



直线与圆的位置关系

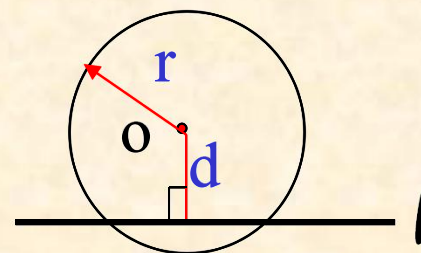
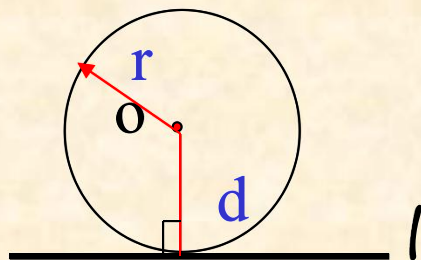
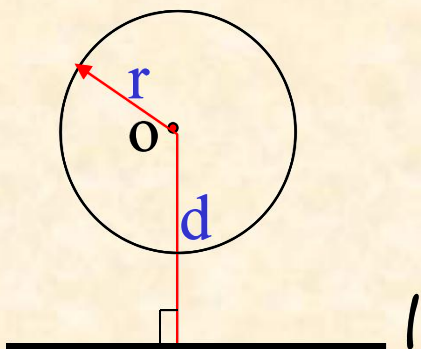
直线与圆的位置关系	相交	相切	相离
图 形			
公共点个数	2 个	1 个	没有
公共点名称	交点	切点	
直线名称	割线	切线	
圆心到直线距离d与半径r的关系	$d < r$	$d = r$	$d > r$

24.2.2 直线与圆的位置关系(2)

旧知回顾

圆和直线的位置关系。

12xxk 学科网



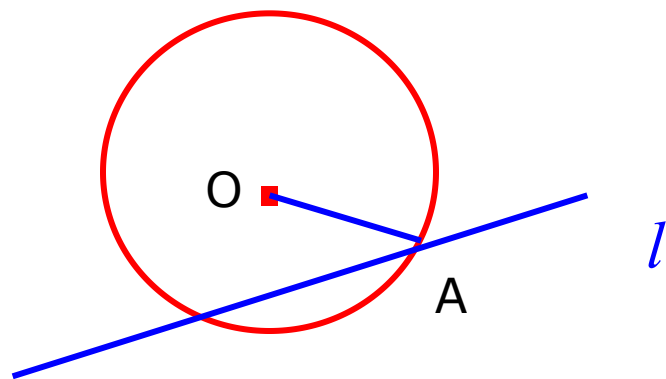
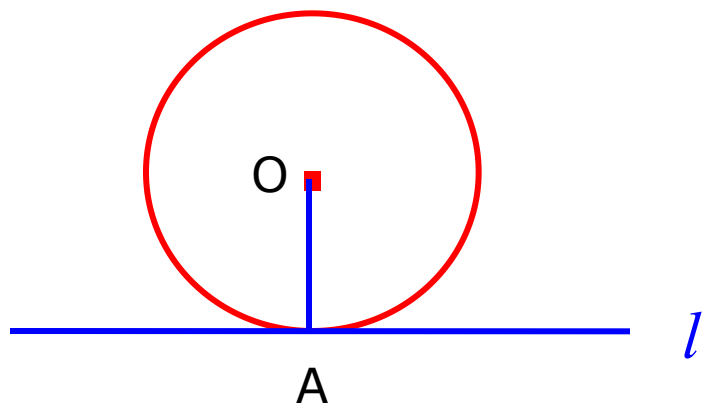
(1) 直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\longleftrightarrow d > r$

(2) 直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\longleftrightarrow d = r$

(3) 直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\longleftrightarrow d < r$

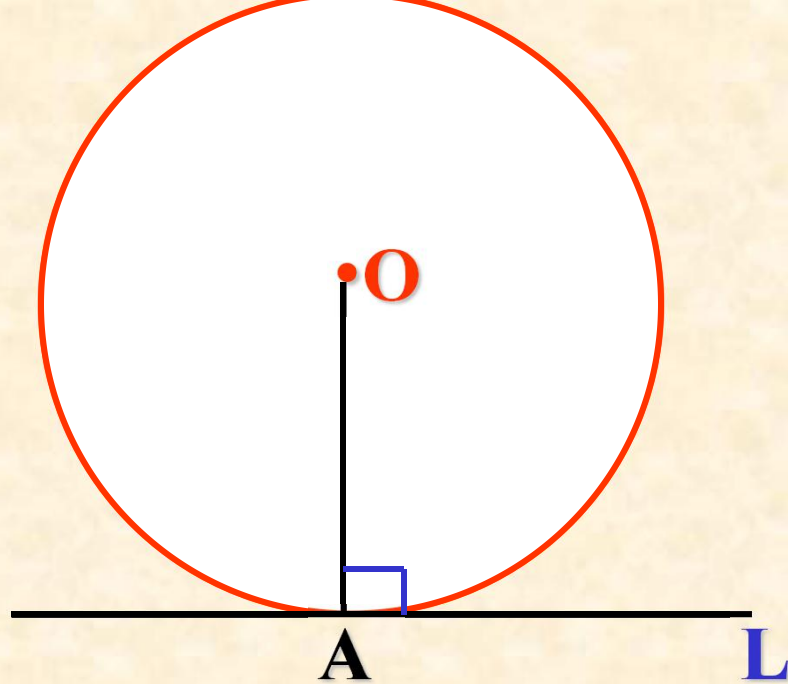
1. 已知 $\odot O$ 的半径为3，点A在直线 l 上，点A到 $\odot O$ 的圆心O的距离为3，则 l 与 $\odot O$ 的位置关系为 D 。

- A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 相交或相切



2. 已知直线 l 与 $\odot O$ 相切，若 d 和 R 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个实数根，则 $m =$ 4 。

在 $\odot O$ 中,经过半径 OA 的外端点 A 作直线 $L \perp OA$,
则圆心 O 到直线 L 的距离
是多少? OA , 直线 L 和
 $\odot O$ 有什么位置关系?
相切.



切线判定定理:

中学学科网

经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

几何应用: $\because OA \perp l \therefore l$ 是 $\odot O$ 的切线

中学学科网

1.判断下列命题是否正确.

(1)经过半径外端的直线是圆的切线. (×)

(2)垂直于半径的直线是圆的切线. (×)

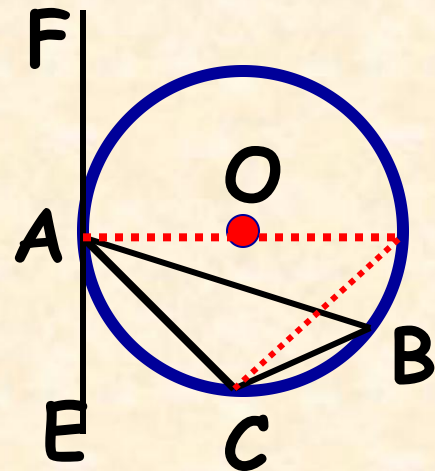
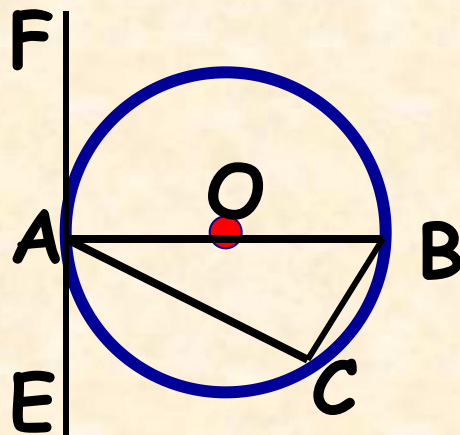
(3)过直径的外端并且垂直于这条直径的直线是圆的切线. (√)

(4)和圆只有一个公共点的直线是圆的切线. (√)

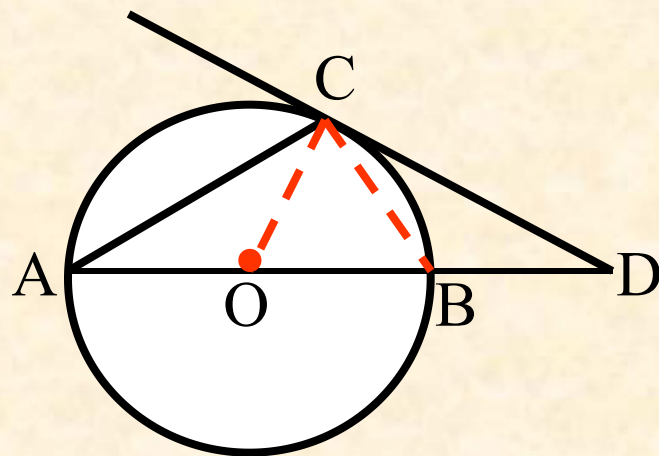
(5)以等腰三角形的顶点为圆心,底边上的高为半径的圆与底边相切. (√)

一般情况下，要证明一条直线为圆的切线，它过半径外端（即一点已在圆上）是已知给出时，只需证明直线垂直于这条半径。

- (1) 如图1， AB 为直径，要使得 EF 是 $\odot O$ 的切线，还需添加的条件是___或___。
- (2) 如图2， AB 为非直径弦，且 $\angle CAE = \angle B$ ，求证： EF 为 $\odot O$ 的切线。



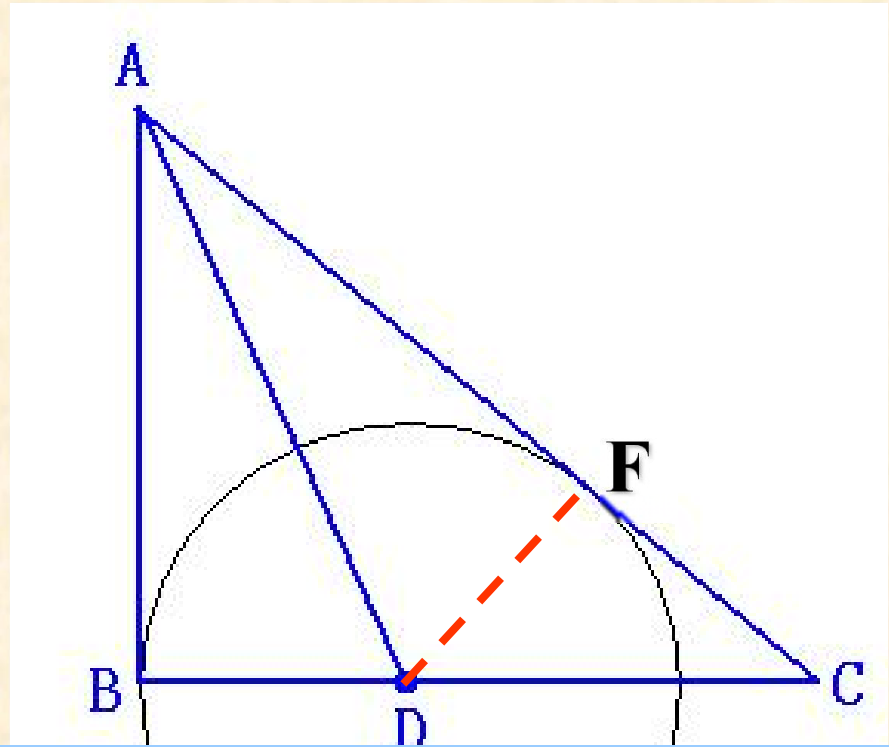
练习1 如图,AB是 $\odot O$ 的直径,点D在AB的延长线上,BD=OB,点C在圆上, $\angle CAB=30^\circ$.
求证:DC是 $\odot O$ 的切线.



方法引导

当已知直线与圆有公共点,要证明直线与圆相切时,可先连结圆心与公共点,再证明连线垂直于直线,这是证明切线的一种方法.

练习2.在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $\angle A$ 的平分线交 BC 于 D ,以 D 为圆心, DB 长为半径作 $\odot D$.试说明: AC 是 $\odot D$ 的切线.



方法引导

若直线与圆的公共点未指明,则过圆心作直线的垂线段,然后说明这条线段的长等于圆的半径,这是证明切线的一种方法.

证明直线与圆相切有如下三种途径:

- 1、定义法：和圆有且只有一个公共点的直线是圆的切线。
- 2、数量法（ $d=r$ ）：和圆心距离等于半径的直线是圆的切线。
- 3、判定定理：经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

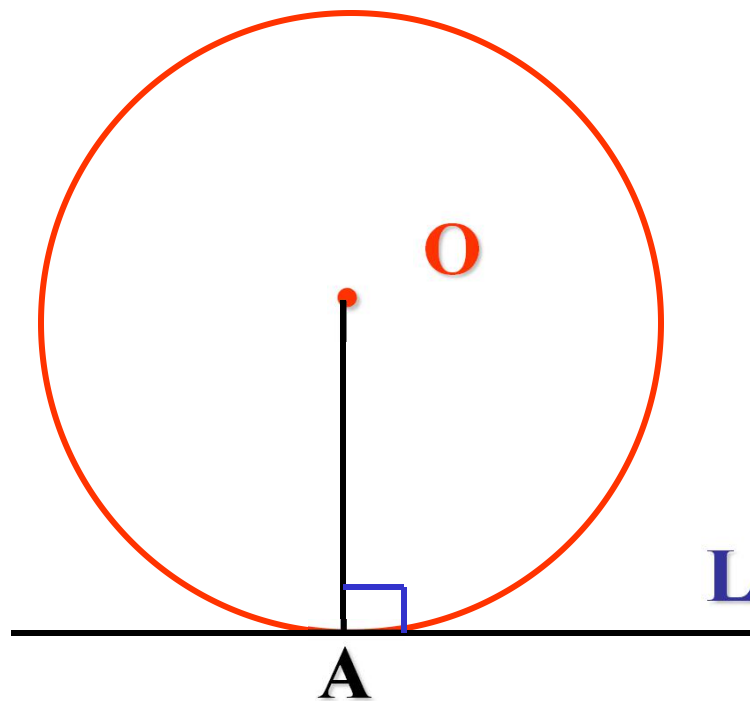
即：若直线与圆的一个公共点已指明，则连接这点和圆心，说明直线垂直于经过这点的半径；若直线与圆的公共点未指明，则过圆心作直线的垂线段，然后说明这条线段的长等于圆的半径。

切线判定定理：经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

将切线判定定理

反过来,如果L是 $\odot O$ 的切线,切点为A,那么半径OA与直线L是不是一定垂直呢?

一定垂直

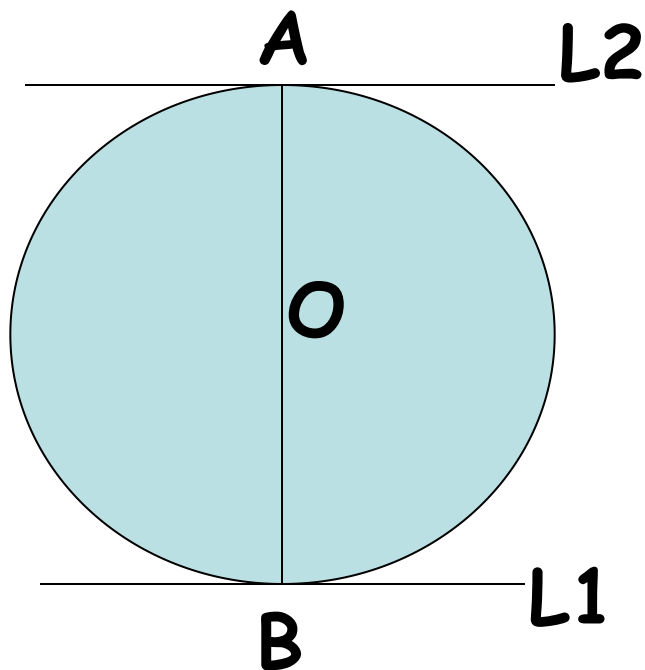


切线的性质定理：

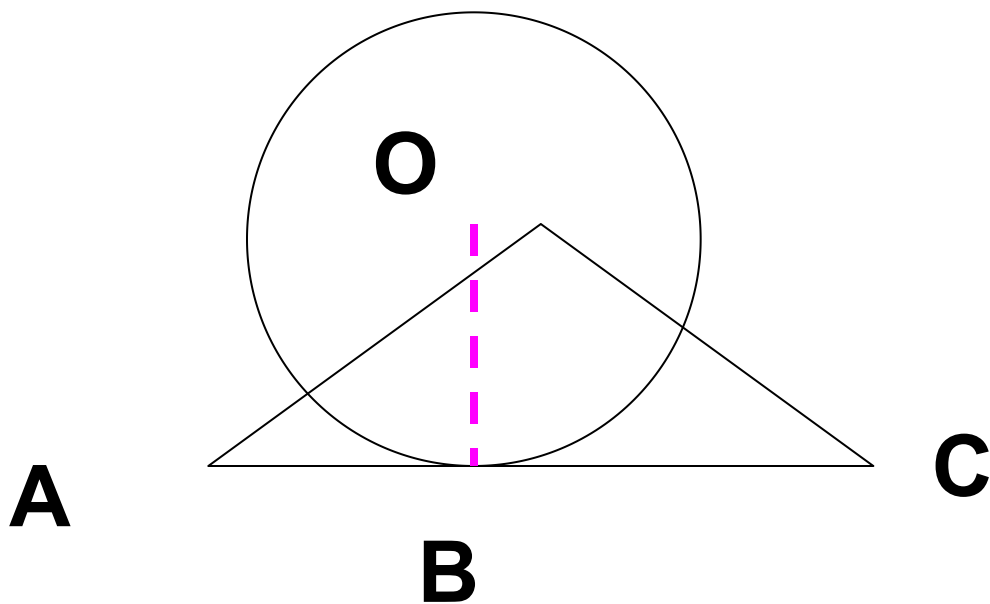
圆的切线垂直于过切点的半径

如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，直线 L_1 、 L_2 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 是切点，直线 L_1 、 L_2 有怎样的位置关系？

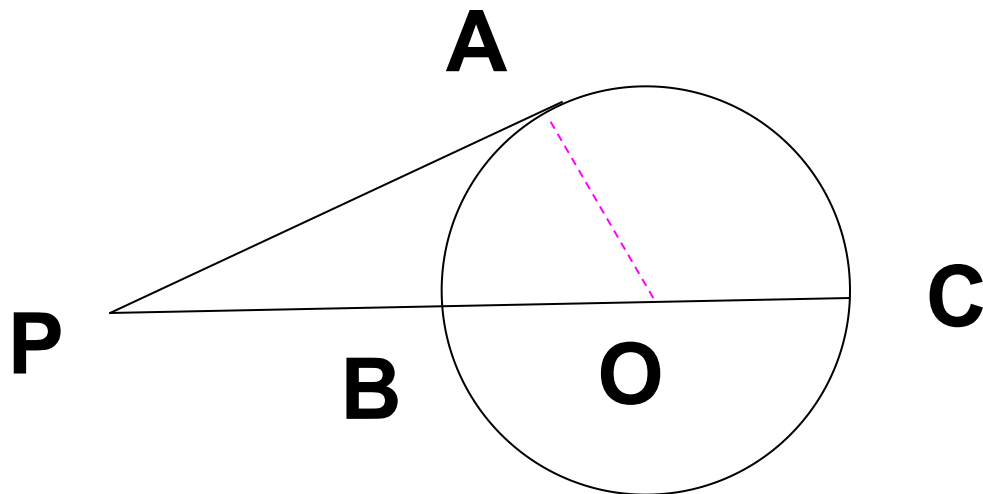
练习



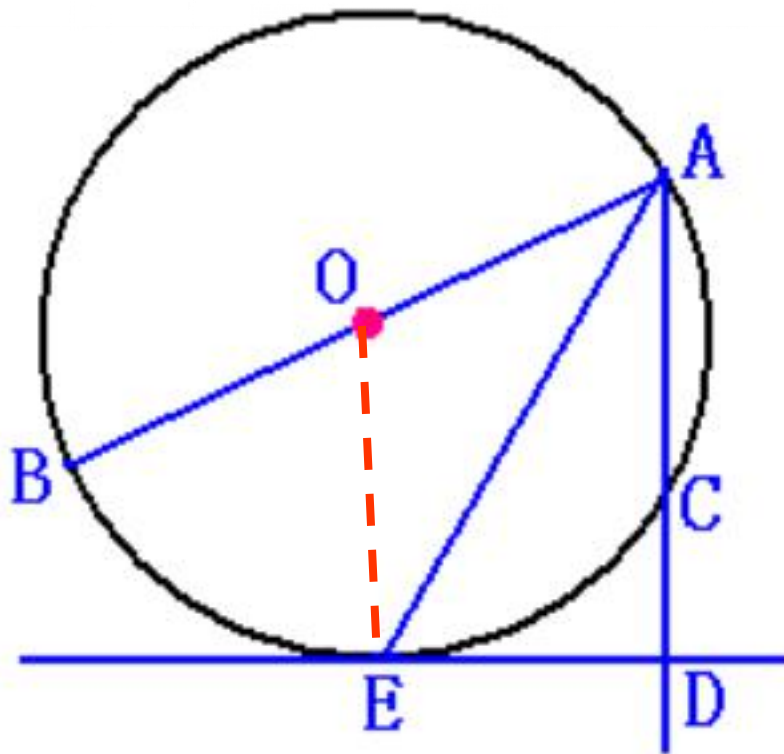
已知如图,半径为5cm的 $\odot O$ 切AC于点B, $AB=5\text{cm}$, $BC=5\sqrt{3}\text{cm}$,求 $\angle AOC$ 的度数.



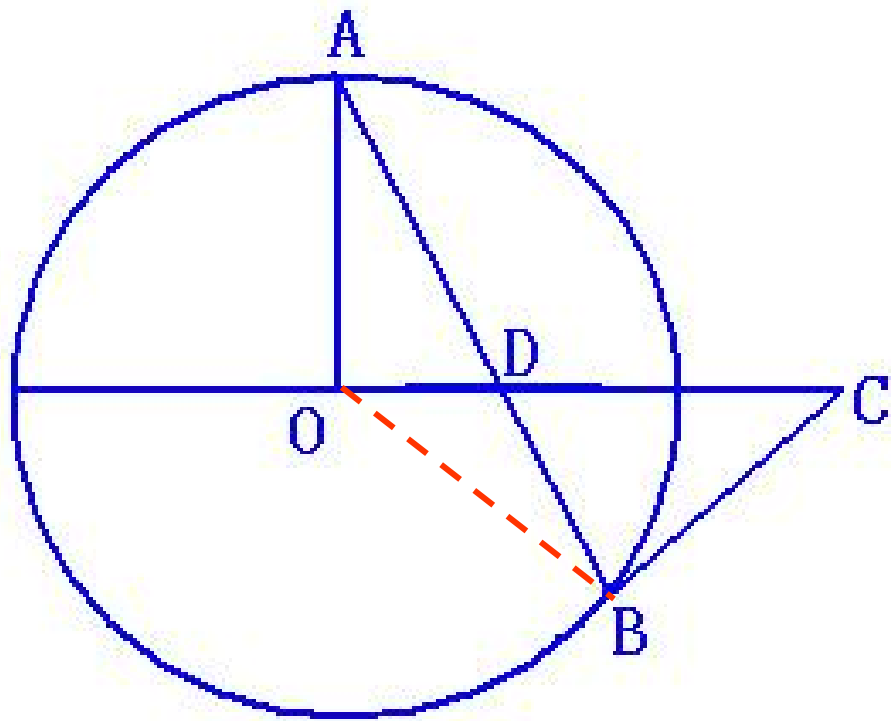
如图,BC是 $\odot O$ 的直径,P是CB延长线上一点,PA切 $\odot O$ 于A,若 $PA = \sqrt{3}$, $PB = 1$,求 $\odot O$ 的半径.



3. AB 是 $\odot O$ 的直径, AE 平分 $\angle BAC$ 交 $\odot O$ 于点 E ,过点 E 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 D ,试判断 $\triangle AED$ 的形状,并说明理由.



2. AB 是 $\odot O$ 的弦, C 是 $\odot O$ 外一点, BC 是 $\odot O$ 的切线, AB 交过 C 点的直径于点 D , $OA \perp CD$,试判断 $\triangle BCD$ 的形状,并说明你的理由.

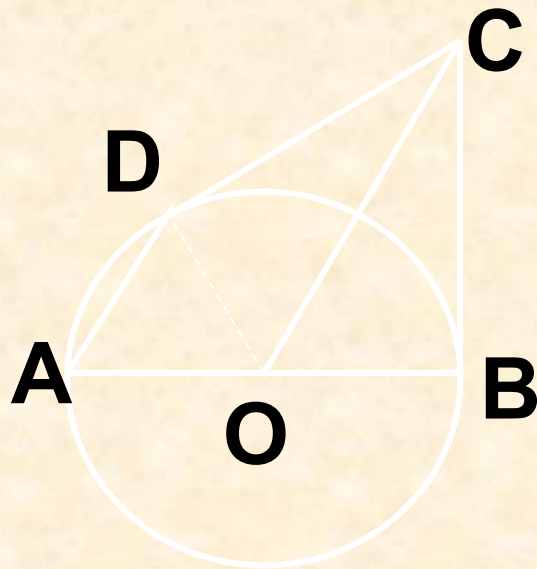


切线的性质：

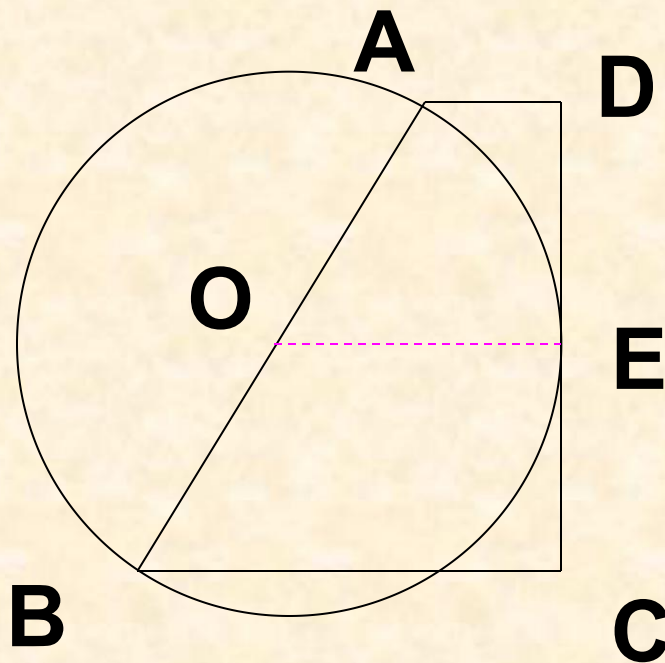
- 1、切线和圆只有一个公共点。
- 2、切线和圆心的距离等于半径。
- 3、切线垂直于过切点的半径。
- 4、经过圆心垂直于切线的直线必过切点。
- 5、经过切点垂直于切线的直线必过圆心。

切线的性质 3、4、5 可归纳为：已知直线满足 **a、过圆心**，**b、过切点**，**c、垂直于切线** 中任意两个，便得到第三个结论。

3.如图，已知， AB 是 $\odot O$ 直径， $BC \perp AB$ 于 B ，
 $\odot O$ 的弦 $AD \parallel OC$ ，
求证： DC 是 $\odot O$ 的切线.



如图,在梯形ABCD中, $AD \parallel BC$, $\angle C=90^\circ$.且 $AB=AD+BC$,求证:以AB为直径的 $\odot O$ 与CD相切.

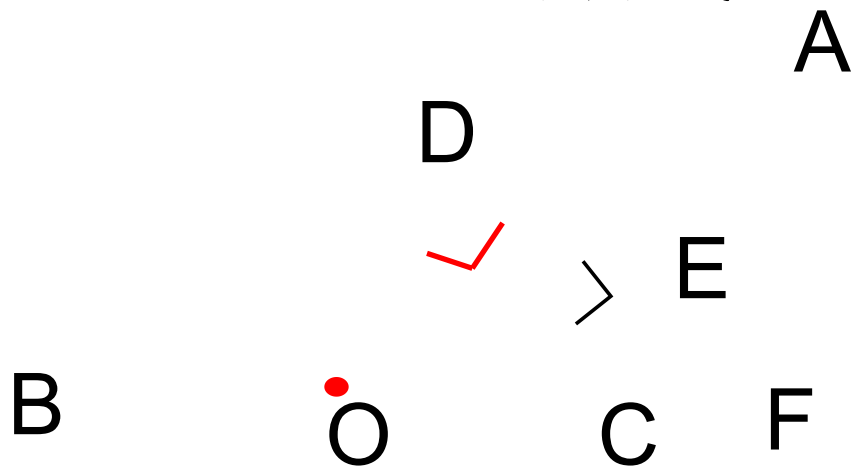


能力与拓展

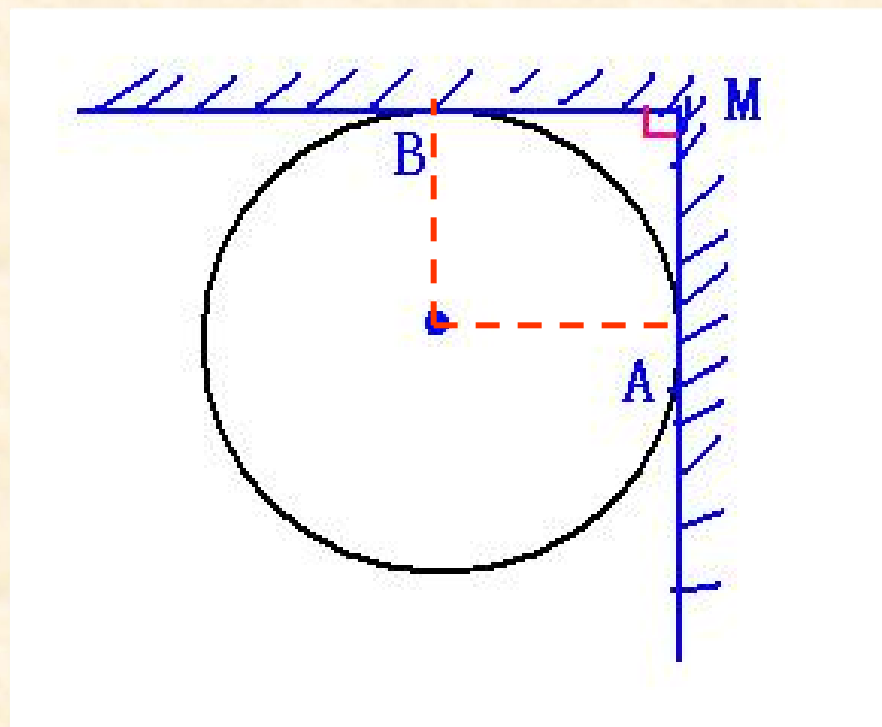
1. 如图所示， $\triangle ABC$ 中， $AC=BC$ ，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于 D ，过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E ，交 BC 的延长线于点 F 。

求证：（1） $AD=BD$ ；

（2） DF 是 $\odot O$ 的切线。

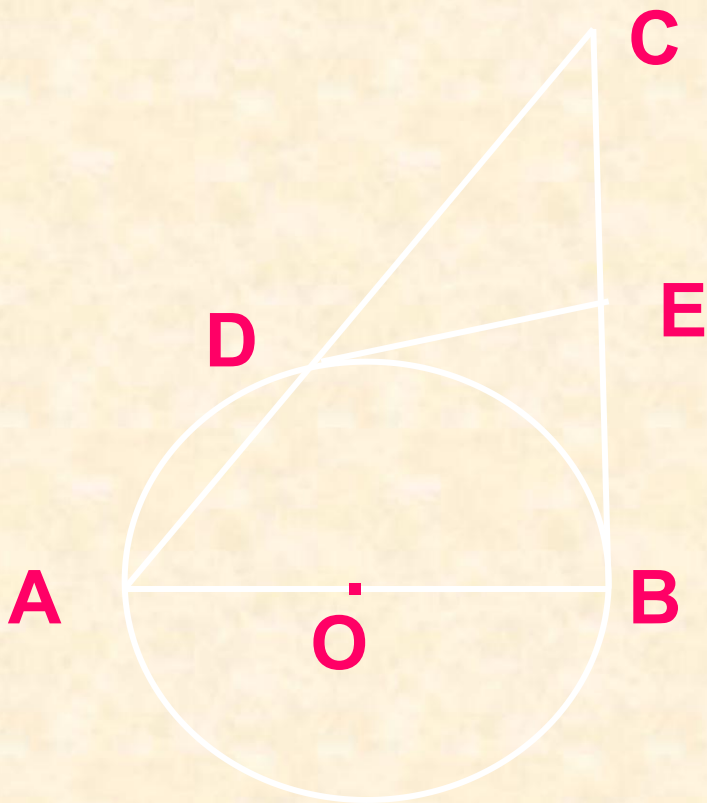


5.小红家的锅盖坏了,为了配一个锅盖,需要测量锅盖的直径(锅边所形成的圆的直径),而小红家只有一把长20cm的直尺,根本不够长,怎么办呢?小红想了想,采取以下方法:首先把锅平放到墙根,锅边刚好靠到两墙,用直尺紧贴墙面量得MA的长,即可求出墙的直径,请你利用图乙,说明她这样做的道理.



2. 如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=6$ ， $BC=8$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于 D ， E 是 BC 的中点，连接 ED 并延长交 BA 的延长线于 F 。

求证： DE 是 $\odot O$ 的切线



选作题



如图，以 $Rt\triangle ABC$ 的直角边 BC 为直径作半圆 O ，交斜边于 D ， $OE \parallel AC$ 交 AB 于 E ，求证： DE 是 $\odot O$ 的切线。

