



28.1 锐角三角函数(1)

学习目标：

- 1、理解正弦函数的意义，掌握正弦函数的表示方法。
- 2、能根据正弦函数的定义计算直角三角形中一个锐角的正弦函数值。
- 3、通过经历正弦函数概念的形成过程，培养学生从特殊到一般及数形结合的思想方法。

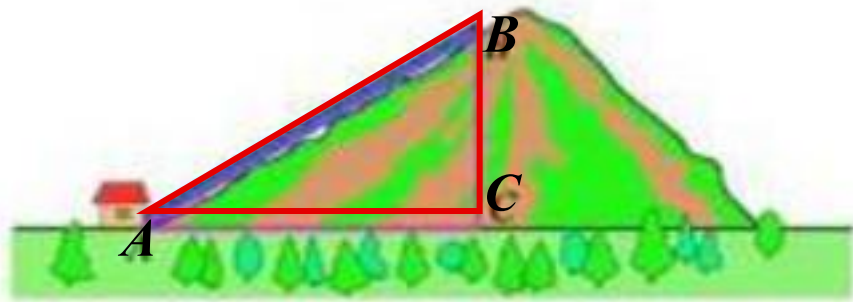
重点：

对正弦函数定义的理解及根据定义计算锐角的正弦函数值。

难点

正弦函数概念的形成。

问题:为了绿化荒山,某地打算从位于山脚下的机井房沿着山坡铺设水管,在山坡上修建一座扬水站,对坡面的绿地进行喷灌.现测得斜坡与水平面所成角的度数是 30° ,为使出水口的高度为 35m ,那么需要准备多长的水管?



分析:这个问题可以归结为,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $BC=35\text{m}$, 求 AB

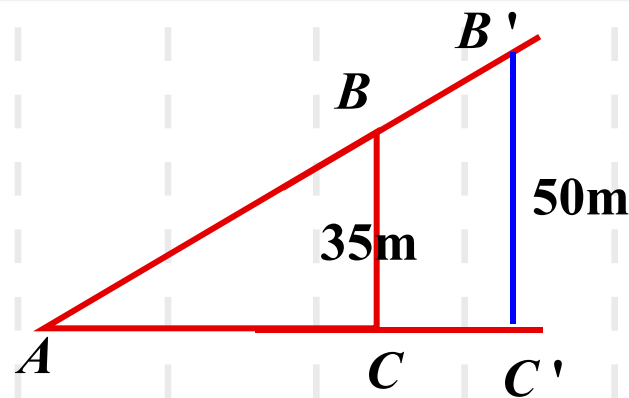
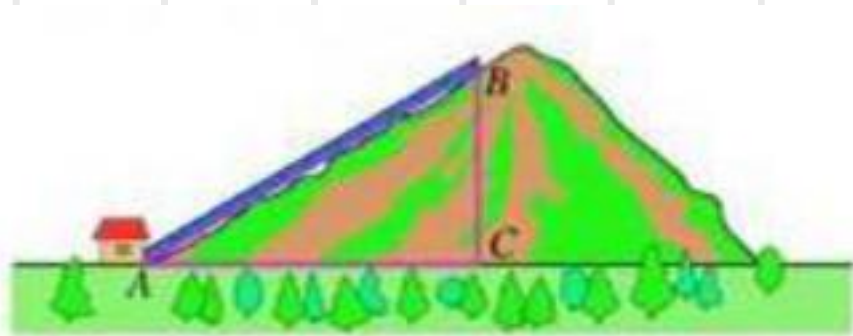
根据“在直角三角形中, 30° 角所对的边等于斜边的一半”, 即

$$\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$$

可得 $AB=2BC=70\text{m}$, 也就是说, 需要准备 70m 长的水管.

思考

在上面的问题中，如果使出水口的高度为50m，那么需要准备多长的水管？

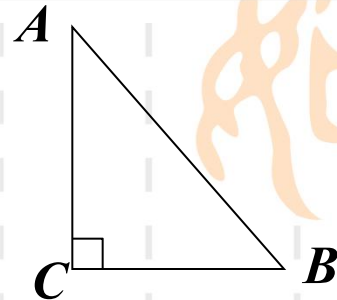


$$\frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{1}{2}, \quad AB' = 2B'C' = 2 \times 50 = 100(\text{m})$$

结论：在一个直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么不管三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比值都等于 $\frac{1}{2}$

思考

如图，任意画一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ，计算 $\angle A$ 的对边与斜边的比 $\frac{BC}{AB}$ ，你能得出什么结论？



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，由于 $\angle A=45^\circ$ ，所以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，由勾股定理得：

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2BC^2$$

$$AB = \sqrt{2}BC$$

因此

$$\frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{2}BC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

即在直角三角形中，当一个锐角等于 45° 时，不管这个直角三角形的大小如何，这个角的对边与斜边的比都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

结论

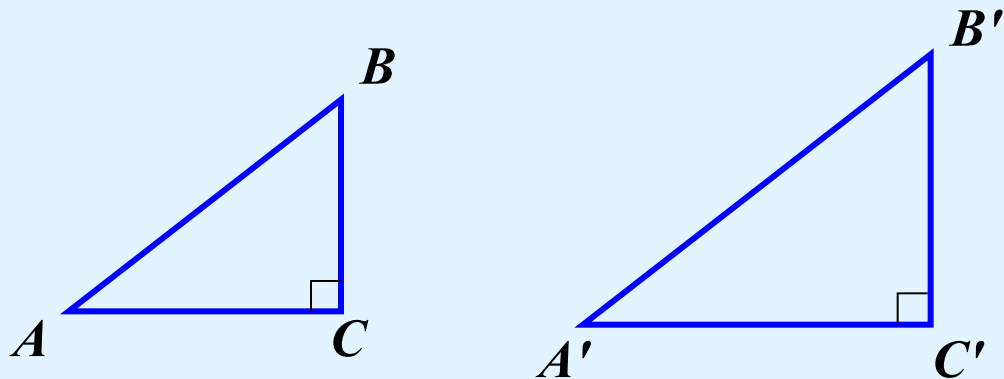
综上所述，在一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，当 $\angle A=30^\circ$ 时， $\angle A$ 的对边与斜边的比都等于 $\frac{1}{2}$ ，是一个固定值；当 $\angle A=45^\circ$ 时， $\angle A$ 的对边与斜边的比都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，也是一个固定值。

问题

一般地，当 $\angle A$ 取其他一定度数的锐角时，它的对边与斜边的比是否也是一个固定值？

探究

任意画 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，使得 $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle A' = \alpha$ ，那么 $\frac{BC}{AB}$ 与 $\frac{B'C'}{A'B'}$ 有什么关系．你能解释一下吗？



在图中，由于 $\angle C = \angle C' = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle A' = \alpha$ ，所以 $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle A'B'C'$

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{AB}{A'B'}$$

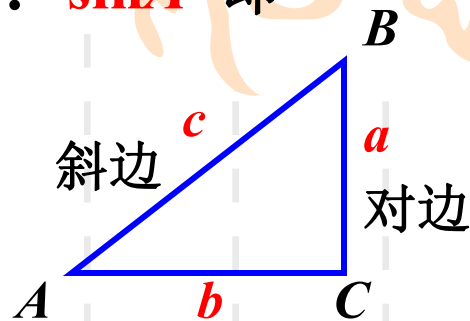
$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{A'B'}$$

这就是说，在直角三角形中，当锐角 A 的度数一定时，不管三角形的大小如何， $\angle A$ 的对边与斜边的比也是一个固定值．并且直角三角形中一个锐角的度数越大，它的对边与斜边的比值越大

正弦函数

如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，我们把锐角 A 的对边与斜边的比值叫做 $\angle A$ 的正弦（sine），记作： $\sin A$ 即

$$\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$



例如，当 $\angle A=30^\circ$ 时，我们有

$$\sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

当 $\angle A=45^\circ$ 时，我们有

$$\sin A = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

在图中
 $\angle A$ 的对边记作 a
 $\angle B$ 的对边记作 b
 $\angle C$ 的对边记作 c

例题示范

例1 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值。

解：（1）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

因此 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$

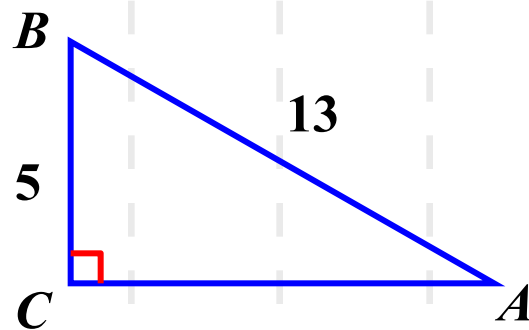
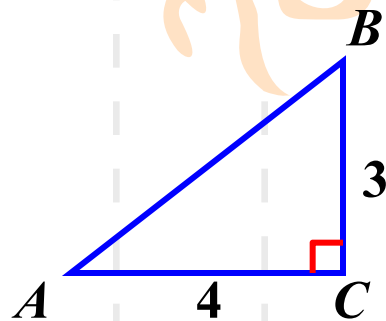
$$\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$$

（2）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

因此 $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$



求 $\sin A$ 就是要确定 $\angle A$ 的对边与斜边的比；求 $\sin B$ 就是要确定 $\angle B$ 的对边与斜边的比

练一练



吉祥如意

1. 判断对错:

1) 如图 (1) $\sin A = \frac{BC}{AB}$ (√)

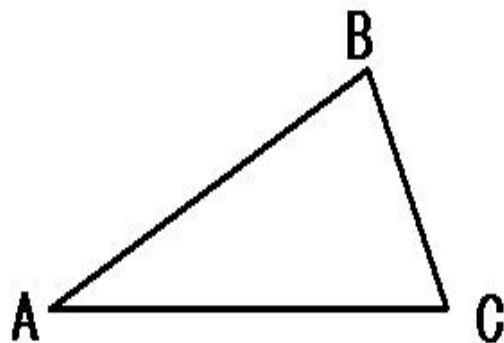
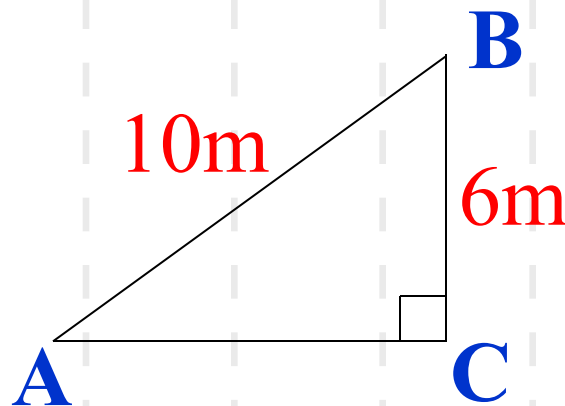
(2) $\sin B = \frac{BC}{AB}$ (×)

(3) $\sin A = 0.6m$ (×)

$\sin A$ 是一个比值 (注意比的顺序), 无单位;

(4) $\sin B = 0.8$ (√)

2) 如图, $\sin A = \frac{BC}{AB}$ (×)



吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

练一练



2. 在Rt $\triangle ABC$ 中，锐角A的对边和斜边同时扩大100倍， $\sin A$ 的值（ C ）

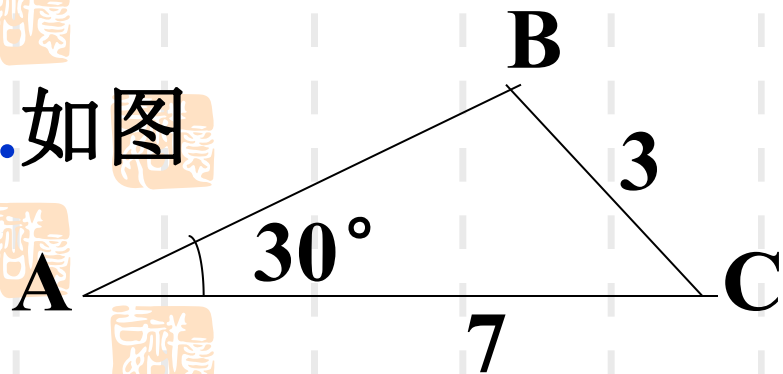
A. 扩大100倍

B. 缩小 $\frac{1}{100}$

C. 不变

D. 不能确定

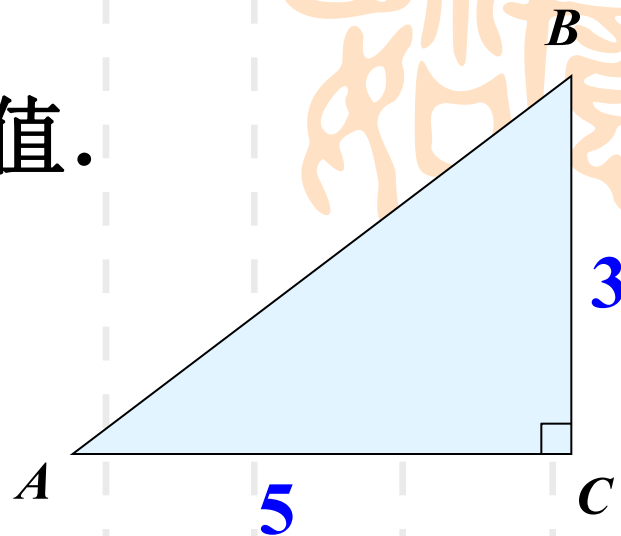
3. 如图



则 $\sin A = \underline{\frac{1}{2}}$.

练习

根据下图，求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值。



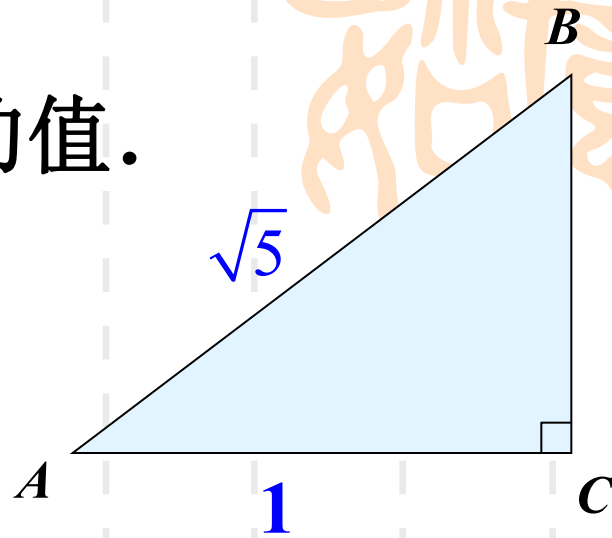
求 $\sin A$ 就是要确定 $\angle A$ 的对边与斜边的比；

求 $\sin B$ 就是要确定 $\angle B$ 的对边与斜边的比

练习

根据下图，求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值.

求 $\sin A$ 就是要确定 $\angle A$ 的对边与斜边的比；
求 $\sin B$ 就是要确定 $\angle B$ 的对边与斜边的比；

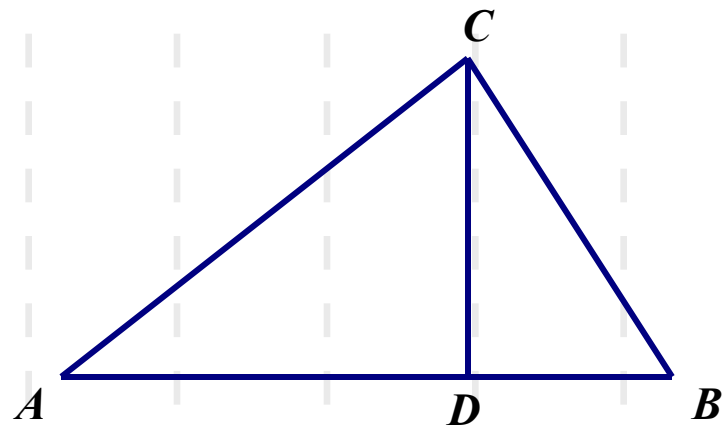


练习

如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，图中 $\sin B$ 可由哪两条线段比求得。

解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\sin B = \frac{AC}{AB}$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\sin B = \frac{CD}{BC}$



因为 $\angle B = \angle ACD$ ，所以

$$\sin B = \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$$

求一个角的正弦值，除了用定义直接求外，还可以转化为求和它相等角的正弦值。

吉祥

小结

本节课你有什么收获呢？

