

第一环节 创设情境 导入新课

如图，A、B表示两个仓库，要在A、B一侧的河岸边建造一个码头，使它到两个仓库的距离相等，码头应建在什么位置？



第一章 三角形的证明

1.3 线段的垂直平分线 -- (1)

青开七中 薛太江

第二环节 性质探索与证明

1.分析命题的条件和结论

命题:

线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等

如果 一个点在线段的垂直平分线上,

那么 这个点到这条线段两个端点的距离相等.

第二环节 性质探索与证明

2、根据条件和结论写出已知和求证

如果 一个点在线段的垂直平分线上，

那么 这个点到这条线段两个端点的距离相等。

已知：直线 $l \perp AB$ ，垂足是 C ， $AC=BC$ ，
 P 是 l 上的任意一点。

求证： $PA=PB$

证明： $\because l \perp AB$ （已知）

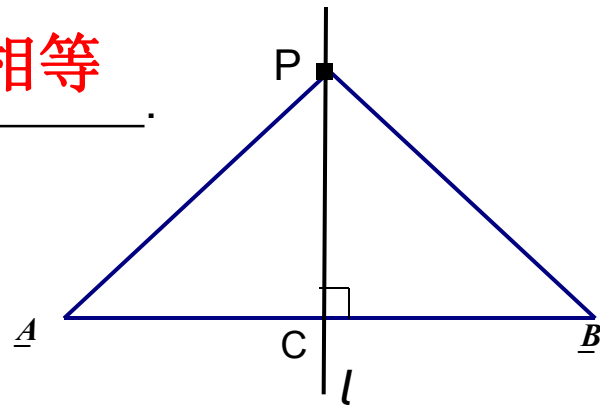
$\therefore \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$ （垂直定义）

$\because AC=BC$ （已知）

$PC=PC$ （公共边）

$\therefore \triangle PCA \cong \triangle PCB$ (SAS)

$\therefore PA=PB$ (全等三角形的对应边相等)



第二环节 性质探索与证明

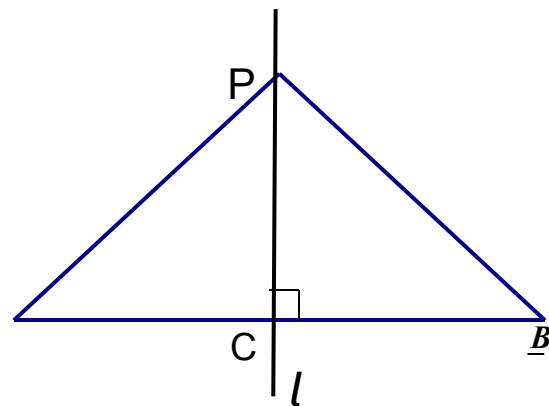
3、 线段垂直平分线的性质定理：
线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。

用几何推理符号语言怎么表示性质定理？

如图

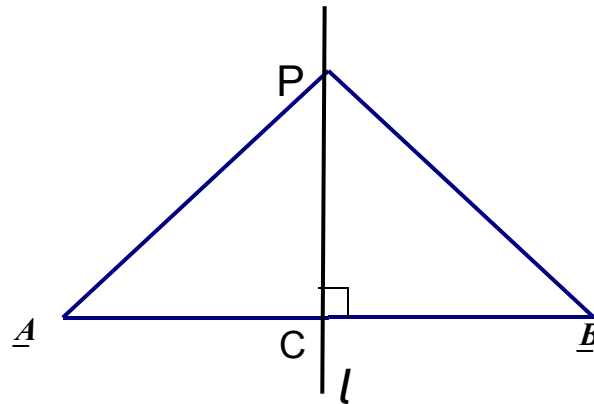
$\because l$ 是 AB 的垂直平分线, 点 P 是直线 l 上一点
 $\therefore PA=PB$

或写成 $\because PC \perp AB, AC=BC$
 $\therefore PA=PB$



第二环节 性质探索与证明

4、结合以上内容，
从图形中你还能得到什么？



$\triangle PAB$ 是等腰三角形、 $\angle A = \angle B$ 、“三线合一”、
线段的垂直平分线是它的一条对称轴等等

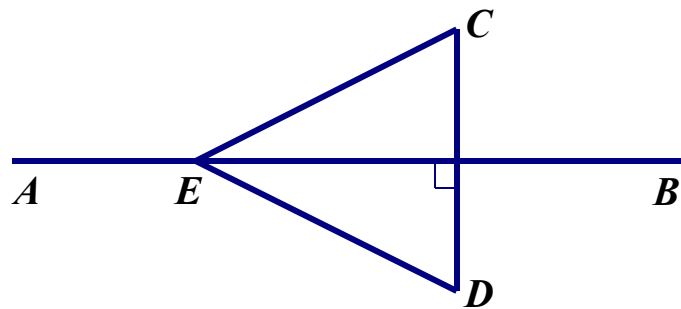
第二环节 性质探索与证明

5、应用新知，反馈练习：

(1) 如图，已知AB是线段CD的垂直平分线，E是AB上的一点，

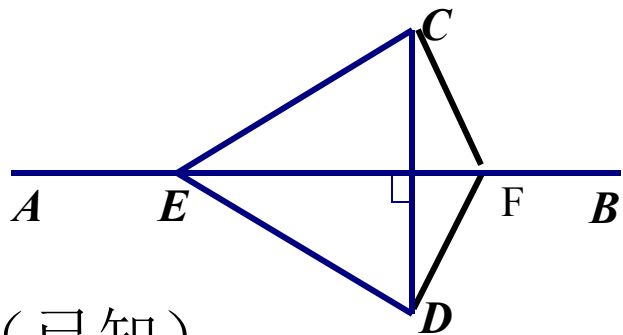
如果 $EC=7\text{cm}$ ，那么 $ED=$ 7cm；

如果 $\angle ECD=60^\circ$ ，那么 $\angle EDC=$ 60° 。



第二环节 性质探索与证明

- (2) 已知：如图，AB是线段CD的垂直平分线，
E，F是线段AB上两点。
求证： $\angle ECF = \angle EDF$



证明：

\because AB是线段CD的垂直平分线（已知）

$\therefore \underline{EC=ED}, \underline{FC=FD}$ (线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等)

又 $\because \underline{EF=EF}$ (公共边)

$\therefore \triangle EFC \cong \triangle EFD$ (SSS)

$\therefore \angle ECF = \angle EDF$ (全等三角形的对应角相等)

第三环节 逆向思维，探索判定

定理：线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等。

如果 一个点在一条线段的垂直平分线上，

那么 这个点到这条线段两个端点的距离相等。

你能写出上面定理的逆命题吗？

如果 一个点到一条线段两个端点的距离相等，

那么 这个点在这条线段的垂直平分线上。

简写成：到一条线段两个端点的距离相等的点在这条线段的垂直平分线上。

第三环节 逆向思维，探索判定

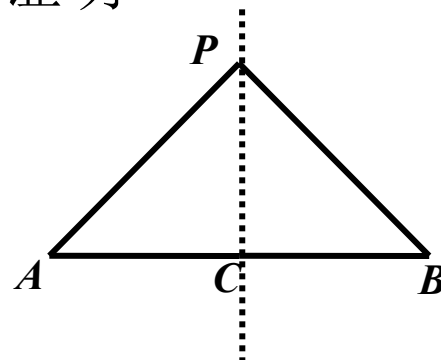
如果一个点到一条线段两个端点的距离相等，

那么这个点在这条线段的垂直平分线上。

这是一个真命题吗？如果是真命题，请你加以证明

已知： $PA=PB$.

求证：点P在线段AB的垂直平分线上.



第三环节 逆向思维，探索判定

4、线段垂直平分线的判定定理：

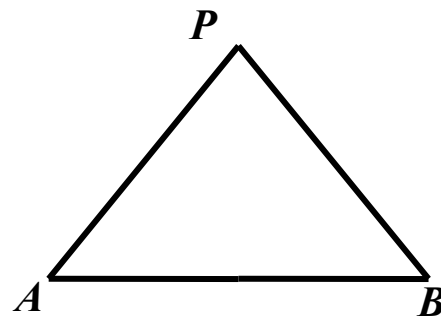
到一条线段两个端点距离相等的点，
在这条线段的垂直平分线上。

用符号语言表示：

$$\because PA=PB$$

\therefore 点P在线段AB的垂直平分线

上。在这里只能确定这一个点P在线段AB的垂直平分线上，
但不能说明经过P点的直线就是线段AB的垂直平分线

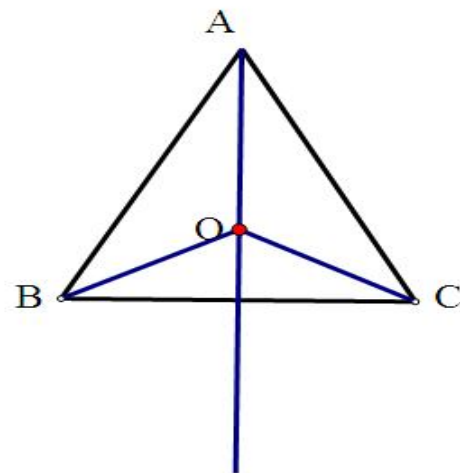


第四环节 实际应用，归纳提高：

1、例题：

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，
O 是 $\triangle ABC$ 内一点， $OB = OC$ 。

求证：直线 AO 垂直平分线段 BC。



证明：

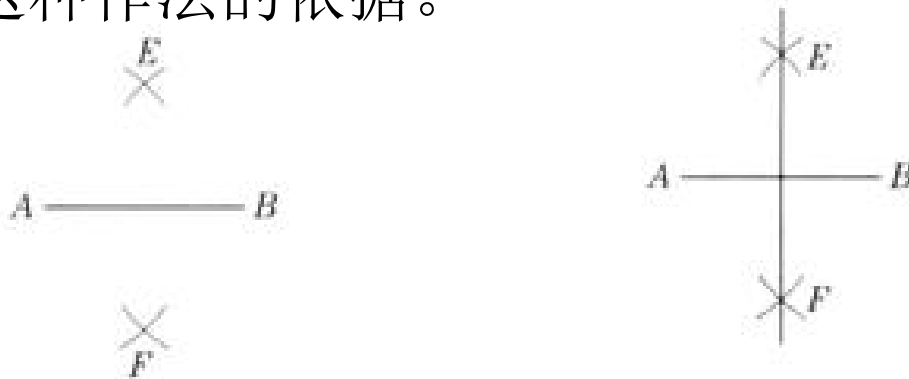
- $\because AB = AC$ （已知）
- \therefore 点 A 在线段 BC 的垂直平分线上（线段 BC 的垂直平分线判定定理）
- $\because OB = OC$ （已知）
- \therefore 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上（线段 BC 的垂直平分线判定定理）
- \therefore 直线 AO 垂直平分线段 BC。（两点确定一条直线）

归纳：逆定理可以作为线段垂直平分线的判定，但必须是经过满足条件的（**两**）个点的直线才是线段的垂直平分线

第四环节 实际应用，归纳提高：

2、观察与思考：

(1) 观察下面用尺规作线段垂直平分线的步骤，思考这种作法的依据。



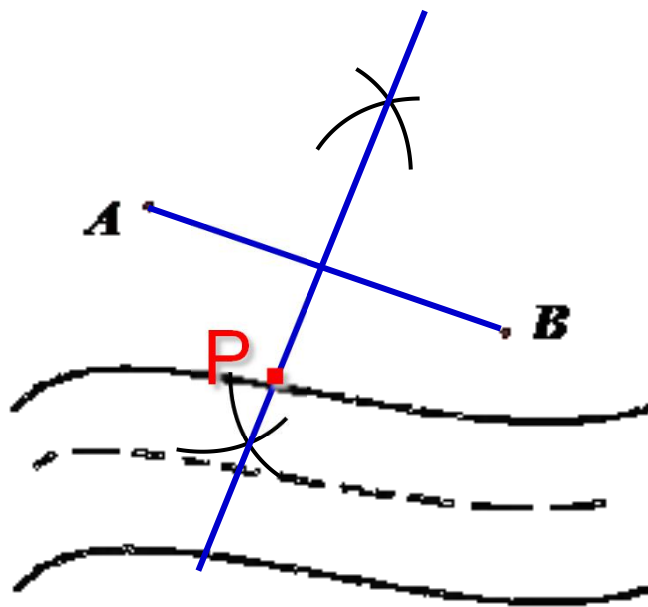
步骤一：分别以点A，B为圆心，以固定长(大于AB长的一半)为半径画弧，两弧分别交于点E，F。

步骤二：过点E，F作直线，则直线EF就是线段AB的垂直平分线。

尺规作线段垂直平分线的依据：到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

3、引例中找码头地点的作法依据是：

如图，A、B表示两个仓库，要在A、B一侧的河岸边建造一个码头，使它到两个仓库的距离相等，码头应建在什么位置？



∴码头应建在P点

理论依据是：

第五环节：课堂小结，知识升华

通过这节课的学习你有哪些新的收获？还有哪些困惑？

1、线段垂直平分线的性质定理：

线段垂直平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等.

2、线段垂直平分线的判定定理：

到一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上.

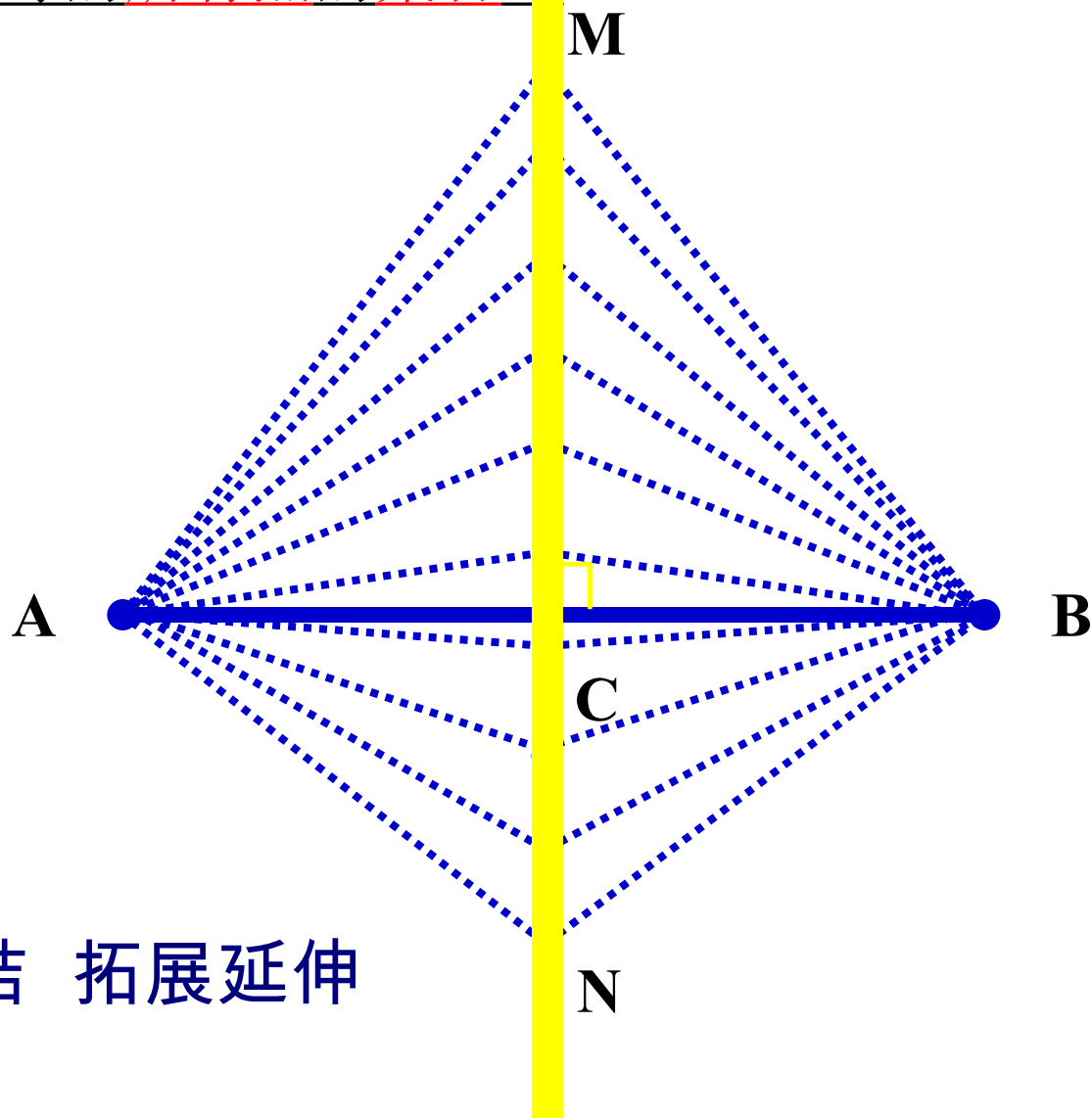
3、用几何符号语言对线段垂直平分线的性质定理及其定理进行了证明.

4、逆定理作为线段垂直平分线的判定，但必须是经过满足条件的（两）个点的直线才是线段的垂直平分线.

5、通过对定理的证明体会理解证明的严谨性，并运用两个定理解决简单的实际问题.

等等---

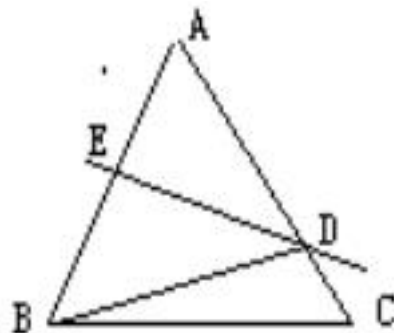
实际上线段的垂直平分线可以看成是到线段两个端点距离相等的所有点的集合。



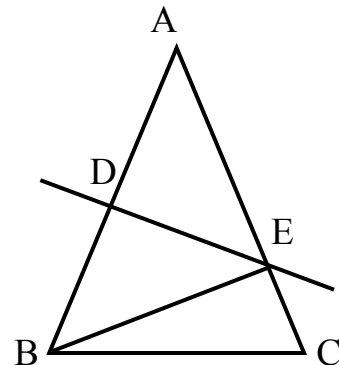
归纳总结 拓展延伸

第六环节: 达标检测, 知识反馈

- 1、 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=50^\circ$, $AB=AC$, AB 的垂直平分线交 AC 于 D 则 $\angle DBC$ 的度数 15°。



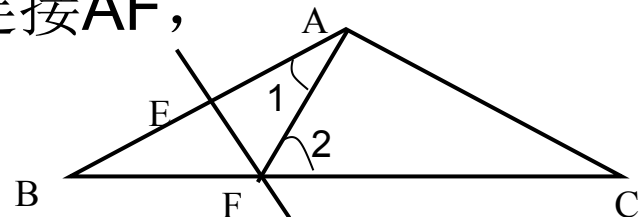
- 2、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AC=27$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , $\triangle BCE$ 的周长等于50, 求 BC 的长。。



- 解: \because AB 的垂直平分线 DE
 $\therefore EA=EB$ (线段垂直平分线性质定理)
 $\therefore \triangle BCE$ 的周长= $BC+EC+EB$
 $\therefore \triangle BCE$ 的周长= $BC+EC+EA$ (等量代换)
 $\therefore AC=EC+EA=27$
 $\therefore \triangle BCE$ 的周长= $BC+AC=50$
 $\therefore BC=50-27=23$

第六环节: 达标检测, 知识反馈

3、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 E , 交 BC 于点 F , 连接 AF , 求 $\angle AFC$ 的度数



解: $\because AB=AC, \angle BAC=120^\circ$

$\therefore \angle B = \angle C = (180^\circ - 120^\circ) / 2 = 30^\circ$ (等边

对等角)

$\because AB$ 的垂直平分线 EF

$\therefore FB=FA$ (线段垂直平分线性质定理)

$\therefore \angle 1 = \angle B = 30^\circ$ (等边对等角)

又 $\because \angle AFC = \angle 1 + \angle B$ (三角形外角和定理)

$\therefore \angle AFC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$



谢谢各位老师、同学们！

第三环节 逆向思维，探索判定

证法1 已知： $PA=PB$.

求证：点P在线段AB的垂直平分线上.

证明：过点P作垂线 $PC \perp AB$ ，垂足为C

$\therefore PC$ 是 $\triangle PAB$ 的高（作法知）

$\because PA=PB$ ，（已知）

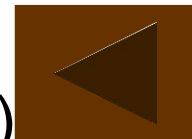
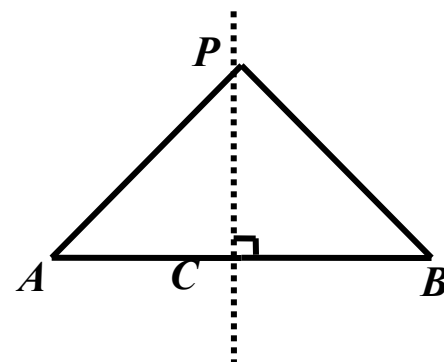
$\therefore \triangle PAB$ 是等腰三角形

$\therefore PC$ 是 $\triangle PAB$ 的中线（三线合一）

$\therefore \underline{AC=BC}$,

$\therefore PC$ 是AB的垂直平分线

$\therefore P$ 点在AB的垂直平分线PC上。（垂直平分线定义）



第三环节 逆向思维，探索判定

证法2

已知： $PA=PB$.

求证：点P在线段AB的垂直平分线上.

证明：作 $\triangle PAB$ 的中线PC所在直线，

$\therefore PC$ 是 $\triangle PAB$ 的中线（作法知）

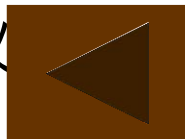
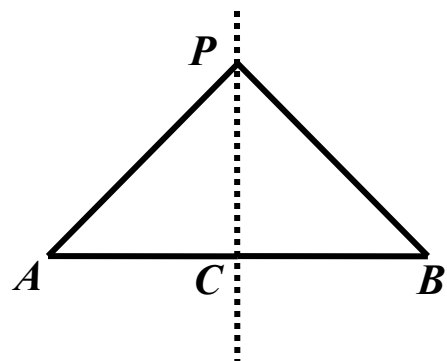
$\because PA=PB$ ，（已知）

$\therefore \triangle PAB$ 是等腰三角形

$\therefore PC$ 是 $\triangle PAB$ 的高（三线合一）

$\therefore PC \perp AB$ ，

$\therefore P$ 点在AB的垂直平分线PC上。（垂直平分线定义）



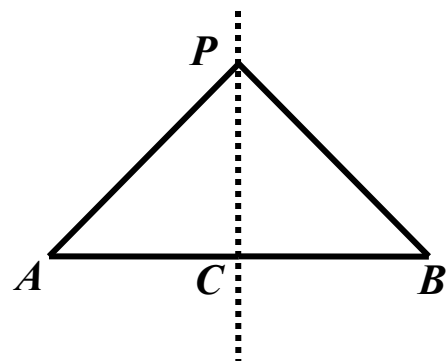
第三环节 逆向思维，探索判定

证法3

已知： $PA=PB$.

求证：点P在线段AB的垂直平分线上.

证明：作 $\triangle PAB$ 的角平分线PC所在直线，



$\therefore PA=PB$, (已知)

又 $\because PC$ 是 $\triangle PAB$ 的角平分线 (作法知)

$\therefore AC=BC, PC \perp AB$ (等腰三角形中“三线合一”)

$\therefore P$ 点在AB的垂直平分线上.

