

第二十一章 一次函数

21.1 一次函数

第1课时 正比例函数

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



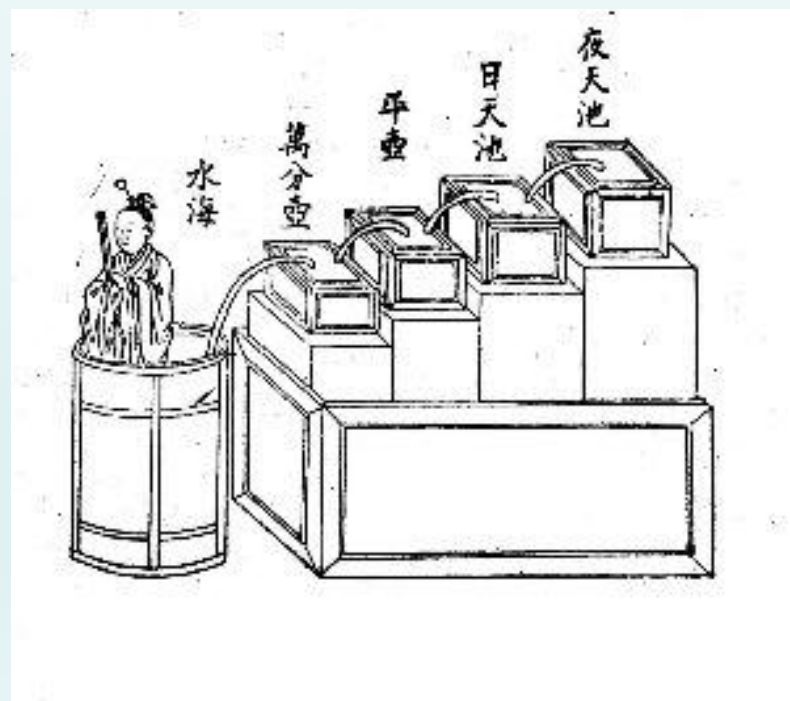
学习目标

- 1.理解正比例函数的概念. (重点、难点)
- 2.会运用正比例函数解决简单的实际问题.

情境引入

在古代，许多民族与地区使用水钟来计时，如图所示。当时的人们通过容器泄水的流量来判断时间的多少。那么你知道为什么可以用水流量来判断时间吗？

假设漏水量是均匀的，
受水壶中的浮子就会均匀升高，也就是说，浮子升高高度 $h=kt$ (k 为常数)



正比例函数的概念

合作探究

问题1. 下列问题中的变量对应规律可用怎样的函数表示？

(1) 圆的周长 L 随半径 r 大小变化而变化；

$$L=2\pi r$$

(2) 铁的密度为 7.8g/cm^3 ，铁块的质量 m （单位：g）随它的体积 V （单位： cm^3 ）大小变化；

$$m=7.8V$$

下列问题中的变量对应规律可用怎样的函数表示？

(3) 每个练习本的厚度为0.5cm，一些练习本摞在一起的总厚度 h （单位cm）随这些练习本的本数 n 的变化而变化；

$$h=0.5n$$

(4) 冷冻一个 0°C 物体，使它每分下降 2°C ，物体的温度 T （单位： $^{\circ}\text{C}$ ）随冷冻时间 t （单位：分）的变化而变化。

$$T=-2t$$

问题2.认真观察以上出现的四个函数解析式，分别说出哪些是函数、常数和自变量。

函数解析式	函数	常数	自变量
$l = 2\pi r$	l	2π	r
$m = 7.8V$	m	7.8	V
$h = 0.5n$	h	0.5	n
$T = -2t$	T	-2	t

这些函数解析式有什么共同点？
 这些函数解析式都是常数与自变量的乘积的形式！

$$\begin{array}{c} \text{函数} = \text{常数} \times \text{自变量} \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ y = \quad k \quad \bullet \quad x \end{array}$$

归纳总结

一般地，形如 $y=kx$ （ k 是常数， $k \neq 0$ ）的函数，叫做**正比例函数**，其中 k 叫做**比例系数**。

比例系数

正比例函数一般形式

$$y = kx \quad (k \neq 0 \text{ 的常数})$$

自变量

注：正比例函数 $y=kx$ （ $k \neq 0$ ）

的结构特征

① $k \neq 0$

② x 的次数是1

为什么强调 k 是常数， $k \neq 0$ 呢？

思考

典例精析

例1.判断下列函数解析式是否是正比例函数？如果是，指出其比例系数是多少？

(1) $y = 3x$; 是, 3 (2) $y = 2x + 1$; 不是

(3) $y = -\frac{x}{2}$; 是, $-\frac{1}{2}$ (4) $y = \frac{2}{x}$; 不是

(5) $y = \pi x$; 是, π (6) $y = -\sqrt{3}x$. 是, $-\sqrt{3}$

练一练

下列函数中哪些是正比例函数？

(1) $y=2x$; ✓

(2) $y=x+2$;

(3) $y=x^2$;

(4) $y=0.9x$; ✓

(5) $y=(\sqrt{5}-1)x$. ✓

(5) $y=-x+a$.

例2. 已知函数 $y=(m+1)x^{m^2}$ 是正比例函数，求 m 的值.

解：∵ 函数 $y = (m - 1)x^{m^2}$ 是正比例函数，

$$\begin{aligned} \therefore m-1 \neq 0, & \quad \text{即 } m \neq 1, \\ m^2=1, & \quad m = \pm 1, \end{aligned}$$

$$\therefore m = -1.$$

函数是正比例函数

函数解析式可转化为 $y=kx$
(k 是常数, $k \neq 0$) 的形式.

做一做

(1) 若 $y = 5x^{3m-2}$ 是正比例函数，则 $m = \underline{1}$.

(2) 若 $y = x + (m-2)$ 是正比例函数，则 $m = \underline{2}$.

(3) 若 $y = (m-2)x^{|m|-1}$ 是正比例函数，则 $m = \underline{-2}$.



正比例函数简单的应用

例3. 有一块10公顷的成熟麦田，用一台收割速度为0.5公顷每小时的小麦收割机来收割.

(1) 求收割的面积 y （公顷）与收割时间 x （h）之间的函数关系式；

(2) 求收割完这块麦田需用的时间.

解： (1) $y=0.5x$ ；

(2) 把 $y=10$ 代入 $y=0.5x$ 中，得 $10=0.5x$.

解得 $x=20$ ，即收割完这块麦田需要20h.

做一做

1. 已知正比例函数当自变量 x 等于-4时, 函数 y 的值等于2.

(1) 求正比例函数的解析式;

(2) 求当 $x=6$ 时函数 y 的值.

解: (1) 设正比例函数解析式是 $y=kx$,

← 设

把 $x=-4, y=2$ 代入上式, 得 $2=-4k$,

← 代

解得 $k=-\frac{1}{2}$,

← 求

← 写

∴ 所求的正比例函数解析式是 $y=-\frac{x}{2}$;

(2) 当 $x=6$ 时, $y=-6/2=-3$.

待定系数法

2. 已知某种小汽车的耗油量是每100km耗油15 L. 所使用的汽油为5元/L.

(1) 写出汽车行驶途中所耗油费 y (元) 与行程 x (km) 之间的函数关系式;

(2) 计算该汽车行驶220 km所需油费是多少?

解: (1) $y = 5 \times 15x/100,$

$$\text{即 } y = \frac{3}{4}x \quad (x \geq 0).$$

(2) 当 $x=220$ 时,

$$y = \frac{3}{4} \times 220 = 165 \text{ (元)}.$$

答: 该汽车行驶220 km所需油费是165元.

当堂练习

1. 已知一个正比例函数的比例系数是-5，则它的解析式为 $y=-5x$.

2. 已知 $y=(k+1)x+k-1$ 是正比例函数，则 $k=$ 1.

3. 已知 $y-3$ 与 x 成正比例，并且 $x=4$ 时， $y=7$ ，求 y 与 x 之间的函数关系式.

解：依题意，设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y-3=kx$ ，

$\because x=4$ 时， $y=7$ ， $\therefore 7-3=4k$ ，解得 $k=1$.

$\therefore y-3=x$ ，即 $y=x+3$.

4. 已知某种小汽车的耗油量是每100km耗油15升. 所使用的90#汽油今日涨价到5元/升.

(1) 写出汽车行驶途中所耗油费 y (元) 与行程 x (km) 之间的函数关系式;

(2) 在平面直角坐标系内描出大致的函数关系图;

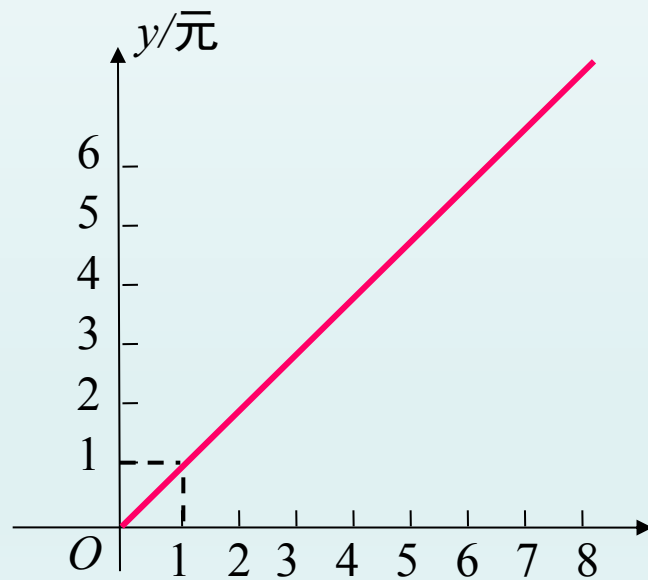
(3) 计算娄底到长沙220 km所需油费是多少?

解: (1) $y = 5 \times \frac{15}{100} x$
即 $y = \frac{3}{4} x \quad (x \geq 0)$

(2) 列表描点连线

x	0	1
y	0	$\frac{3}{4}$

(3) $y = \frac{3}{4} \times 220 = 165$ (元).



答: 娄底到长沙220公里所需油费是165元.

正比例函数的概念

正比例函数



正比例函数的简单应用

见《学练优》本课时练习