

义务教育课程标准实验教科书

九年级 下册

28.2 解直角三角形 (第1课时)

人民教育出版社



这样的问题怎么解决

问题：要想使人安全地攀上斜靠在墙面上的梯子的顶端，梯子与地面所成的角 a 一般要满足 $50^\circ \leq a \leq 75^\circ$. 现有一个长6m的梯子，问：

- (1) 使用这个梯子最高可以安全攀上多高的墙（精确到0.1m）？
- (2) 当梯子底端距离墙面2.4m时，梯子与地面所成的角 a 等于多少（精确到 1° ）？这时人是否能够安全使用这个梯子？



问题（1）当梯子与地面所成的角 α 为 75° 时，梯子顶端与地面的距离是使用这个梯子所能攀到的最大高度。

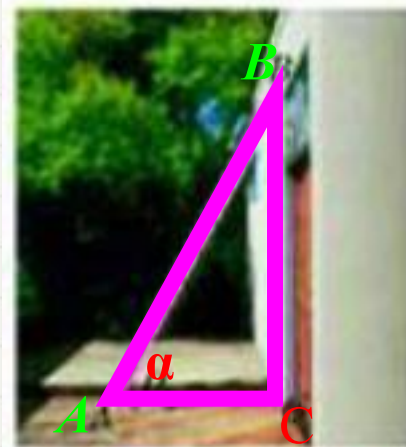
问题（1）可以归结为：在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 75^\circ$ ，斜边 $AB = 6$ ，求 $\angle A$ 的对边 BC 的长。

$$\text{由 } \sin A = \frac{BC}{AB} \text{ 得}$$

$$BC = AB \cdot \sin A = 6 \times \sin 75^\circ$$

由计算器求得 $\sin 75^\circ \approx 0.97$

所以 $BC \approx 6 \times 0.97 \approx 5.8$



因此使用这个梯子能够安全攀到墙面的最大高度约是5.8m

对于问题（2），当梯子底端距离墙面2.4m时，求梯子与地面所成的角 α 的问题，可以归结为：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，已知 $AC=2.4$ ，斜边 $AB=6$ ，求锐角 α 的度数

由于

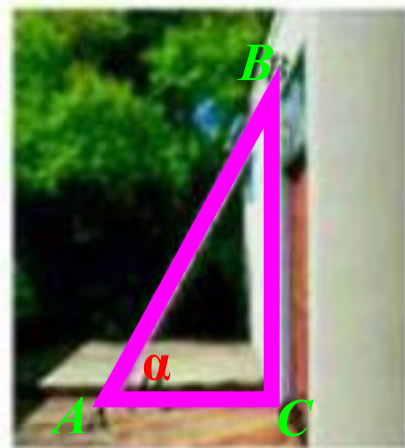
$$\cos \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{2.4}{6} = 0.4$$

利用计算器求得

$$\alpha \approx 66^\circ$$

因此当梯子底端距离墙面2.4m时，梯子与地面所成的角大约是 66°

由 $50^\circ < 66^\circ < 75^\circ$ 可知，这时使用这个梯子是安全的。



探究

在图中的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

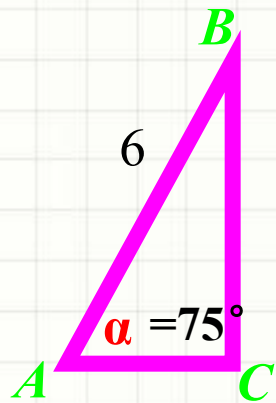
(1) 根据 $\angle A=75^\circ$ ，斜边 $AB=6$ ，你能求出这个直角三角形的其他元素吗？

能

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \sin A = 6 \times \sin 75^\circ$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = AB \cdot \cos A = 6 \times \cos 75^\circ$$

$$\angle A + \angle B = 90^\circ \Rightarrow \angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 75^\circ$$



探究

在图中的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

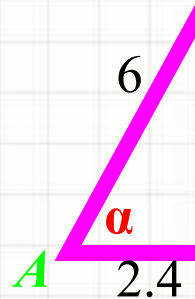
(2) 根据 $AC=2.4$ ，斜边 $AB=6$ ，你能求出这个直角三角形的其他元素吗？

能

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - 2.4^2} \approx 5.5$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos A = \frac{2.4}{6} = 0.4 \Rightarrow \angle A \approx 66^\circ$$

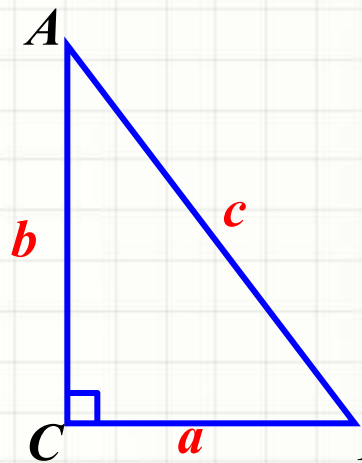
$$A + B = 90^\circ \Rightarrow B = 90^\circ - A = 90^\circ - 66^\circ = 24^\circ$$



解直角三角形

解直角三角形:在直角三角形中,由已知元素求未知元素的过程.

事实上,在直角三角形的六个元素中,除直角外,如果再知道两个元素(其中至少有一个是边),这个三角形就可以确定下来,这样就可以由已知的两个元素求出其余的三个元素.



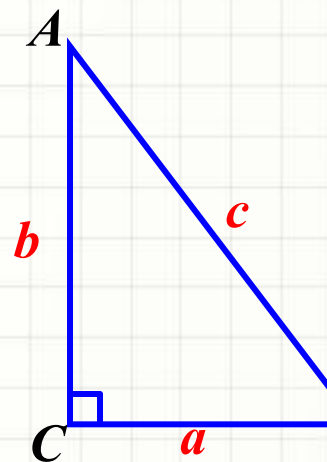
在解直角三角形的过程中,一般要用到下面一些关系:

在解直角三角形的过程中，一般要用到下面一些关系：

(1) 三边之间的关系 $a^2 + b^2 = c^2$ (勾股定理)

(2) 两锐角之间的关系 $\angle A + \angle B = 90^\circ$

(3) 边角之间的关系



$$\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$

$$\sin B = \frac{\angle B \text{的对边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\angle A \text{的邻边}} = \frac{a}{b}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{的对边}}{\angle B \text{的邻边}} = \frac{b}{a}$$

例1 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=\sqrt{2}$ ， $BC=\sqrt{6}$

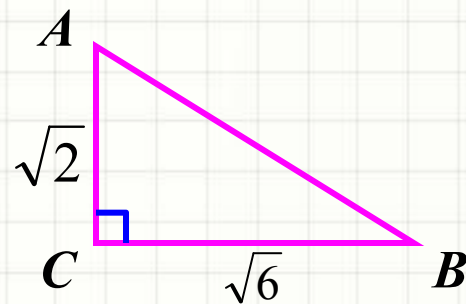
解这个直角三角形

解： $\because \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

$\therefore \angle A = 60^\circ$

$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$AB = 2AC = 2\sqrt{2}$



例2 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=35^\circ$, $b=20$, 解这个直角三角形
(精确到0.1)

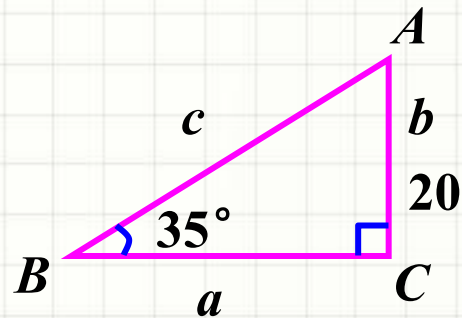
解: $\angle A=90^\circ - \angle B=90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

$$\because \tan B = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = \frac{b}{\tan B} = \frac{20}{\tan 35^\circ} \approx \frac{20}{0.70} \approx 28.6$$

$$\because \sin B = \frac{b}{c}$$

$$\therefore c = \frac{b}{\sin B} = \frac{20}{\sin 35^\circ} \approx \frac{20}{0.57} \approx 35.1$$



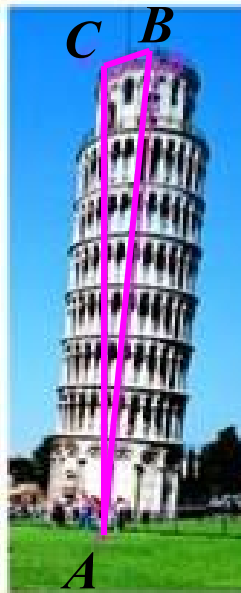
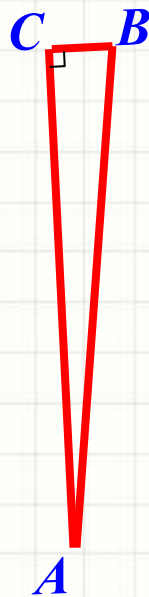
你还有其他方法求出 c 吗?

解决有关比萨斜塔倾斜的问题.

设塔顶中心点为 B ，塔身中心线与垂直中心线的夹角为 A ，过 B 点向垂直中心线引垂线，垂足为点 C （如图），在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=5.2\text{m}$ ， $AB=54.5\text{m}$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5.2}{54.5} \approx 0.0954$$

所以 $\angle A \approx 5^\circ 28'$



可以求出2001年纠偏后塔身中心线与垂直中心线的夹角.

你愿意试着计算一下吗?

练习

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，根据下列条件解直角三角形；

(1) $a = 30, b = 20$;

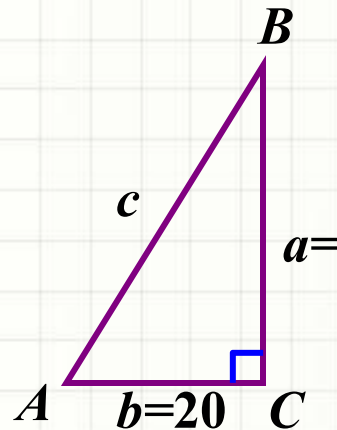
解：根据勾股定理

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{30^2 + 20^2} = 10\sqrt{13}$$

$$\tan A = \frac{a}{b} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\angle A = 56.3^\circ$$

$$\angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 56.3^\circ = 33.7^\circ$$



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，根据下列条件解直角三角形；

(2) $\angle B=72^\circ$ ， $c=14$.

解：

$$\sin B = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \sin B = 14 \times \sin 72^\circ \approx 13.3$$

$$\cos B = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \cos B = 14 \times \cos 72^\circ \approx 4.34$$

$$\angle A = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

