

第十四章 圆



24.4 弧长和扇形面积（一）



学习目标



1. 了解扇形的概念，复习圆的周长、圆的面积公式.

2. 探索 n° 的圆心角所对的弧长 $l = \frac{n\pi R}{180}$ 和扇形面积

$S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$ 的计算公式，并应用这些公式解决相关问题.



一、自学指导

预习导学



自学： 阅读教材第110至112页.

归纳： 1.在半径为R的圆中， 1° 的圆心角所对的弧长

是 $\frac{\pi R}{180}$ ， n° 的圆心角所对的弧长是 $\frac{n\pi R}{180}$.

2.在半径为R的圆中， 1° 的圆心角所对应的扇形面积

是 $\frac{\pi R^2}{360}$ ， n° 的圆心角所对应的扇形面积是 $\frac{n\pi R^2}{360}$.

3.半径为R，弧长为l的扇形面积 $S = \frac{1}{2}lR$



二、自学检测：

预习导学



1. 已知 $\odot O$ 的半径 $OA=6$ ， $\angle AOB=90^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 所对的弧长 \widehat{AB} 的长是 3π 。

一个扇形所在圆的半径为 3cm ，扇形的圆心角为 120° ，则扇形的面积为 3π cm^2 。

3. 在一个圆中，如果 60° 的圆心角所对的弧长是 $6\pi\text{cm}$ ，那么这个圆的半径 $r=\underline{18}$ cm 。

4. 已知扇形的半径为 3 ，圆心角为 60° ，那么这个扇形的面积等于 $\frac{3}{2}\pi$ 。



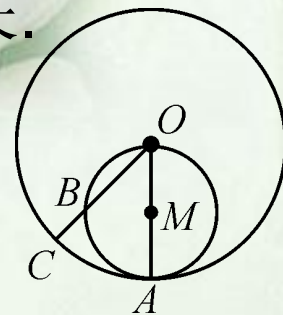
合作探究

一、小组合作：



1. 在一个周长为180cm的圆中，长度为60cm的弧所对圆心角为 120 度.
2. 已知扇形的弧长是 $4\pi\text{cm}$ ，面积为 $12\pi\text{cm}^2$ ，那么它的圆心角为 120 度.
3. 如图， $\odot O$ 的半径是 $\odot M$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点， OC 交 $\odot M$ 于 B ，若 $\odot O$ 的半径等于5cm， \widehat{AC} 的长等于 $\odot O$ 的周长的 $\frac{1}{10}$ ，求 \widehat{AB} 的长.

解： πcm .



合作探究

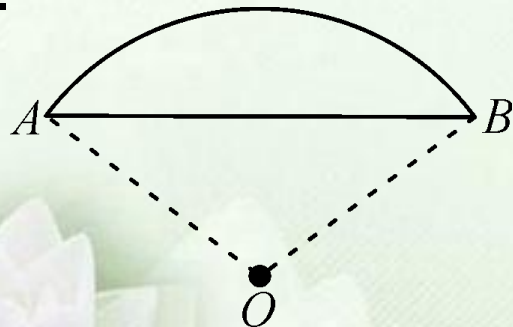
二、跟踪练习:



1. 已知弓形的弧所对的圆心角 $\angle AOB$ 为 120° ，弓形的弦 AB 长为 12 ，求这个弓形的面积.

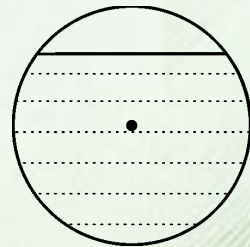
解: $16\pi - 12\sqrt{3}$..

点拨精讲: 弓形的面积等于扇形面积减去三角形的面积.



2. 如图，水平放置的圆柱形排水管道的截面半径是 0.6cm ，其中水面高 0.9cm ，求截面上有水部分的面积.(精确到 0.01cm^2)

解: $\frac{24\pi + 9\sqrt{3}}{100} \approx 0.91(\text{cm}^2).$



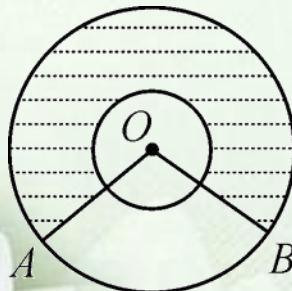
合作探究

二、跟踪练习：



3.如图，在同心圆中，两圆半径分别为2、1， $\angle AOB = 120^\circ$ ，求阴影部分的面积。

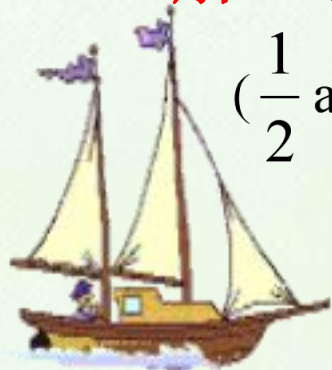
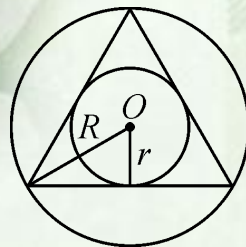
$$\text{解： } S = \frac{240}{360} (\pi \times 2^2 - \pi \times 1^2) = 2\pi.$$



4.已知正三角形的边长为a，求它的内切圆与外接圆组成的圆环的面积。

解：由直角三角形三边关系，得

$$\left(\frac{1}{2}a\right)^2 = R^2 - r^2, \quad S_{\text{环}} = \pi R^2 - \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi a^2$$



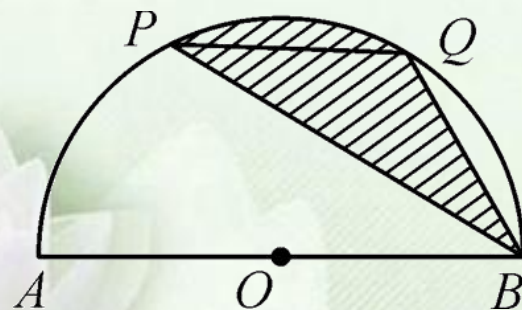
合作探究

二、跟踪练习：



5. 已知P、Q分别是半径为1的半圆圆周上的两个三等分点，AB是直径，求阴影部分的面积。

解： $\frac{\pi}{6}$



课堂小结



1. n° 的圆心角所对的弧长 $L = \frac{n\pi R}{180}$

2. 扇形的概念.

3. 圆心角为 n° 的扇形面积是 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$



课堂训练



员

