

第二十四章 圆

24.4 弧长和扇形面积（二）





学习目标

1. 了解圆锥母线的概念，理解圆锥侧面积计算公式，理解圆锥全面积的计算方法，并会应用公式解决问题.
2. 探索圆锥侧面积和全面积的计算公式以及应用它解决现实生活中的一些实际问题.

一、自学指导

预习导学

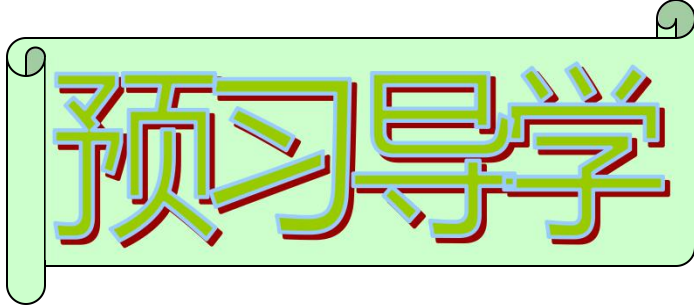
自学： 阅读教材第112至114页.

归纳： 1.圆锥是由一个底面 和一个侧面 围成的，连接圆锥 顶点 和底面圆周上任意一点的线段叫圆锥的母线，连接顶点和 底面圆心 的线段叫圆锥的高.

2.圆锥的侧面展开图是一个扇形，其半径为圆锥的母线，弧长是圆锥底面圆的周长 .

3.圆锥的母线 l ，圆锥的高 h ，底面圆的半径 r ，存在关系式： $l^2 = h^2 + r^2$ ，圆锥的侧面积 $S = \underline{\pi lr}$ ；圆锥的总面积 $S_{全} = S_{底} + S_{侧} = \underline{\pi lr + \pi r^2}$.

二、自学检测：



1. 已知圆锥的底面直径为4，母线长为6，则它的侧面积为 12π .

2. 圆锥的底面半径为3cm，母线长为6cm，则这个圆锥侧面展开图扇形的圆心角是 180 ° .

点拨精讲：始终牢记圆锥侧面的弧长即为底面圆的周长.

3. 如果圆锥的高为3cm，母线长为5cm，则圆锥的全面积是 36π cm^2 .

4. 已知圆锥底面的面积为 $16\pi\text{cm}^2$ ，高为3cm，那么它的全面积为 36π cm^2 .

预习导学

二、自学检测：

5. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=3\text{cm}$ ， $BC=4\text{cm}$ ，将 $\triangle ABC$ 绕直角边旋转一周，求所得圆锥的侧面积？

解： $20\pi\text{cm}^2$ 或 $15\pi\text{cm}^2$

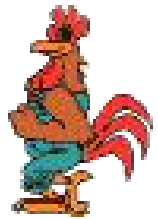
点拨精讲： 这里直角边分 AC 、 BC 两种情况



合作探究

一、小组合作：

- 1.圆锥的侧面积是底面积的2倍，这个圆锥的侧面展开图扇形的圆心角是 180 ° .
- 2.圆锥的底面半径为10cm，母线长30cm，底面圆周上的蚂蚁绕侧面一周的最短长度是多少？



合作探究

一、小组合作：

解：如图1，不失一般性，假设蚂蚁在图中点P处，将圆锥侧面从母线OA展开，如图2所示扇形，则P点在的中点上.过点P作PB⊥OA于点B，连结OP，易知，蚂蚁绕侧面一周的最短的长度 $L_{\text{最短}}=2BP$.

设扇形的AA'的圆心角为 n° ，则

$$\pi \times 30 \times 10 = \frac{n\pi \times 30^2}{360}, \text{ 解得 } n=120, \text{ 即 } \angle AOA'$$

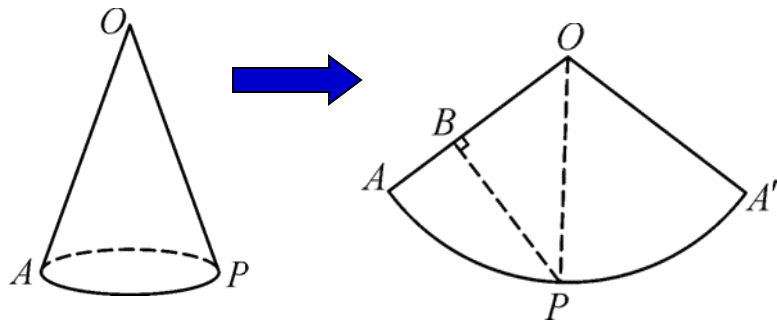
$$=120^\circ .$$

$$\text{则 } \angle POB = \frac{1}{2} \angle AOA' = 60^\circ ,$$

$$\because OP=30\text{cm}, \therefore BP=15\sqrt{3}\text{ cm}.$$

$$\therefore l_{\text{最短}}=2BP=30\sqrt{3}\text{ cm}.$$

$$\text{即最短长度为 } 30\sqrt{3}\text{ cm}.$$



合作探究

一、小组合作：

3. 一个扇形，半径为30cm，圆心角为120度，用它做成一个圆锥的侧面，那么这个圆锥的底面半径为 10 cm.

4. 一个圆锥的高为3，侧面展开图是半圆，求①圆锥的母线与底面半径之比；②锥角的大小；③圆锥的表面积.

解：①2: 1；② 60° ；③ 18π .

点拨精讲：由侧面展开图是半圆求出圆锥的母线与底面半径之比，再利用高构造直角三角形.

合作探究

二、跟踪练习：

1. 已知扇形的圆心角为 120° ，半径为2，则这个扇形的面积， $S_{\text{扇}} = \frac{4}{3}\pi$ ；已知扇形面积为 $\frac{4}{3}\pi$ ，圆心角为 120° ，则这个扇形的半径 $R = 2$ 。

2. 已知半径为2的扇形，面积为 $\frac{4}{3}\pi$ ，则它的圆心角的度数 = 120° ；已知半径为2cm的扇形，其弧长为 $\frac{4}{3}\pi$ ，则这个扇形的面积 $S_{\text{扇}} = \frac{4}{3}\pi \text{ cm}^2$ ；已知半径为2的扇形，面积为 $\frac{4}{3}\pi$ ，则这个扇形的弧长 = $\frac{4}{3}\pi$ 。

3. 已知扇形的半径为5cm，面积为 20cm^2 ，则扇形弧长为 8 cm 。

4. 已知扇形的圆心角为 210° ，弧长是 28π ，则扇形的面积为 336π 。

5. 教材第114页上框练习。



课堂小结

1. 圆锥的母线.
2. 圆锥的侧面积和全面积公式

课堂训练

