

26.1.1反比例函数

数

温故知新

1、什么是函数？什么是一次函数？正比例函数？
二次函数？

一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 和 y ，并且对于 x 的每个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。

形如 $y=kx+b$ (k, b 是常数，且 $k \neq 0$)的函数，叫做一次函数。

形如 $y=kx$ (k 是常数，且 $k \neq 0$)的函数，叫做正比例函数。

形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数，且 $a \neq 0$)的函数，叫做二次函数。

探究新知

思考：下列三个一样的函数解析式

这三个函数解析式有什么共同点？

$$y = \frac{k}{x} \quad (k \text{ 是非零常数})$$

(1) 京沪线铁路全程为 1463 km ，某次列车的平均速度 v (单位: km/h) 随此次列车的全运行时间 t (单位: h) 的变化而变化；

$$v = \frac{1463}{t}$$

(2) 某住宅小区要种植一个面积为 1000 m^2 矩形草坪，草坪的长 y (单位: m) 随宽 x (单位: m) 的变化而变化；

$$y = \frac{1000}{x}$$

(3) 已知北京市的总面积为 1.68×10^4 平方千米，人均占有的土地面积 S (单位: 平方千米/人) 随全市总人口 n (单位: 人) 的变化而变化。

$$S = \frac{1.68 \times 10^4}{n}$$

定义：

一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的函数

称为反比例函数，其中 x 是自变量， y 是函数。
思考：

1、自变量 x 的取值范围是什么？

2、形如 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的式子是反比例函数吗？

式子 $xy = k$ ($k \neq 0$) 呢？

例题精讲

例1. 下列函数中哪些是反比例函数, 并指出相应 k 的值?

① $y = 3x - 1$ ② $y = 2x^2$ ③ $y = \frac{1}{x}$ ④ $y = \frac{2x}{3}$

⑤ $y = 3x$ ⑥ $y = 2x^{-1}$ ⑦ $xy = \frac{1}{3}$ ⑧ $y = \frac{3}{2x}$

变式练习

变式: 在下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是 (C)

(A) $y = \frac{8}{x+5}$ (B) $y = \frac{3}{2}x$

(C) $xy = 5$ (D) $y = \frac{2}{x^2}$

例题精讲

例2. 当 $m = \underline{1}$ 时, 关于 x 的函数
 $y = (m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数?

解: 由题意可列
方程组:

$$\begin{cases} m^2 - 2 = -1 \\ m + 1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

$$\therefore m = 1$$

变式练习

变式：已知 $y = (m+2)x^{|m|-3}$ 是反比例函数，
则 m 的值为多少？

待定系数法求反比例函数表达式

例3 已知 y 是 x 的反比例函数，当 $x=2$ 时， $y=6$ 。

(1) 写出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 求当 $x=4$ 时 y 的值。

解：由题意可设函数为： $y = \frac{k}{x}$

将 $x=2, y=6$ 代入上式得： $6 = \frac{k}{2}$

解得： $k=12$

$\therefore y = \frac{12}{x}$

变式练习

变式: y 是 x 的反比例函数, 下表给出了 x 与 y 的一些值:

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
y		4		-2

- (1) 写出这个反比例函数的表达式;
- (2) 根据函数表达式完成上表.

随堂练习

1. y 是 x^2 成反比例, 当 $x=3$ 时, $y=4$.

(1) 写出 y 与 x 的函数关系式.

(2) 求当 $y=1.5$ 时 x 的值.

2. 已知函 $y=m+n$, 其中 m 与 x 成正比例, n 与 x 成反比例, 且当 $x=1$ 时, $y=4$; $x=2$ 时 $y=5$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式.

(2) 当 $x=4$ 时, 求 y 的值.

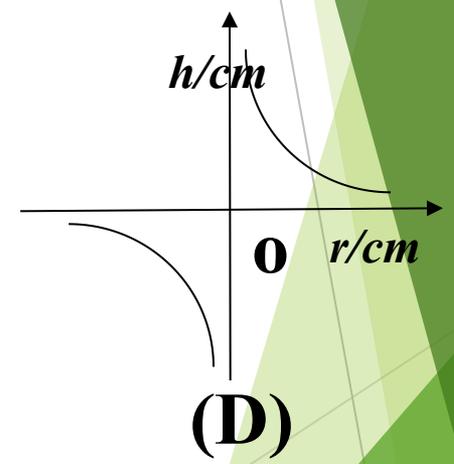
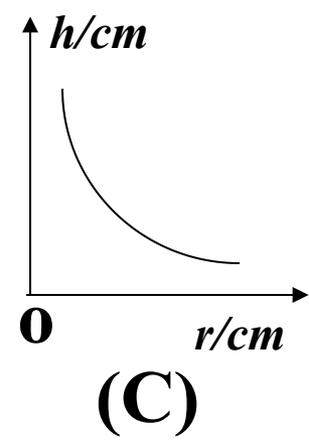
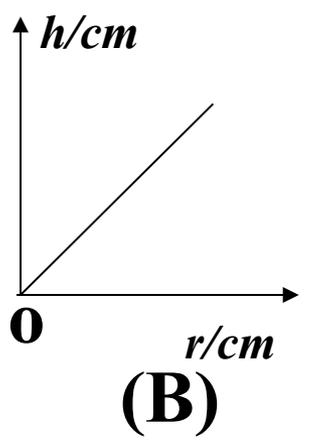
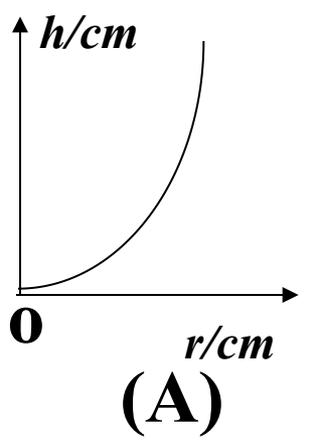
随堂练习

3. 近视眼镜的度数 y (度)与镜片焦距 x (米)成反比例, 已知400度近视眼镜镜片的焦距为0.25米, 则眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式是_____。

4. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中, 当 x 的值由4增加到6时, y 的值减小3, 求这个反比例函数的解析式.

随堂练习

5、已知圆柱的侧面积是 $10\pi\text{cm}^2$,若圆柱底面半径为 $r\text{cm}$,高为 $h\text{cm}$,则 h 与 r 的函数图象大致是()。



随堂练习

6、一水池内有污水20 米³，设放完全池污水的时间为 t （分钟），每分钟的放水量为 w （米³），规定放水时间在4分钟至8分钟之间，请把 t 表示为 w 的函数，并给出 w 的取值范围。

巩固提高

1、已知 $y-1$ 与 $\frac{1}{x+2}$ 成反比例,且当 $x=1$ 时 $y=4$,求 y 与 x 的函数表达式,并判断是哪类函数?

2、已知函数 $y=y_1+y_2$, y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例,且当 $x=1$ 时, $y=4$; 当 $x=2$ 时, $y=5$.

(1)求 y 与 x 的函数关系式;

(2)当 $x=4$ 时, y 的值是多少?

巩固提高

3、已知 $y = y_1 + y_2$,其中 y_1 与 x 成反比例,且比例系数是 k_1 ; y_2 与 x^2 成正比例,且比例系数是 k_2 ,若 $x = -1$ 时, $y = 0$,则 k_1 与 k_2 的关系是

$$\text{解: 由 } y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = \frac{k_1}{x} + k_2 x^2$$

$$\text{由 } x = -1 \text{ 时, } y = 0 \Rightarrow 0 = \frac{k_1}{-1} + k_2 \times (-1)^2$$

$$\therefore k_1 = k_2$$

课堂小结

1. 通过这节课的学习你有哪些收获？
2. 你还有哪些问题？与同伴进行交流或向老师提问！