

第三章

知识归类

1. 代数式

用运算符号把数和表示数的字母连接而成的式子，叫做代数式。关于代数式，要注意把握两点：一是单独的一个数或字母也是代数式；二是只要不含有等号或不等号的式子就是代数式。

2. 代数式书写格式

(1)数与字母相乘，应将数写在前面；

(2)数与字母相乘、字母与字母相乘，“ \times ”应写作____
“ \cdot ”或者省略不写；如 $a \times 10$ 应写作 $10 \cdot a$ 或者
 $10a$ ， $m \times n$ 应写作 $m \cdot n$ 或者 mn ；

(3)有除法运算时，要写成分数的形式，如 $6 \div (y - 3)$ 应写成
 $\frac{6}{y-3}$ 。

3. 求代数式的值的步骤

第一步，用数值代替代数式里的字母，简称
“代入”；第二步，按照代数式指明的运算计算出结果，
简称“计算”。

4. 代数式的项和各项的系数

代数式 $10x - 5y$ 有两项， $10x$ 与 $-5y$ ，每一项前面的数字因数叫做这一项的系数， $10x$ 的系数是 10 ， $-5y$ 的系数是 -5 ；代数式 $6a^2 - 2a - 7$ 有三项， $6a^2$ 、 $-2a$ 与 -7 ， $6a^2$ 的系数是 6 ， $-2a$ 的系数是 -2 ， -7 是常数项。

5. 同类项

所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做同类项。

6. 合并同类项

(1)法则：合并同类项时，把同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变；

(2)步骤：第一步，找出同类项；第二步，利用法则，把同类项的系数加在一起，字母和字母的指数不变；第三步，利用有理数的加法计算出各项系数的和，写出合并后的结果。

7. 去括号法则

(1) 括号前是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，原括号里各项的符号都不改变；

(2) 括号前是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，原括号里各项的符号都要改变。

考点攻略

▶ 考点一 代数式及求值

例1 老师利用假期带学生外出游览，已知每张车票50元，甲车主说，如果乘我的车，师生全部享受8折优惠；乙车主说，如果乘我的车，学生9折优惠，老师免费。

(1)如果一个老师带了 x 名学生，分别写出乘甲、乙两车所需的车费；

(2)如果这个老师带了6名学生，乘哪一辆车合算？如果带了10名学生呢？

解：(1)乘甲车所需的车费为 $50(x+1) \times 80\%$ (元)，
乘乙车所需的车费为 $50x \cdot 90\%$ ；

(2)当 $x=6$ 时， $50(x+1) \times 80\% = 40 \times 7 = 280$ (元)，
 $50x \cdot 90\% = 45 \times 6 = 270$ (元)，乘乙车合算；

当 $x=10$ 时， $50(x+1) \times 80\% = 40 \times 11 = 440$ (元)，
 $50x \cdot 90\% = 45 \times 10 = 450$ (元)，乘甲车合算。

方法技巧

求代数式的值,关键是正确代入数值,遇到负数时,要合理地添加括号.

► 考点二 合并同类项

例2 先去括号，再合并同类项：

$$a - (2a - b) - 2(a + 2b).$$

$$\begin{aligned} \text{解：} \quad a - (2a - b) - 2(a + 2b) &= a - 2a + b - 2a - 4b = a - 2a \\ - 2a + b - 4b &= -3a - 3b. \end{aligned}$$

易错警示

去括号时,用乘法对加法的分配律;合并同类项时用加法的交换律、结合律可以使运算简便.

合并同类项时,不是同类项的不能合并,要保留下来;交换各项的位置时,要连同它的符号一起移动,不能遗漏.

► 考点三 探索规律

例3 如图3-1, 将一个正三角形纸片剪成四个全等的小正三角形, 再将其中的一个按同样的方法剪成四个更小的正三角形, ……如此继续下去, 结果如下表:

所剪次数	1	2	3	4	…	n
正三角形个数	4	7	10	13	…	a_n

则 $a_n =$ _____ (用含n的代数式表示).

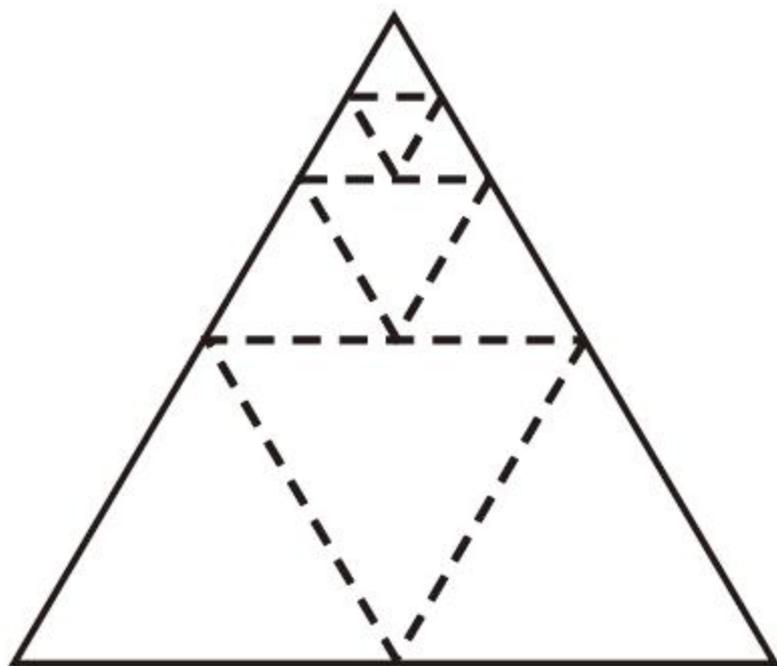


图 3—1

[答案] $3n+1$

[解析] 由题中给出的表格，就能发现 a_n 与 n 的关系为 $a_n=3n+1$ ，实际上每剪一次，就增加3个小三角形，故符合表格规律。

方法技巧

探索规律是一种思维活动,即思维从特殊到一般的跳跃,需要有一定的归纳与综合能力.当已知的数据有多组时,需要仔细观察,反复比较,才能准确找出规律.探索规律,所用到的数学思想方法有分类讨论思想、转化思想、归纳法.

[解析] 因习惯了“勾三股四弦五”的说法，即意味着两直角边为3和4时，斜边长为5.但这一理解的前提是3,4为直角边.而本题中并未加以任何说明，因而所求的第三边可能为斜边，但也可能为直角边.

解：(1)当两直角边为3和4时，第三边长的平方为 $3^2+4^2=25$;

(2)当斜边为4，一直角边为3时，第三边长的平方为 $4^2-3^2=7$.

试卷讲练

考查意图	<p>整式及其加减是七年级数学的重要组成部分，在各类考试中常以填空题、选择题、计算题出现。本卷主要考查了代数式的意义、合并同类项、探索规律等，重点考查了合并同类项和代数式求值。</p>	
难易度	易	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20
	中	10, 15, 16, 21, 22
	难	23, 24

知识与技能	代数式的意义	1, 3, 4, 5, 6, 13, 23
	合并同类项	2, 11, 14, 17, 19
	代数式求值	7, 8, 9, 12, 15, 18, 22, 24
	探索规律	10, 16, 20, 21
亮点	13题贴近实际, 让学生体会购物的乐趣和数学知识的应用; 16题探索规律, 是开发学生智力的好题.	

针对第4题训练

1. 下列各式中去括号正确的是()

A. $3(a+3b)=3a+3b$

B. $-(-a+c)=a+c$

C. $-2(a-b)=-2a+2b$

D. $m+(n+a)=m-n+a$

[答案] C

2. 下列各项中, 去括号正确的是()

A. $x^2 - (2x - y + 2) = x^2 - 2x + y + 2$

B. $-(m + n) - mn = -m + n - mn$

C. $x - (5x - 3y) + (2x - y) = -2x + 2y$

D. $ab - (-ab + 3) = 3$

[答案] C

针对第8题训练

1. 如图3-2是一个简单的数值运算程序，当输入的 x 的值为 -1 时，则输出的值为()

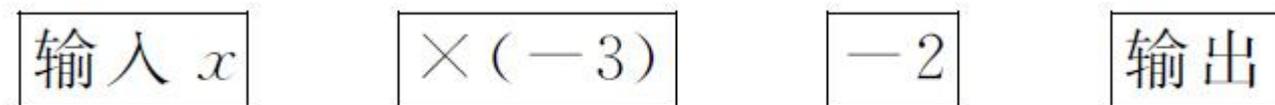


图 3-2

A. 1 B. -5 C. -1 D. 5

[答案] A

2. 按图3-3所示的程序计算, 若开始输入的值为 $x=3$, 则最后输出的结果是_____.

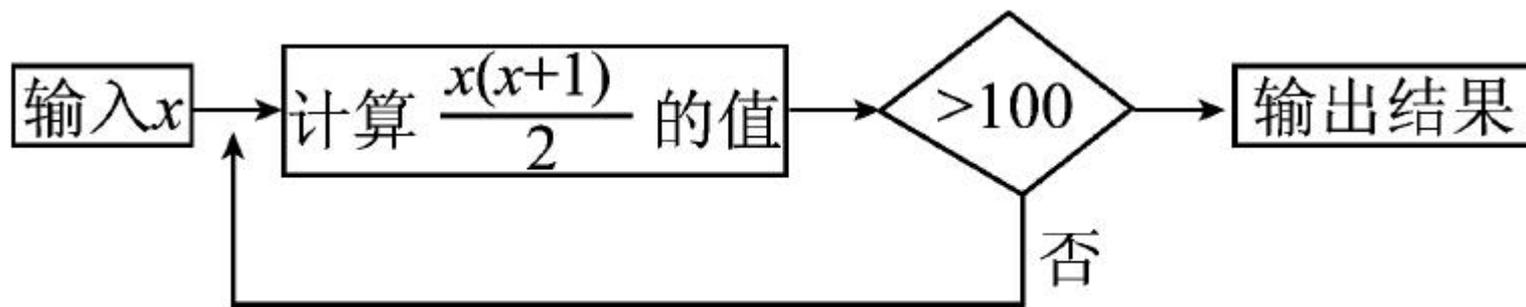


图 3-3

[答案] 231

针对第9题训练

1.小华同学在求代数式 $25+a$ 的值时，误将“+”号看成“-”号，其结果为17，则 $25+a$ 的值为()

A. 8 B. 33 C. 34 D. 42

[答案] B

2. 某同学做一道数学题：“两个多项式A、B， $B=4x^2-5x-6$ ，试求A+B”，这位同学把“A+B”看成“A-B”，结果求出答案是 $-7x^2+10x+12$ ，那么A+B的正确答案是多少？

解：因为 $A-B=-7x^2+10x+12$ ， $B=4x^2-5x-6$ ，

所以 $A=B+(-7x^2+10x+12)=4x^2-5x-6-7x^2+10x+12$
 $=-3x^2+5x+6$ ，

所以 $A+B=(-3x^2+5x+6)+(4x^2-5x-6)=-3x^2+5x+6$
 $+4x^2-5x-6=x^2$.

针对第10题训练

为庆祝“六一”儿童节，某幼儿园举行用火柴棒摆“金鱼”比赛，第一个“金鱼”用了8根火柴，如图3-4所示：

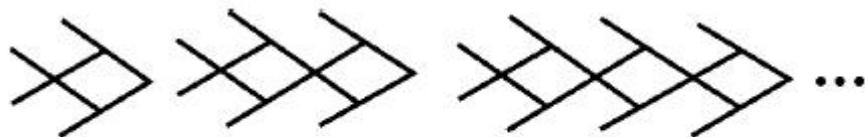


图 3-4

按照上面的规律，摆 n 个“金鱼”需用火柴棒的根数为()

A. $2+6n$ B. $8+6n$

C. $4+4n$ D. $8n$

[答案] A

针对第14题训练

1. 若 $-3x^{2m}y^3$ 与 $2xy^{2n}$ 是同类型项, 则 $|m-n|$ 的值是()

A. 0 B. 1 C. 7 D. -1

[解析] B 根据同类型项的定义中相同字母的指数也相同, 可先求得 m 和 n 的值, 从而求出它们的差的绝对值. 由同类型项的定义可知 $n=\frac{3}{2}$, $m=\frac{1}{2}$, 则 $|m-n|=1$.

2. 单项式 $-x^{a+b}y^{a-1}$ 与 $3x^2y$ 是同类型项，则 $a-b$ 的值为()

A. 2 B. 0 C. -2 D. 1

[答案] A

3. $-x^{2n-1}y$ 与 $8x^8y$ 是同类型项，则代数式 $(2n-9)^{2012}$ 的值是()

A. 0 B. 1

C. -1 D. 1或-1

[答案] A

针对第23题训练

在一次人才招聘会上，有A、B两家公司分别开出他们的工资标准：A公司允诺第一年月工资为1500元，以后每年月工资比上一年工资增加230元；B公司允诺第一个月工资为2000元，以后每年月工资在上一年月工资基础上递增5%，设某人年初被A、B两家公司同时录取，试问：

(1)若该人打算在A公司或B公司连续工作 n 年，则他第 n 年的月工资收入各为多少？

(2)如该人打算连续在一家公司工作10年，仅以工资收入来看，该人去哪家公司较合算？

解：(1)此人在A、B公司第n年的月工资数分别为 A_n 、 B_n .

$A_n = 1500 + 230(n - 1)$, $B_n = 2000(1 + 5\%)^{n-1}$ (其中n为正整数).

(2)若该人在A公司连续工作10年,则他的工资收入总量为
 $12(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}) = 304200$ (元).

若该人在B公司连续工作10年,则他的工资收入总量为
 $12(b_1 + b_2 + \cdots + b_{10}) = 301869$ (元).

故该人应选择

阶段综合测试二(期中一)

试卷讲练

<p>考查意图</p>	<p>丰富的图形世界、有理数及其运算和整式及其加减是七年级数学的重要组成部分，特别是有理数和整式及其加减；在各类考试及中考当中常以填空题、选择题、计算题形式出现。本卷主要考查了有理数的意义、有理数的混合运算、几何体的意义、展开图、从三个方向看几何体、代数式的意义、合并同类项、代数式求值等。</p>	
<p>难易度</p>	<p>易</p>	<p>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20</p>
	<p>中</p>	<p>16, 21, 22</p>
	<p>难</p>	<p>23, 24</p>

知识与技能	有理数的意义	1, 5, 6, 11, 12, 14
	有理数混合运算	2, 7, 9, 17, 21, 22, 23
	展开图、从三个方向看几何体	8, 15, 19
	同类项	3, 13, 20
	代数式求值	4, 10, 16, 18, 24
亮点	16题贴近实际, 让学生感到数学就在身边, 学好数学可解决一些日常生活中的实际问题. 21题数值计算很有新意, 能培养学生思维的缜密性.	

针对第5题训练

1. 在数轴上，下列两个有理数之间的距离等于2的是()
- A. $-1, 2$ B. $0, 3$
- C. $2011, 2013$ D. $-5, 7$

[答案] C

2. 在数轴上表示 -3 ， 4 的两个点之间的距离是 _____ 个单位长度，这两个数之间的有理数有 _____ 个；这两个数之间的整数有 _____ 个。

[答案] 7 无数 6

3. 在数轴上，距原点4个单位长度的点表示的有理数是()

A. 4

B. 1、2、3、4

C. ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4

D. ± 4

[答案] D

4. 如图JD2-1, 在数轴上点A和点B之间表示整数的点有 _____ 个.

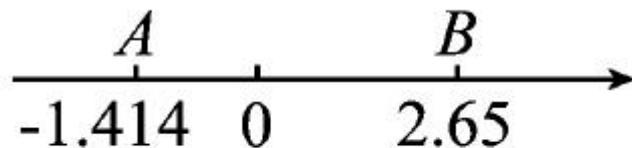


图 JD2-1

[答案] 4

针对第9题训练

1. 计算 $(-2)^3$ 所得结果是()

A. -6 B. 6

C. -8 D. 8

[答案] C

2. 下列每对数中, 不相等的一对是()

A. $(-2)^3$ 和 -2^3 B. $(-2)^2$ 和 2^2

C. $(-2)^4$ 和 -2^4 D. $|-2|^3$ 和 $|2|^3$

[答案] C

针对第16题训练

1. 图JD2-2中的圆点是有规律地从里到外逐层排列的. 则第 n 层有_____个圆点(用含 n 的代数式表示).

[答案] $4n$

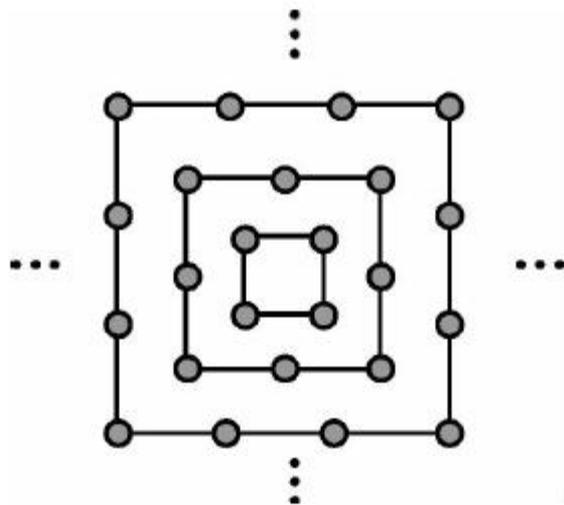


图 JD2-2

针对第20题训练

1. 小明在求一个多项式减去 $x^2 - 3x + 5$ 时，误认为加上 $x^2 - 3x + 5$ ，得到的答案是 $5x^2 - 2x + 4$ ，则正确的答案是_____.

[答案] $3x^2 + 4x - 6$

[解析] 误认为加上 $x^2 - 3x + 5$ ，得到的答案是 $5x^2 - 2x + 4$ ，则原式为 $5x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 3x + 5) = 4x^2 + x - 1$. 然后用原式按照正确的方法减去 $x^2 - 3x + 5$ ，得 $3x^2 + 4x - 6$.

2. 张华在一次测验中计算一个代数式加上 $5xy - 3yz + 2xz$ 时, 误认为减去此式, 计算出错误结果为 $2xy - 6yz + xz$, 试求出正确答案.

解: 设原来的代数式为 A , 则 $A - (5xy - 3yz + 2xz) = 2xy - 6yz + xz$, 得 $A = 7xy - 9yz + 3xz$;

故 $A + (5xy - 3yz + 2xz) = 7xy - 9yz + 3xz + (5xy - 3yz + 2xz) = 12xy - 12yz + 5xz$.

针对第21题训练

1. 如图JD2-3, 某计算装置有一数据输入口A和一运算结果的输出口B, 下表是小明输入的一些数据和这些数据经该装置计算后输出的相应结果: 按照这个计算装置的计算规律, 若输入的数是10, 则输出的数是_____.

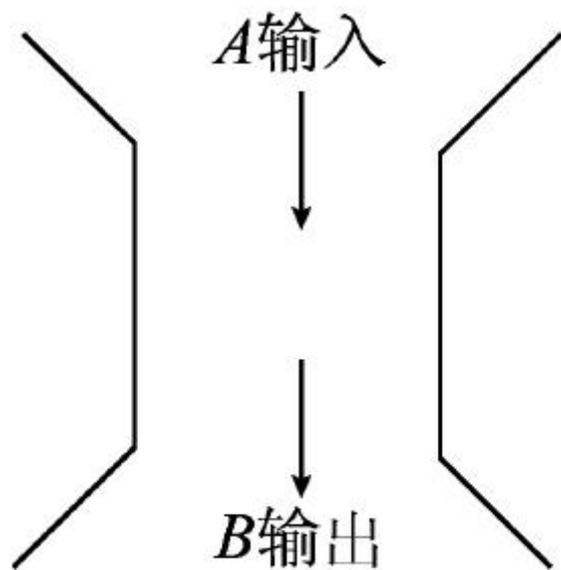


图 JD2—3

<i>A</i>	1	2	3	4	5
<i>B</i>	2	5	10	17	26

[解析] 分析表格后，可以得到*A*和*B*的关系是， $B=A^2+1$ 。

2. 如图JD2-4, 这是一个数值转换机的示意图, 若输入 x 的值为 -2 , 输入 y 的值为 6 , 则输出的结果为_____.

[答案] 16

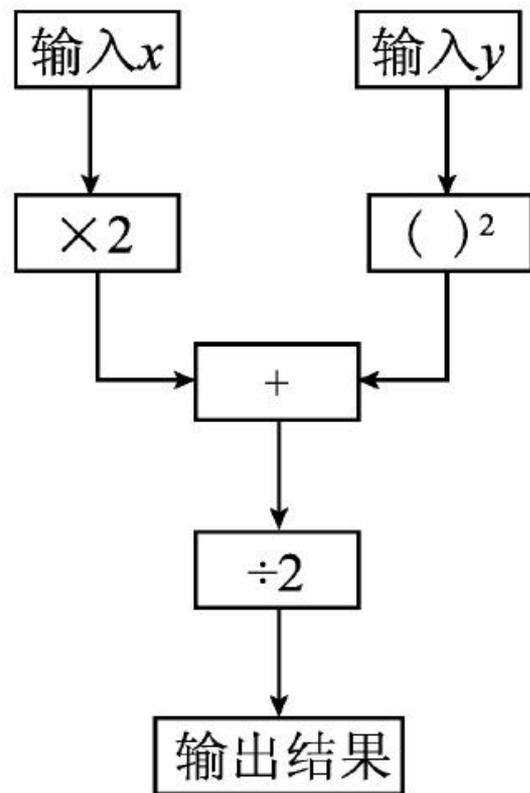


图 JD2-4

3. 如图JD2-5, 是一个有理数混合运算程序的流程图, 请根据这个程序回答问题: 当输入的 x 为-16时, 最后输出的结果 y 是多少? (写出计算过程)

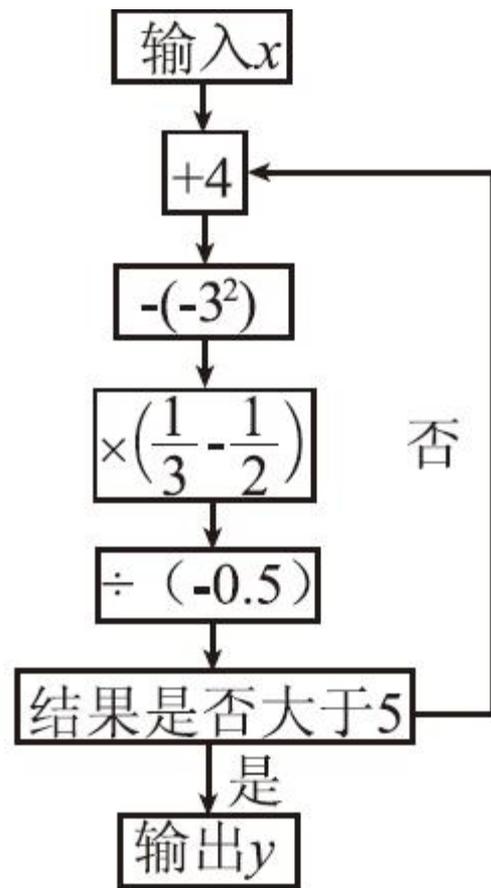


图 JD2-5

[解析] 先根据流程图列出算式，然后根据有理数混合运算的顺序，先算乘方再算乘除最后算加减，有括号的先算括号里面的。

解：根据题意，得

$$4 - (-3^2) \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div (-0.5) = 4 - (-9) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-2) = 4 - (-3) = 4 + 3 = 7.$$

故第一次运算： $-16 + 7 = -9$ ，第二次运算： $-9 + 7 = -2$ ，第三次运算： $-2 + 7 = 5$ ，第四次运算： $5 + 7 = 12$ ，所以，最后输出的结果 y 是 12.

阶段综合测试三（期中二）

试卷讲练

<p>考查意图</p>	<p>丰富的图形世界、有理数及其运算和整式及其加减是七年级数学的重要组成部分，特别是有理数和整式及其加减，在各类考试和中考当中常以填空题、选择题、计算题形式出现。本卷主要考查了有理数的意义、有理数混合运算、几何体的意义、展开图、从三个方向看物体的形状、代数式的意义、合并同类项、代数式求值等。</p>	
<p>难易度</p>	<p>易</p>	<p>1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19</p>
	<p>中</p>	<p>10, 16, 20, 21, 22</p>
	<p>难</p>	<p>23, 24</p>

知识与技能	有理数的意义	1, 8, 10, 11, 15
	有理数混合运算	2, 5, 12, 13, 14, 17, 20
	展开图、从三个方向看几何体	3, 7, 9, 21
	同类项	4
	代数式求值	6, 16, 18, 19, 22, 23, 24
亮点	23题游戏题很有新意, 能培养学生思维的缜密性和准确性.	

针对第4题训练

1. 下列计算中结果正确的是()

A. $4+5ab=9ab$ **B. $6xy-x=6y$**

C. $3a^2b-3ba^2=0$ **D. $12x^3+5x^4=17x^7$**

[答案] C

2. 有下列计算：其中正确的有_____个. ① $3p+2q=5pq$ ； ② $2m^2n-3m^2n=-m^2n$ ； ③ $3y^2-4y^5=-y^3$ ； ④ $-2a^2b^4+3a^4b^2=a^2b^2$.

[答案] 1

针对第6题训练

1. 如果代数式 $a+2b$ 的值为5, 那么代数式 $2a+4b-3$ 的值等于()

A. 7 B. 2 C. -7 D. 4

[答案] A

2. 如果代数式 $-2a+3b+8$ 的值为18, 那么代数式 $9b-6a+2$ 的值等于_____.

[答案] 32

针对第10题训练

一条数轴的单位长度是1 cm，若它上面的一个点从某处开始沿着数轴运动，当这个点移动20 cm时，它经过的整数刻度有_____个。

[答案] 20或21

针对第15题训练

已知 x 、 y 互为相反数， a 、 b 互为倒数， m 的绝对值为3.则代数式 $4(x+y)-ab+m^3$ 的值是_____.

[答案] 26或-28