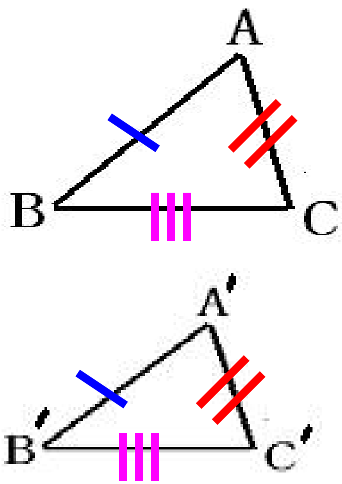
相似三角形的性质

- 识别
- 特征
- 对应边上的高
- 对应边上的中线
- 对应角的角平分线
- 周长　面积
- 课堂练习(1)　(2)

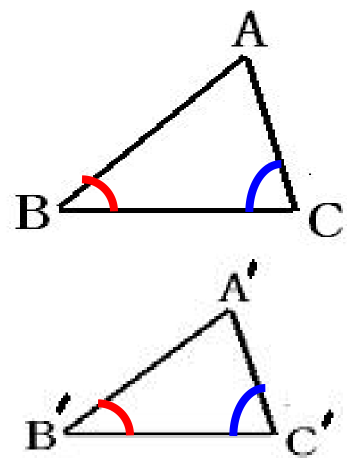
课后小结

相似三角形的识别

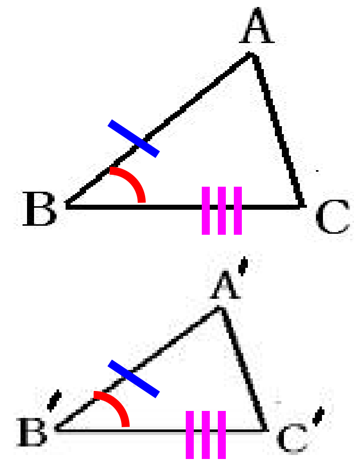
问：相似三角形的识别方法有哪些？



证三组对应边成比例



证二组对应角相等



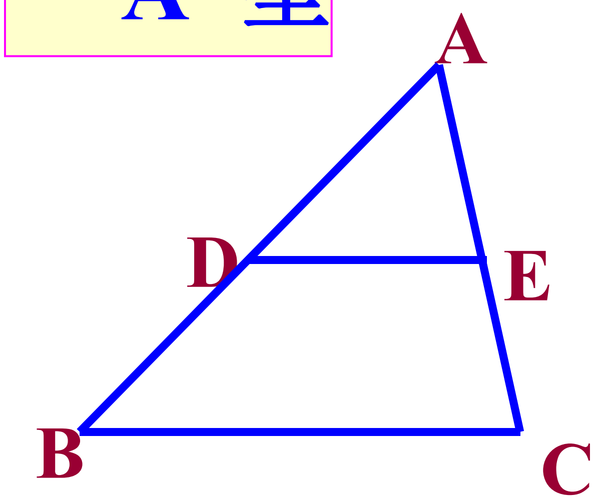
证二组对应边成比例，且夹角相等

BACK

定理：平行于三角形一边的直线和其他两边或延长线相交,所构成的三角形与原三角形相似

符号语言： $\because$ DE//BC

"A"型



结论

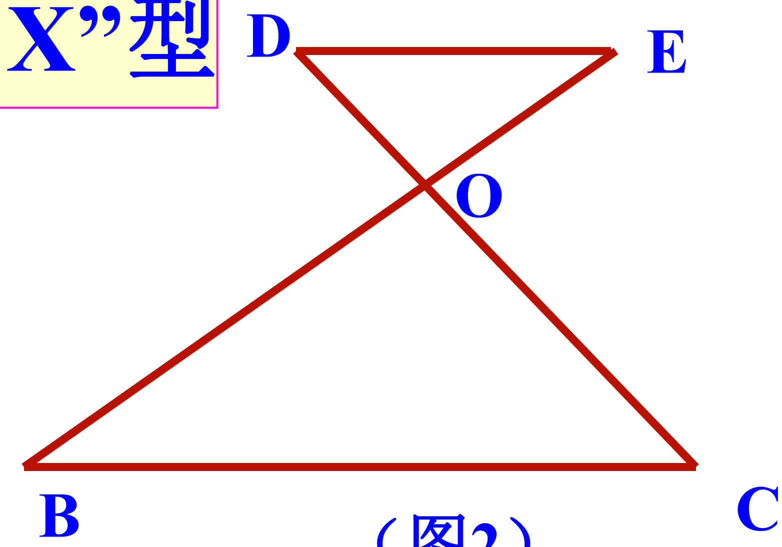
$\therefore$ △ADE∽△ABC

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\therefore \angle A = \angle A, \angle B = \angle ADE, \angle C = \angle AED.$$

定理：平行于三角形一边的直线和其他两边或延长线相交,所构成的三角形与原三角形相似

“X”型



（图2）

符号语言：

$\because$ DE//BC

结论

$\therefore$ △DOE∽△COB

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$$

$\therefore \angle A=\angle A, \angle B=\angle ADE, \angle C=\angle AED.$

相似三角形判定定理1：

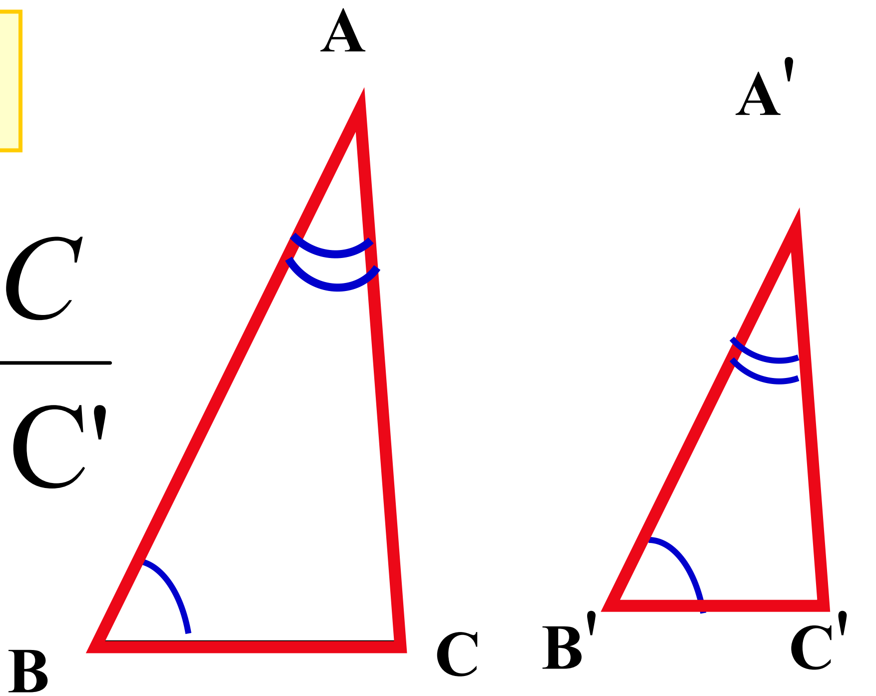
如果一个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似.

简单说成：对应边成比例，两三角形相似.

符号语言：

$$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$$

$$\therefore \Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$$



相似三角形判定定理2：

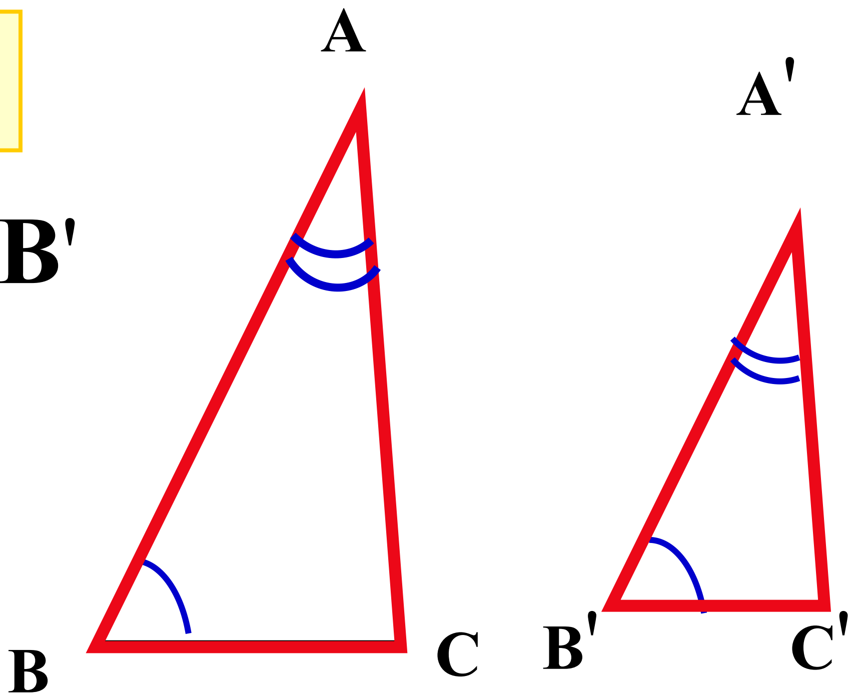
如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似.

简单说成：两角对应相等，两三角形相似.

符号语言：

$\because \angle A=\angle A'$， $\angle B=\angle B'$

$\therefore \Delta ABC \backsim \Delta A'B'C'$



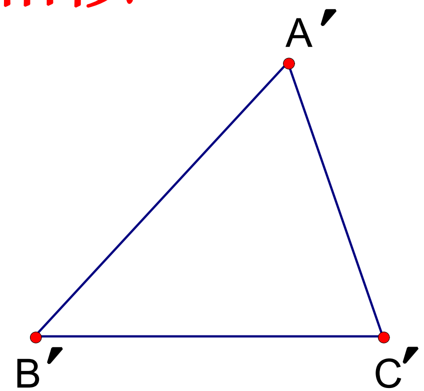
三角形相似的判定定理3

如果一个三角形的两条边和另一个三角形的两条边对应成比例，并且夹角相等，那么这两个三角形相似。

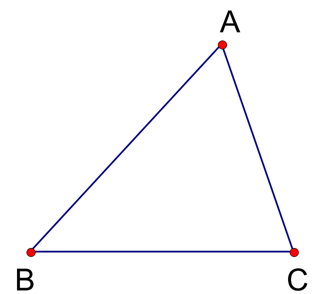
可以简单说成

“两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似”

数学语言：



$$\because \frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}, \qquad \angle A'=\angle A$$

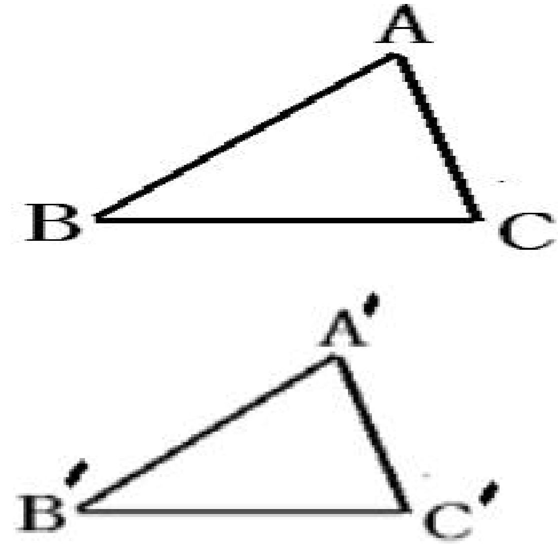


$\therefore \triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$

相似三角形的特征

问：你知道相似三角形的特征是什么吗？

如右图，$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$



边：对应边成比例

$$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$$

角：对应角相等

$$\begin{cases}\angle A=\angle A' \\ \angle B=\angle B' \\ \angle C=\angle C'\end{cases}$$

问：什么是相似比？

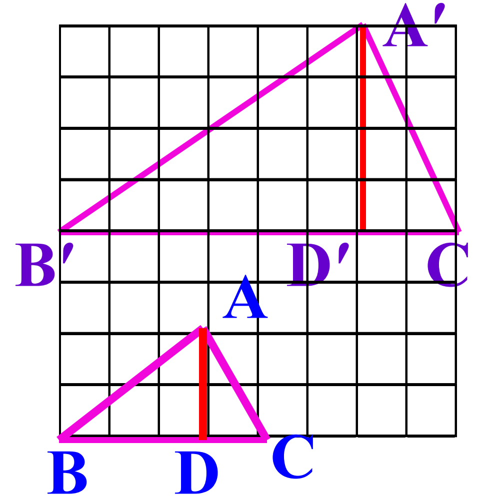
相似比=对应边的比值= $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$

相似三角形对应边上的高

有什么关系呢？

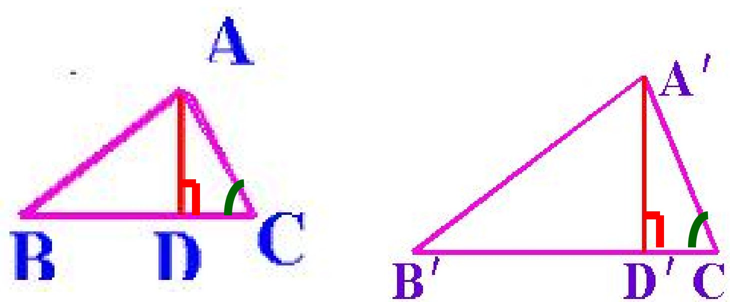
右图△A B C， AD为 BC 边上的高。

则:(1)利用方格把三角形扩大2倍，得△A′B′C′，并作出B′C′边上的高A′ D′ 。△A B C 与△A′B′C′的相似比为多少？AD与A′ D′有什么关系？



$k=\frac{1}{2}$　　$\frac{AD}{A'D'}=\frac{1}{2}=k$

(2)如右图两个相似三角形相似比为k，则对应边上的高有什么关系呢？ $\frac{AD}{A'D'}=k$



说说你判断的理由是什么？

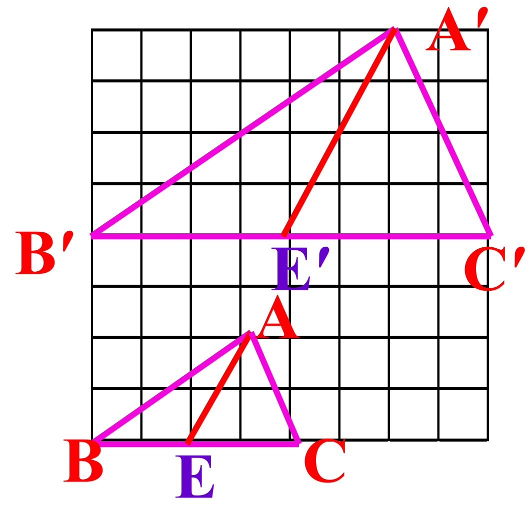
△A D C ∽△A′D′C′

归纳：相似三角形对应边上的高之比等于相似比。*BACK*

相似三角形对应边上的中线

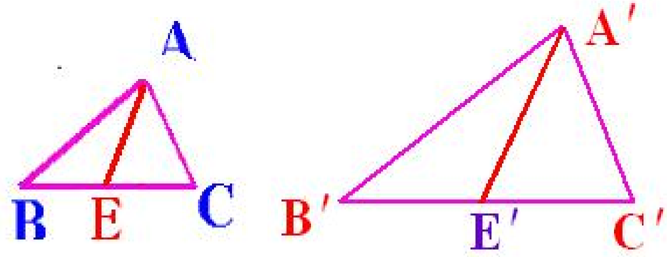
有什么关系呢？

如右图△A B C ， AE为 BC 边上的中线。则:(1)把三角形扩大2倍后得△A′B′C′，A′E′为 B′C′边上的中线。 △A B C 与△A′B′C′的相似比为多少？ AE 与A′ E′比是多少？



$K=\frac{1}{2}$ $\frac{AE}{A'E'}=\frac{1}{2}=K$

(2)如右图两个相似三角形相似比为k，则对应边上的中线的比是多少呢？ $\frac{AE}{A'E'}=K$



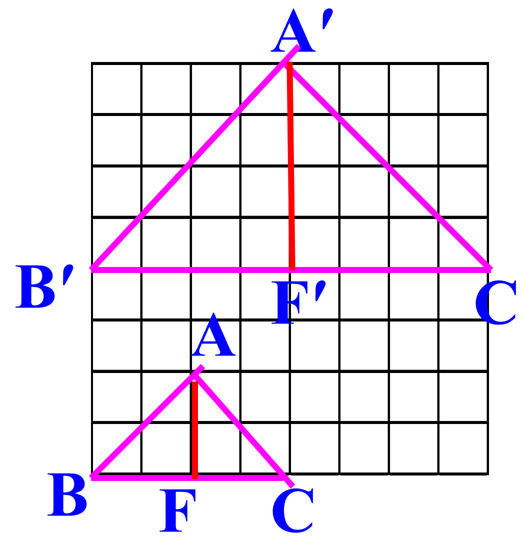
说说你判断的理由是什么？

△A E C ∽△A′E′C′

归纳：相似三角形对应边上的中线比等于相似比。BACK

相似三角形对应角的角平分线有什么关系呢？

如右图△A B C， AF为 ∠ A 的角平分线。



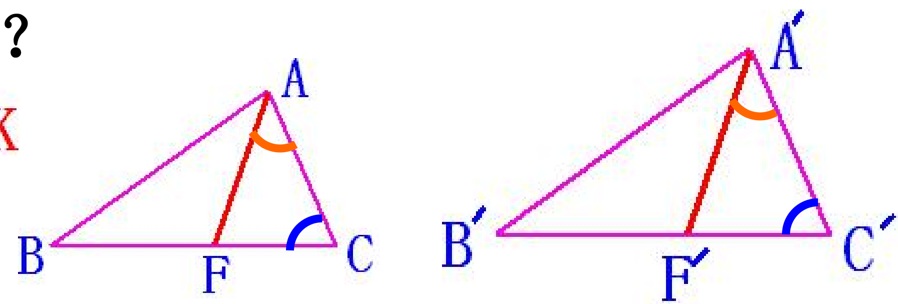
则:(1)把三角形扩大2倍后得△A′B′C′，A′F′ 为∠ A′的角平分线， △A B C 与△A′B′C′的相似比为多少？ AF 与A′ F′比是多少？

$K=\frac{1}{2}$ $\frac{AF}{A'F'}=\frac{1}{2}=K$

(2)如右图两个相似三角形相似比为k，则对应角的角平分线比是多少？

说说你判断的理由是什么？ $\frac{AF}{A'F'}=K$

△A F C ∽△A′F′C′



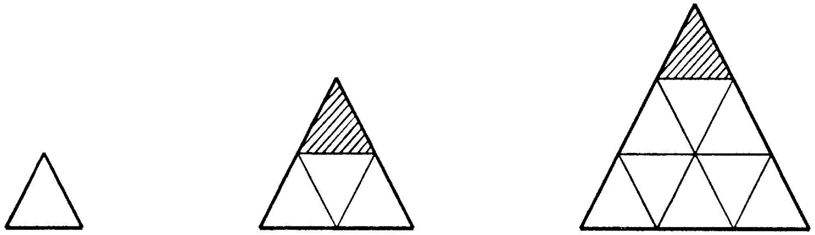
归纳：相似三角形对应角的角平分线之比等于相似比。

BACK

相似三角形的周长

有什么关系呢？

右图（1）（2）（3）分别是边长为1、2、3的等边三角形，它们都相似.



（2）与（1）的相似比＝ 2:1 ，

（2）与（1）的周长比＝ 2:1 ；

（3）与（1）的相似比＝ 3:1 ，

（3）与（1）的周长比＝ 3:1 .

从上面可以看出当相似比＝k时，周长比＝ k

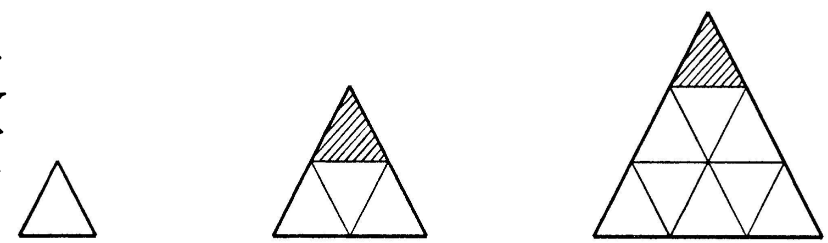
归纳：相似三角形的周长比等于相似比。

BACK

相似三角形的面积

有什么关系呢？

右图（1）（2）（3）分别是边长为1、2、3的等边三角形，它们都相似.



(1)　　(2)　　(3)

（2）与（1）的相似比＝ 2:1 ，

（2）与（1）的面积比＝ 4:1 ；

（3）与（1）的相似比＝ 3:1 ，

（3）与（1）的面积比＝ 9:1 .

从上面可以看出当相似比＝k时，面积比＝ k^2

归纳：相似三角形的面积比等于相似比的平方。

BACK

课堂练习(1)

1、两个相似三角形对应边比为3:5，那么相似比为___3:5___，对应边上的高之比为___3:5___，对应边上的中线比为___3:5___，对应角的角平分线比为___3:5___。

2、两个相似三角形对应角的角平分线比为1:4，可直接得到对应边上的高之比为___1:4___，对应边上的中线比为___1:4___。

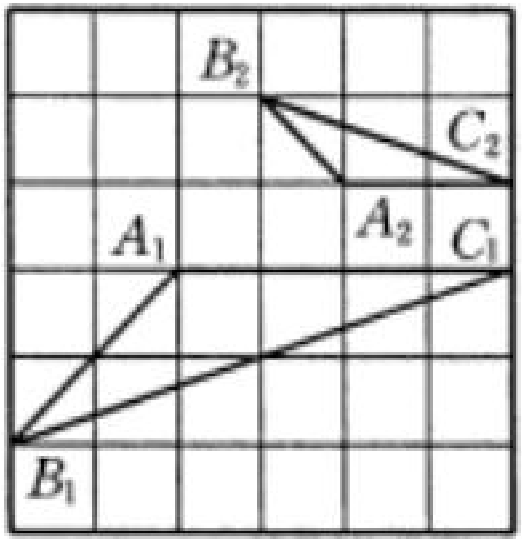
3、△A B C 的三边分别为3、4、5，△A′B′C′的三边长分别为12、16、x,则x= __。 20

BACK

课堂练习(2)

1、两个相似三角形对应边比为3:5，那么相似比为__3:5__，周长比为__3:5__，面积比为__9:25__。

2.如图,在正方形网格上有$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle A_2B_2C_2$,这两个三角形相似吗?如果相似,求出$\triangle A_1B_1C_1$和$\triangle A_2B_2C_2$的面积比.



相似　　　　相似比为2:1

面积比为4:1

BACK

课堂练习(2)

3、把 一个三角形变成和它相似的三角形，则如果边长扩大为原来的100倍，那么面积扩大为原来的____10000____倍；
如果面积扩大为原来的100倍，那么边长扩大为原来的____10____倍。

4、已知△ABC∽△A′B′C′，AC: A′ C′=4:3。
（1）若△ABC的周长为24cm，则△A′B′C′的周长为____18____cm；
（2）若△ABC的面积为32 cm^2，则△A′B′C′的面积为____18____cm^2。

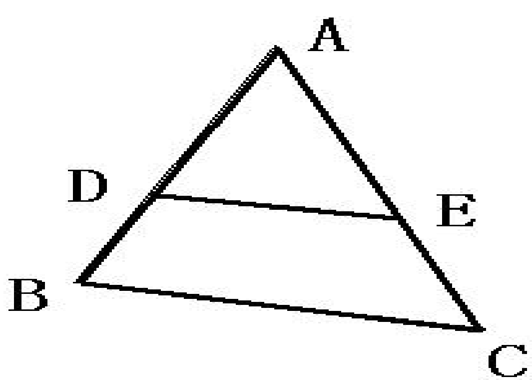
课堂练习(2)

5、已知，在△A B C 中，DE||BC, DE:BC=3:5

则(1)AD:DB=__3:2__

(2)△ADE的面积:梯形DECB的面积=__9:16__

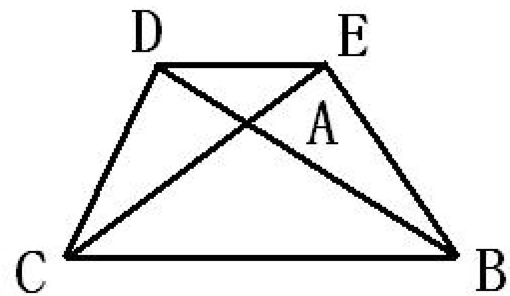
(3)△A B C的面积为25，则△A DE的面积=__9__ 。



BACK

课堂练习(2)

6、如图，已知DE∥BC，BD=3AD，$S_{\triangle ABC}=48$，求：△ADE的面积。



解：∵ DE∥BC

∴ ∠ADE=∠ABC，∠AED=∠ACB

∴ △A DE ∽△ABC

∴ BD=3AD

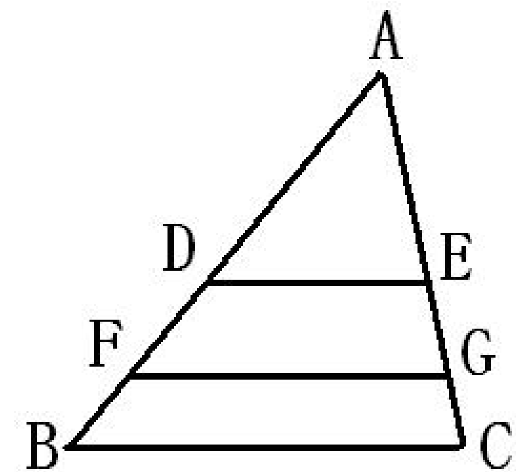
∴ 相似比k=AD:AB=1:2

∴ $S_{\triangle ADE}=1/4\ S_{\triangle ABC}=12$

BACK

课堂练习(2)

7、如图，△ABC中，DE∥FG∥BC，且DE、FG把△ABC的面积三等分，若BC=12cm，求FG的长。



解：∵ DE∥FG∥BC，

∴ △ADE∽△AFG∽△ABC，

∴ $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle AFG}:S_{\triangle ABC}=AD^2:AF^2:AB^2$，

∵ DE、FG把△ABC的面积三等分，

∴ $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle AFG}:S_{\triangle ABC}=1:2:3$，

∴ $AD:AF:AB=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$，

∵ FG∥BC，$\frac{FG}{BC}=\frac{AF}{AB}$，且BC=12cm，

∴ FG= $4\sqrt{6}$ cm。

BACK

小结 （你学到了什么呢？）

相似三角形的性质

- 对应角相等、对应边成比例
- 对应高之比、对应中线之比、对应角平分线之比都等于相似比
- 周长之比等于相似比

面积之比等于相似比的平方