八年级数学·上　　新课标［冀教］

第十七章　特殊三角形

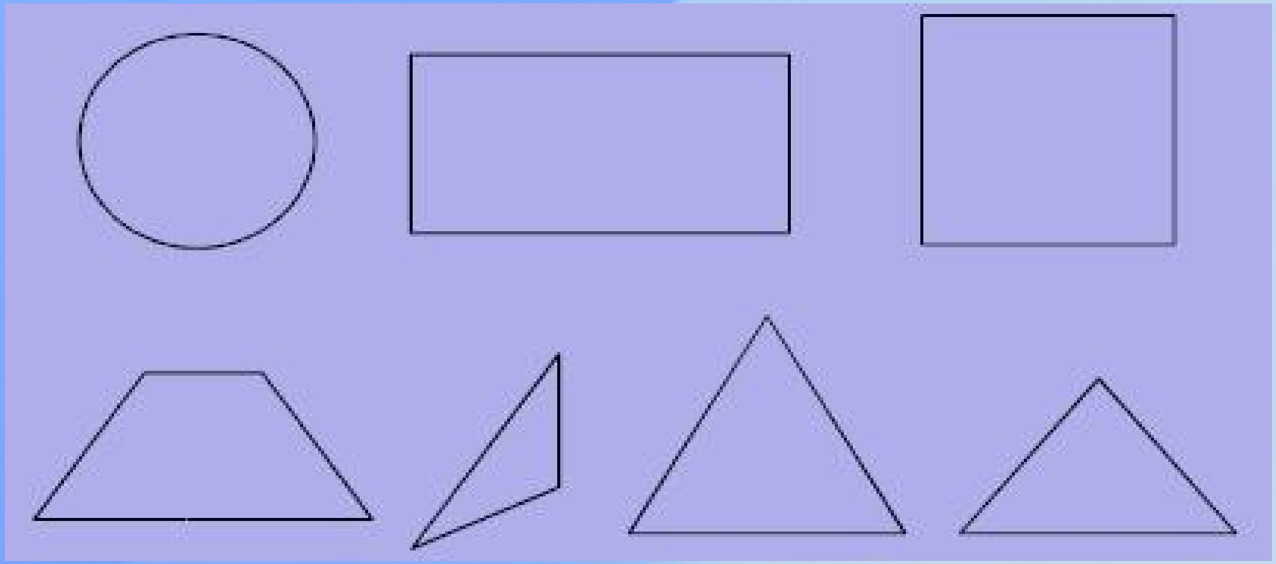
17.1　等腰三角形（第1课时）

学习新知

检测反馈

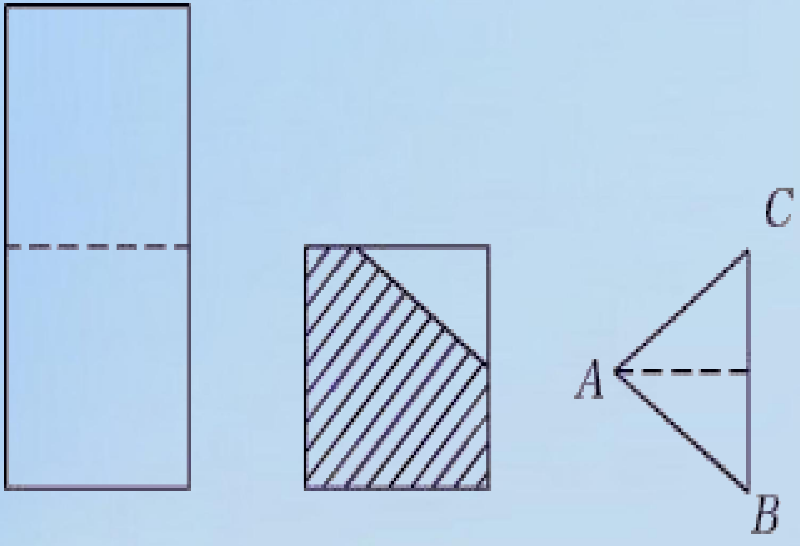
观察思考

如图所示，哪些是轴对称图形？ 什么是轴对称图形？什么样的三角形才是轴对称图形？



学习新知

如图所示,把一张长方形纸按图中虚线对折,并剪去阴影部分,再把它展开,得到的△ *ABC*有什么特点?



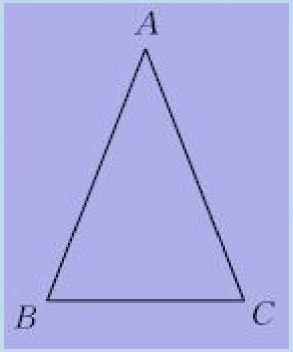
AB*=*AC

复习旧知

什么是等腰三角形?

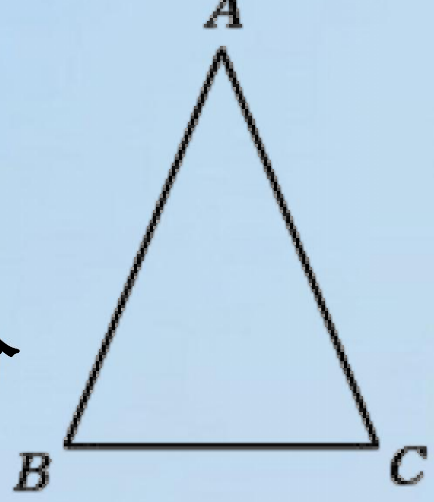
有两边相等的三角形叫做等腰三角形.在等腰三角形中,相等的两边叫做腰,另一边叫做底边,两腰的夹角叫做顶角,腰和底边的夹角叫做底角.

如图所示,在△ABC中,
若$AB=AC$,则△ ABC是等腰三角形,
AB,AC是腰,BC是底边,
$\angle A$是顶角,$\angle B$和$\angle C$是底角.



如图所示，△ ABC是等腰三角形，其中$AB=AC$.

(1)我们知道线段BC为轴对称图形，中垂线为它的对称轴，由$AB=AC$，可知点A在线段BC的中垂线上。据此，你认为△ ABC是轴对称图形吗?如果是，对称轴是哪条直线? 是



(2)$\angle B$和$\angle C$有怎样的关系? 相等

(3)底边BC上的高、中线及$\angle A$的平分线有怎样的关系? 同一条线

性质1 等腰三角形的两个底角相等（简称“等边对等角”）.

知识拓展

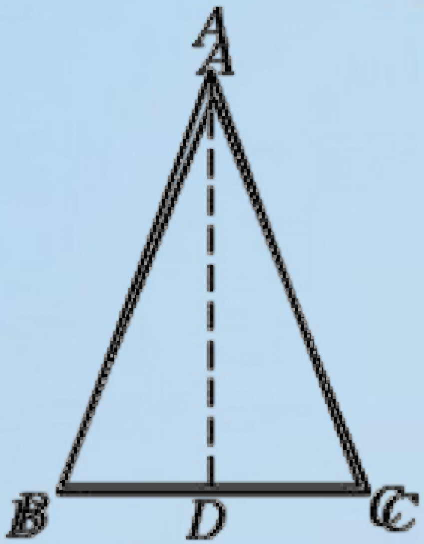
等腰三角形的“等边对等角”的特征是用来说明两角相等、计算角的度数的常用方法.

性质2　等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高重合(简称“三线合一”).

如图所示,在△ ABC中,$AB=AC$.求证∠B=∠C.

证明:作BC边上的中线AD,如图所示,

则$BD=CD$,



在△ABC和△ACD中，

$$\begin{cases} AD=AD, \\ AB=AC, \\ BD=CD, \end{cases}$$

所以△ ABD≌ △ ACD(SSS),

所以∠B=∠C.

这样,就证明了性质1.

类比性质1的证明你能证明性质2吗?

由$\triangle ABD\cong\triangle ACD$,还可得出

$\angle BAD=\angle CAD,\angle ADB=\angle ADC=90^\circ$.

从而$AD\perp BC$,这也就证明了等腰三角形ABC底边上的中线平分顶角$\angle A$并垂直于底边BC.

说明:经过以上证明也可以得出等腰三角形底边上的中线的左右两部分经翻折可以重合,等腰三角形是轴对称图形,底边上的中线(顶角平分线、底边上的高)所在直线就是它的对称轴.

知识拓展

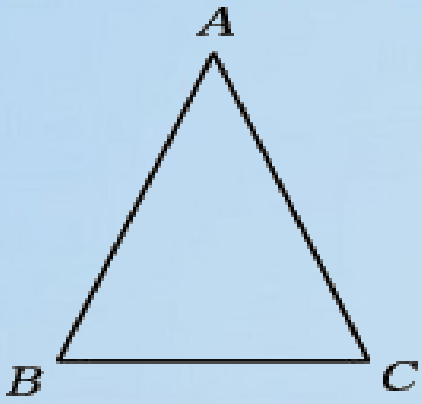
等腰三角形还有以下性质:

(1)等腰三角形两腰上的中线、高线相等;

(2)等腰三角形两个底角平分线相等;

(3)等腰三角形底边上任一点到两腰的距离之和等于一腰上的高.

已知:如图所示,在△ ABC中,$AB=BC=AC$.
求证:$\angle A=\angle B=\angle C=60°$



证明:在△ ABC中,由$AB=AC$,

得$\angle B=\angle C$.

由$AC=BC$, 得$\angle A=\angle B$.

所以$\angle A=\angle B=\angle C$.
由三角形内角和定理可得
$\angle A=\angle B=\angle C=60°$.

知识拓展

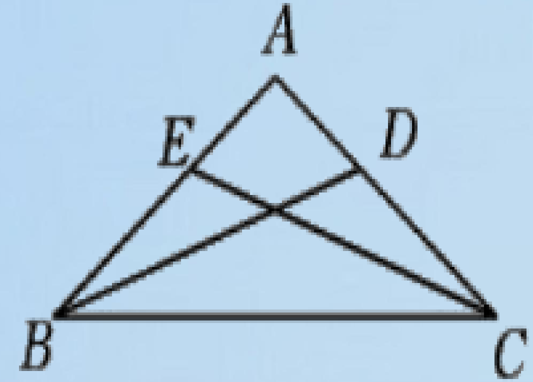
等边三角形是特殊的等腰三角形,除了具有等腰三角形的性质外,等边三角形还具有自己特有的性质:

(1)等边三角形有三条对称轴(等边三角形三条边都相等,都可以作为底边);

(2)作等边三角形各边的高线、中线、各角的平分线一共有三条.

例1：已知:如图所示,在△ AB中,$AB=AC$,BD,CE分别为$\angle ABC$,$\angle ACB$的平分线.

求证:$BD=CE$.

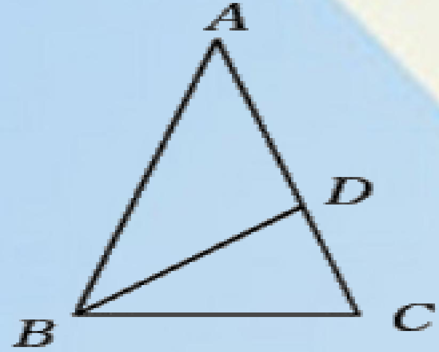


〔解析〕根据角平分线定义得到

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC$,$\angle ACE=\frac{1}{2}\angle ACB$,

再根据等边对等角得到$\angle ABC=\angle ACB$,从而得到$\angle ABD=\angle ACE$,然后通过ASA证得△ $ABD\cong$ △ ACE,就可以得到$BD=CE$.

例2：(补充例题)如图所示,在△ ABC中,
$AB=AC$,点D在AC上,且$BD=BC=AD$,求△ ABC中各角的度数.



〔解析〕根据等边对等角的性质,可得$\angle A=\angle ABD$,
$\angle ABC=\angle C=\angle BDC$,再由
$\angle BDC=\angle A+\angle ABD$,就可得到
$\angle ABC=\angle C=\angle BDC=2\angle A$.
再由三角形内角和为180°,就可求出△ ABC的三个角的度数.

解:因为$AB=AC,BD=BC=AD$,

所以$\angle ABC=\angle C=\angle BDC$, $\angle A=\angle ABD$,

设$\angle A=x$,则$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$,

从而$\angle ABC=\angle C=\angle BDC=2x$.

在△ ABC中,$\angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=180°$,
解得$x=36°$.
所以$\angle A=36°$,$\angle ABC=\angle C=72°$.

课堂小结

1.等腰三角形的性质1：等腰三角形的两个底角相等(简称“等边对等角”).

注意:等边对等角只限于在同一个三角形中使用.

2.等腰三角形的性质2：等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高重合(简称“三线合一”).

说明:等腰三角形是轴对称图形,底边上的中线(底边上的高、顶角平分线)所在的直线是它的对称轴.

3.等边三角形的性质：等边三角形的三个角都相等,并且每一个角都等于60°.

检测反馈

1.若等腰三角形的顶角为40°,则它的底角度数为（ **D** ）

A.40° B.50° C.60° D.70°

解析:因为等腰三角形的两个底角相等,顶角是40°,所以其底角为 $\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$.故选D.

2.一个等腰三角形的两边长分别是3和7,则它的周长为　（ A ）

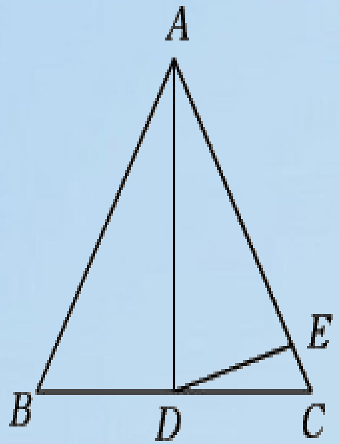
A.17　　B.15　　C.13　　D.13或17

解析:①当等腰三角形的腰为3, 底边为7时, $3+3<7$, 不能构成三角形;②当等腰三角形的腰为7, 底边为3时, 周长为$3+7+7=17$. 故这个等腰三角形的周长是17. 故选A.

3.如图所示,AD是等边三角形ABC的中线,$AE=AD$,

则$\angle EDC$等于(**D**)

A.30° B.20° C.25° D.15°



解析: $\because \triangle ABC$是等边三形,$\therefore AB=AC, \angle BAC=\angle C=60°$,

$\because AD$是$\triangle ABC$的中线,$\therefore \angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=30°, AD\perp BC$,

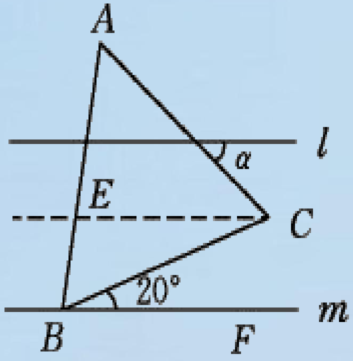
$\therefore \angle ADC=90°$, $\because AE=\frac{1}{2}AD$,

$\therefore \angle ADE=\angle AED=$ $(180° - \angle DAC)=75°$,

$\therefore \angle EDC=\angle ADC-\angle ADE=90°-75°=15°$.

4.如图所示,$l \parallel m$,等边三角形ABC的顶点B在直线m上,边BC与直线m所成的锐角为20°,则$\angle\alpha$的度数为（ **C** ）

A.60°　　B.45°　　C.40°　　D.30°



解析:如图所示,过C作$CE \parallel$直线m,

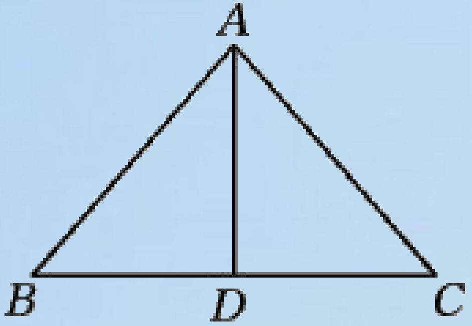
$\because l \parallel m$, $\therefore l \parallel m \parallel CE$, $\therefore \angle ACE=\angle\alpha$,

$\angle BCE=\angle CBF=20°$

$\because \triangle ABC$是等边三角形, $\therefore \angle ACB=60°$,

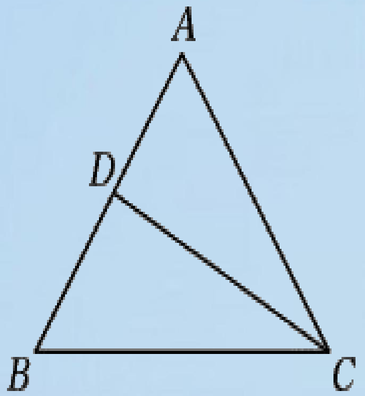
$\therefore \angle\alpha+\angle CBF=\angle ACB=60°$, $\therefore \angle\alpha=40°$. 故选C.

5.如图所示,在△ ABC中,$AB=AC$,$AD\perp BC$于点D,若$AB=6$,$CD=4$,则△ ABC的周长是___20___.



解析:∵在△ ABC中,$AB=AC$,∴ △ ABC是等腰三角形,又∵$AD\perp BC$于D,∴$BD=CD$.∵$AB=6$,$CD=4$,∴ △ ABC的周长$=6+4+4+6=20$.故填20.

6.如图所示,在△ ABC中,∠A=70°,AB=AC,CD平分∠ACB.求∠ADC的度数.



解析:由AB=AC及顶角∠A的度数,利用等边对等角得到两底角相等,再利用三角形内角和定理求出底角的度数,再由CD为底角的平分线,求出∠DCB的度数,由∠ADC为三角形BCD的外角,利用外角性质即可求出∠ADC的度数.

解:∵在△ ABC中,∠A=70°, AB=AC,

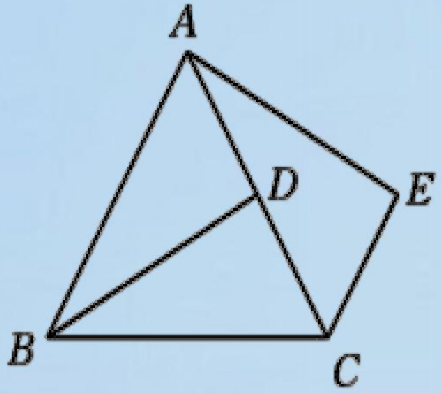
∴$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-70°)=55°$,

又∵CD平分∠ACB, ∴$\angle DCB=\angle ACD=27.5°$,

∵∠ADC为△ BCD的外角,

∴$\angle ADC=\angle B+\angle DCB=82.5°$.

7.如图所示,等边三角形ABC中,D为AC边的中点,过C作$CE\parallel AB$,且$AE\perp CE$,那么$\angle CAE=\angle ABD$吗?请说明理由.



解析:根据$\triangle ABC$为等边三角形,D为AC边上的中点得到$AC=BA$,$\angle BAC=\angle BCA=60°$,$BD\perp AC$,求出$\angle BDA=90°$,由$CE\parallel AB$得$\angle ACE=\angle BAD$,利用三角形内角和定理得出$\angle CAE=\angle ABD$.

解:$\angle CAE=\angle ABD$,理由如下:

$\because\triangle ABC$为等边三角形,D为AC边上的中点,

$\therefore AC=BA,\angle BAC=\angle BCA=60°,BD\perp AC$,

$\therefore\angle BDA=90°$, $\because AE\perp CE$,$\therefore\angle AEC=\angle BDA=90°$,

又$\because CE\parallel AB$, $\therefore\angle ACE=\angle BAD$,

$\therefore 180°-90°-\angle ACE=180°-90°-\angle BAD$,

$\therefore\angle CAE=\angle ABD$.