第二十七章 圆（一）复习

- 要点、考点聚焦
- 课前热身
- 典型例题解析
- 课时训练

➢ 要点、考点聚焦

1. 本课时重点是垂径定理及其推论，圆心角、圆周角、弦心距、弧之间的关系.

2. 圆的定义

(1) 是通过旋转.

(2) 是到定点的距离等于定长的点的集合.

3. 点和圆的位置关系(圆心到点的距离为d)

(1) 点在圆上$\Leftrightarrow d=r$.

(2) 点在圆内$\Leftrightarrow d<r$.

(3) 点在圆外$\Leftrightarrow d>r$.

➢ 要点、考点聚焦

4. 与圆有关的概念

(1) 弦：连结圆上任意两点的线段.

(2) 直径：经过圆心的弦.

(3) 弧：圆上任意两点间的部分.

(4) 优弧：劣弧、半圆.

(5) 等弧：在同圆或等圆中，能够完全重合的孤.

(6) 圆心角：顶点在圆心，角的两边与圆相交.

(7) 圆周角：顶点在圆上，角的两边与圆相交.

(8) 三角形外心及性质.

➢ 要点、考点聚焦

5.有关定理及推论

(1)定理：不在同一直线上的三个点确定一个圆.

(2)垂径定理及其推论.

垂径定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的两条弧.

推论1：平分弦(不是直径)的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧.

推论2：弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧.

推论3：平分弦所对的一条弧的直径，垂直平分弦，并平分弦所对的另一条弧.

➢ 要点、考点聚焦

(3) 圆心角、弧、弦、弦心距.

定理：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对弦的弦心距相等.

(4) 圆周角

定理：一条弧所对圆周角等于它所对的圆心角的一半.

推论1：同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧也相等.

推论2：半圆(或直径)所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径.

推论3：如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形.

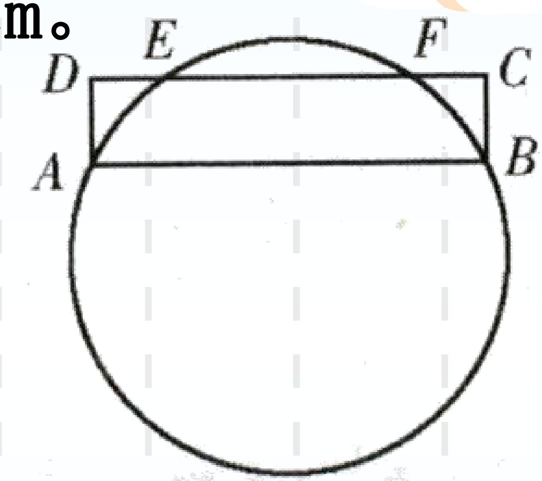
➢ 要点、考点聚焦

(5)圆内接四边形性质定理：圆内接四边形的对角互补，并且任何一个外角都等于它的内对角.

6. 中考题型：这部分题目变化灵活，在历年各地中考试题中均占有较大比例，就考查的形式来看，不仅可以单独考查，而且往往与几何前几章知识以及方程、函数等知识相结合.

➢ 课前热身

1. 如图所示，矩形ABCD与⊙O交于点A、B、F、E，DE＝1cm, EF=3cm, 则AB＝___5___cm。



2. 若AB分圆为1∶5两部分，则劣孤AB所对的圆周角为（ A ）

A. 30°　　B. 150°

C. 60°　　D. 120°

➢ 课前热身

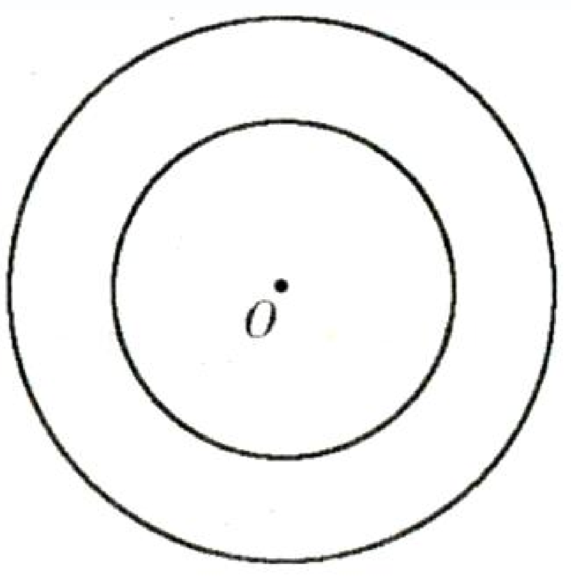
3.（多项选择题）如图，以O为圆心的两个同心圆的半径分别为11cm和9cm，若⊙P与这两个圆都相切，则下列说法中正确的是　　　　　　（ **B、C** ）

A. ⊙P的半径可以是2cm

B. ⊙ **P**的半径可以是**10cm**

C. 符合条件的⊙P有无数个且P点运动的路线是曲线

D. 符合条件的⊙P有无数个且P点运动的路线是直线

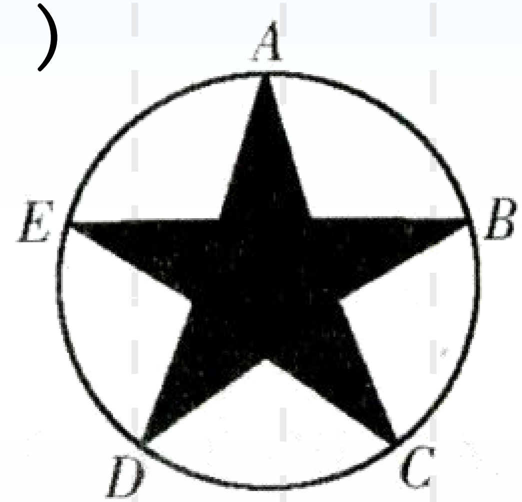


➢ 课前热身

4.如图所示，是中国共产主义青年团团旗上的图案，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五 等 分 圆 ， 则∠A+∠B+∠C+∠D+∠E的度数是 （ A ）

A. 180°　　B. 150°

C.135°　　D.120°



5.下列说法中，正确的是 （ C ）

A.到圆心的距离大于半径的点在圆内

B.圆周角等于圆心角的一半

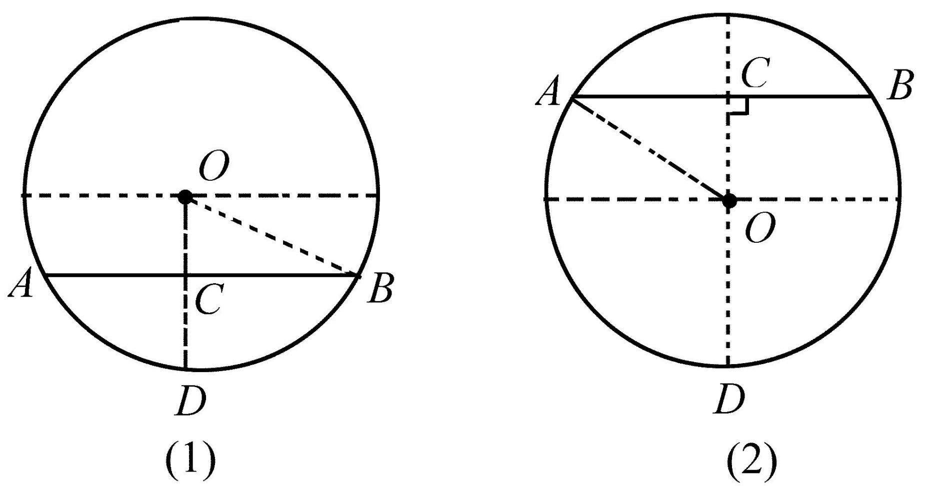
C.等弧所对的圆心角相等

D.三点确定一个圆

➢ 典型例题解析

【例1】在直径为400mm的圆柱形油槽内，装入一部分油，油面宽320mm，求油的深度.

【解析】本题是以垂径定理为考查点的几何应用题，没有给出图形，直径长是已知的，油面宽可理解为截面圆的弦长，也是已知的，但由于圆的对称性，弦的位置有两种不同的情况，如图(1)和(2)



图(1)中

$OC=\sqrt{OB^2-BC^2}=\sqrt{200^2-160^2}$

$=120(mm)$

$\therefore CD=80(mm)$

图(2)中$OC=120(mm)$

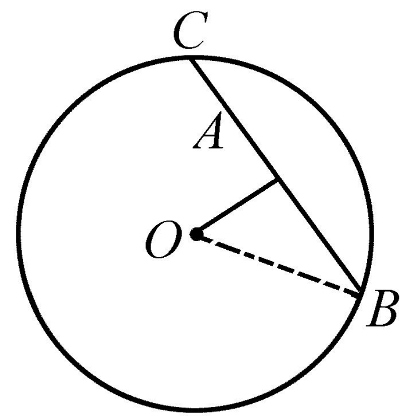
$\therefore CD=OC+OD=320(mm)$

➢ 典型例题解析

【例2】如图，A是半径为5的⊙O内的一点，且OA=3，过点A且长小于8的弦有　　（　**A**　）

A. 0条　　B. 1条

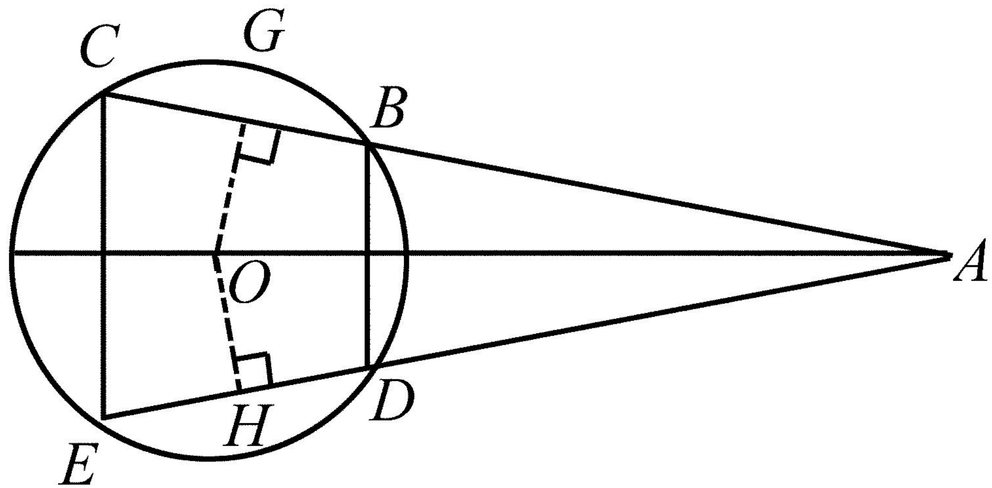
C. 2条　　D. 4条



【解析】这题是考察垂径定理的几何题，先求出垂直于OA的弦长BC=$2\sqrt{OB^2-OA^2}$=8即过A点最短的弦长为8，故没有弦长小于8的弦，∴选(A)

➢ 典型例题解析

【例3】如图，O是∠CAE平分线上的一点，以点O为圆心的圆和∠CAE的两边分别交于点B、C和D、E，连结BD、CE.



求证:

(1)$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{DE}$　(2)AC=AE　(3)DB∥CE.

【解析】

(1)要证弧相等，即要证弦相等或弦心距离相等，
又已知OA是∠CAE的平分线，联想到角平分线性质，
故过O分别作OG⊥AC于G，
OH⊥AE于H，
∴OG=OH
∴BC=DE
(2)由垂径定理知：BC=DE，G、H分别是BC、DE的中点.
再由△AOG≌△AOH洮
AG=AH洮AB=AD AC=AE.
(3)AC=AE洮∠C=∠E，再根据圆的内接四边形的
性质定理知∠C=∠ADB洮∠E=∠ADB洮BD∥CE.

➢ 典型例题解析

【例4】一只狸猫观察到一老鼠洞的全部三个出口，它们不在一条直线上，这只狸猫应蹲在何处，才能最省力地顾及到三个洞口?

【解析】在农村、城镇上这是一个狸猫捉老鼠会遇到的一个问题，我们可以为这个小动物设计或计算出来. 这个问题应考虑两种情况：设三个洞口分别为A、B、C三点，又设A、C相距最远

①当△ABC为钝角三角形或直角三角形时，AC的中点即为所求.

②当△ABC为锐角三角形时，△ABC的外心即为所求.

方法小结:

1. 常利用弦心距，弦的一半及半径构成直角三角形.

2. 遇直径条件时，常构造直径所对的圆周角，得到90°的角.

➢ 课时训练

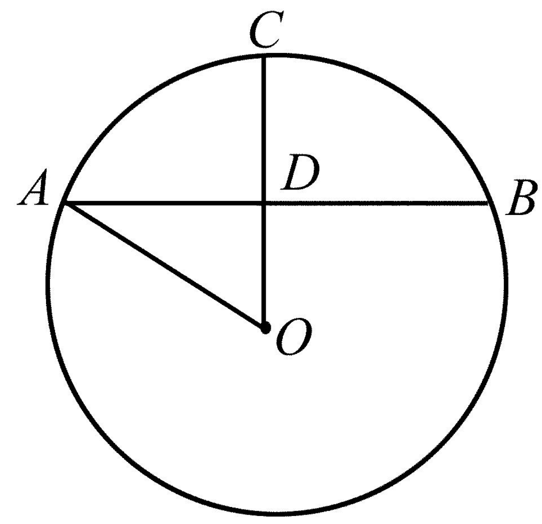
1. 如图，设⊙O的半径为r，弦AB的长为a，弦心距OD=d且OC⊥AB于D，弓形高CD为h，下面的说法或等式：

①$r=d+h$

②$4r^2=4d^2+a^2$

③已知：r、a、d、h中的任两个可求其他两个，

其中正确的结论的序号是（ C ）



A. ①　　B. ①②

C. ①②③　　D. ②③

➢ 课时训练

2. 下列命题中，正确的是（多项选择题）

（ A、C、D ）

A. 一个点到圆心的距离大于这个圆的半径，这个点在圆外

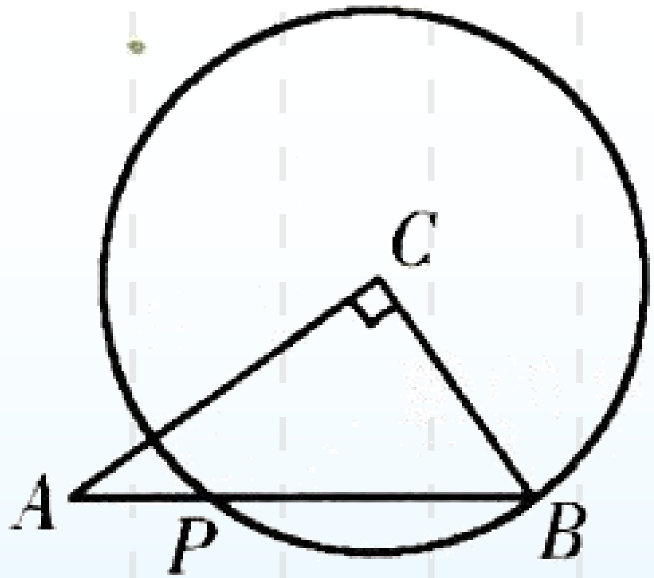
B. 一条直线垂直于圆的半径，这条直线一定是圆的切线

C. 两圆的圆心距等于它们的半径之和，这两个圆有三条公切线

D. 圆心到一条直线的距离小于这个圆的半径，这条直线与圆有两个交点

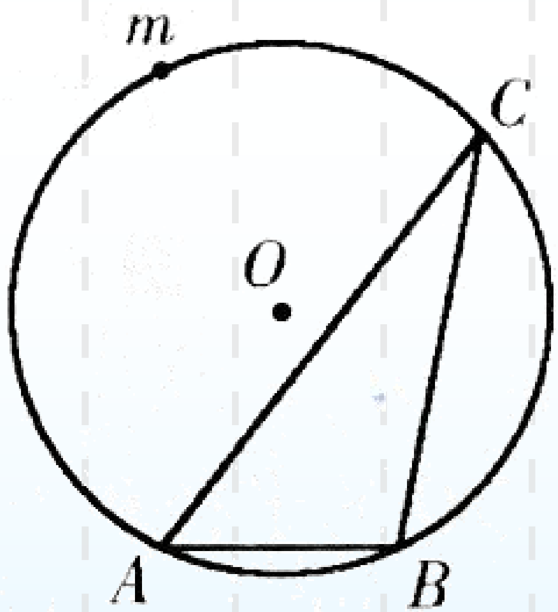
课时训练

3. 如图所示，已知Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{2}$，$BC=1$，若以C为圆心，CB为半径的圆交AB于P，则AP＝ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 。



➢ 课时训练

4. 如图所示，弦AB的长等于⊙O的半径，点C在$\overset{\frown}{AmB}$上，则∠C=__30°__。



➢ 课时训练

5. 半径为1的圆中有一条弦，如果它的长为 $\sqrt{3}$，那么这条弦所对的圆周角为（ D ）

A. 60°　　　　B. 120°

C. 45°　　　　D. 60° 或120°

6. 如图，四边形ABCD内接于⊙O，若它的一个外角∠DCE=70°，则∠BOD=（ D ）

A. 35°　　　　B. 70°

C. 110°　　　　D. 140°