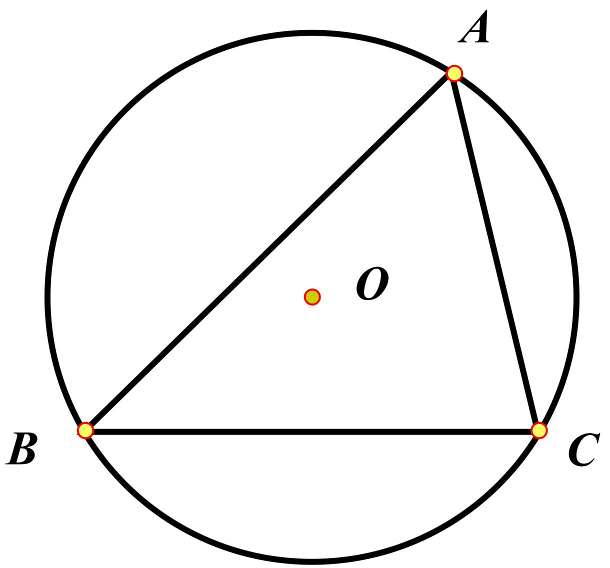


由于过A、B、C三点的圆的圆心只能是点O，半径等于OA，所以这样的圆只能有一个，即

不在同一条直线上的三点确定一个圆.

经过三角形的三个顶点可以作一个圆，这个圆叫做三角形的外接圆，

外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点，叫做这个三角形的外心.

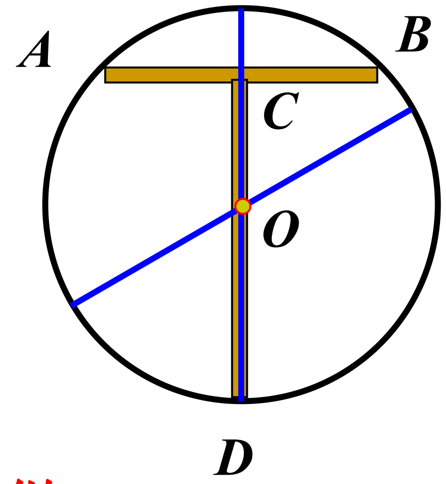


思考： 如图，CD所在的直线垂直平分线段AB，怎样用这样的工具找到圆形工件的圆心.

∵A、B两点在圆上，所以圆心必与A、B两点的距离相等，

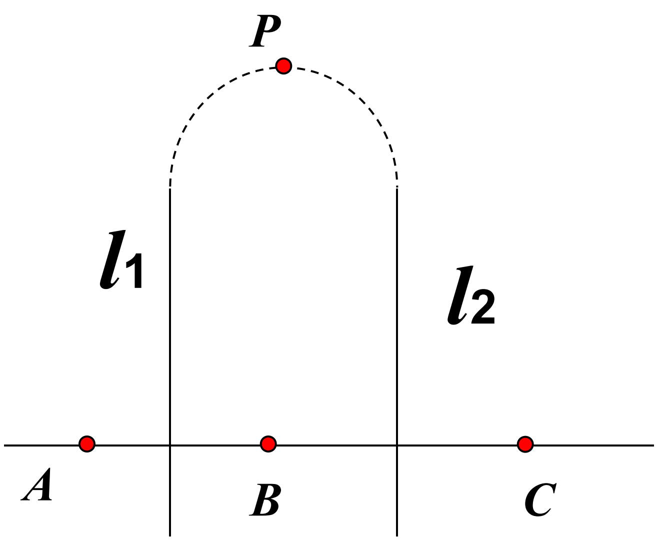
又∵和一条线段的两个端点距离相等的点在这条线段的垂直平分线上，

∴圆心在CD所在的直线上，因此可以做任意两条直径，它们的交点为圆心.



思考

（2）经过同一条直线三个点能作出一个圆吗？



如图，假设过同一条直线l上三点A、B、C可以作一个圆，设这个圆的圆心为P，那么点P既在线段AB的垂直平分线l_1上，又在线段BC的垂直平分线l_2上，即点P为l_1与l_2的交点，而$l_1 \perp l$，$l_2 \perp l$这与我们以前学过的“过一点有且只有一条直线与已知直线垂直”相矛盾，所以过同一条直线上的三点不能作圆.

什么叫反证法?

先假设命题的结论不成立，然后由此经过推理得出矛盾(常与公理、定理、定义或已知条件相矛盾)，由矛盾判定假设不正确，从而得到原命题成立，这种方法叫做反证法.

反证法常用于解决用直接证法不易证明或不能证明的命题，主要有：

(1)命题的结论是否定型的；

(2)命题的结论是无限型的；

(3)命题的结论是“至多”或“至少”型的.

思考：任意四个点是不是可以作一个圆？请举例说明.

不一定

1. 四点在一条直线上不能作圆；

2. 三点在同一直线上，另一点不在这条直线上不能作圆；

3. 四点中任意三点不在一条直线可能作圆也可能作不出一个圆.