

第二十一章 一次函数

21.2 一次函数的图像与性质

第2课时 一次函数的性质

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



学习目标

1. 掌握一次函数的性质. (重点)
2. 能灵活运用一次函数的图象与性质解答有关问题. (难点)

复习引入

1. 一次函数图象有什么特点？

一次函数 $y=kx+b$ 的图象是一条直线，直线上所有点的坐标都满足表达式 $y=kx+b$.

2. 作出一次函数图象需要描出几个点？

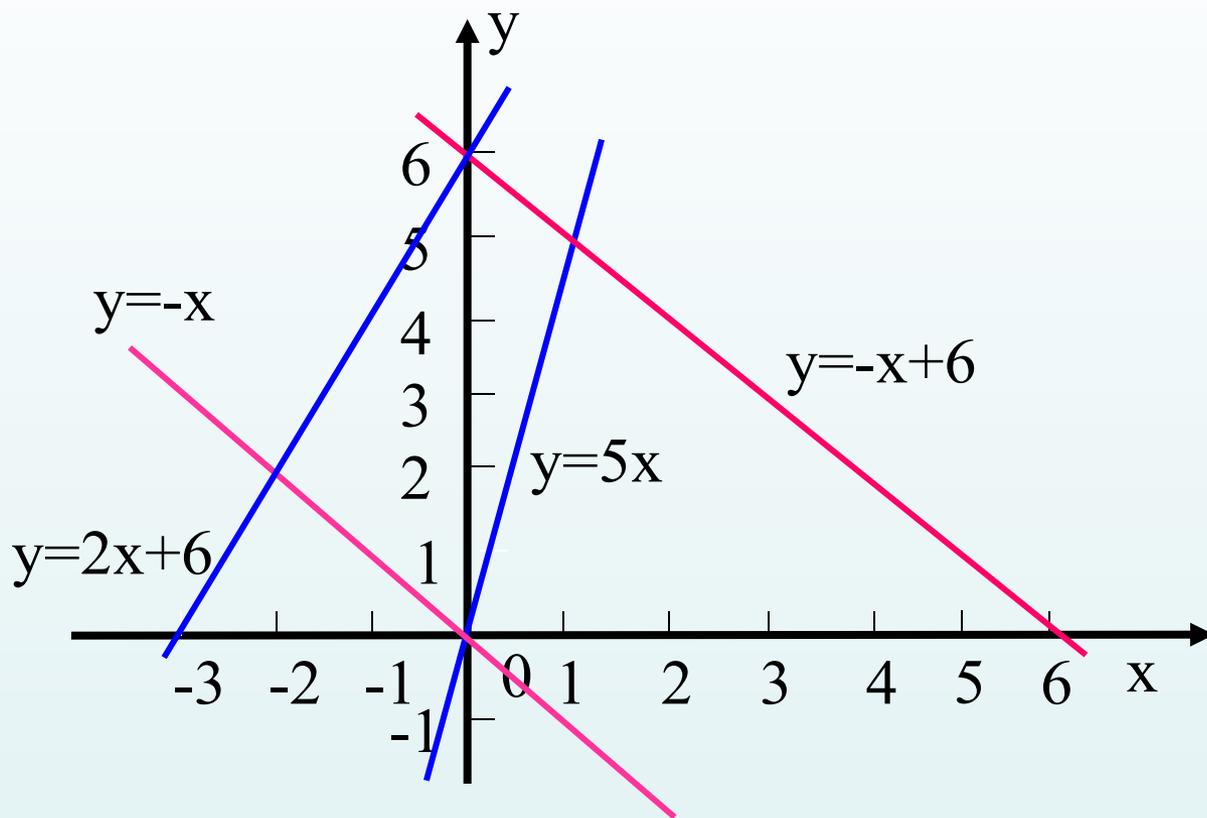
只需要描出2个点. 一般选直线与两坐标轴的两交点，即 $(0, b)$ 和 $(-\frac{b}{k}, 0)$.

一次函数的性质

合作探究

在同一直角坐标系中分别作出下列一次函数的图象：

$$y=2x+6 \quad y=-x \quad y=-x+6 \quad y=5x$$



思考：（1）哪些函数， y 的值是随 x 的值的增大而增大的？（2）哪些函数， y 的值是随 x 的值的增大而减小的？（3） y 的值随 x 的增大而增大和 y 的值随 x 值的增大而减小两种函数，它们的区别和自变量系数的符号有怎样的关系？

归纳总结

一般地，我们有：

对于一次函数 $y=kx+b$ （ k, b 为常数，且 $k \neq 0$ ）：

当 $k > 0$ 时， y 的值随 x 的值的增大而增大；

当 $k < 0$ 时， y 的值随 x 的值的增大而减小。

大家谈谈

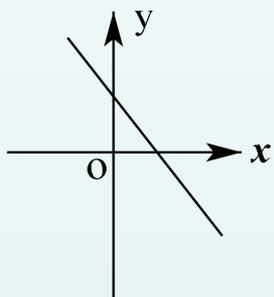
- (1) 哪些函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方，哪些函数与 y 轴的交点在 x 轴的下方？
- (2) 函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方和函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方，这两种函数，它们的区别与常数项有怎样的关系？
- (3) 正比例函数的图像一定经过哪个点？

归纳总结

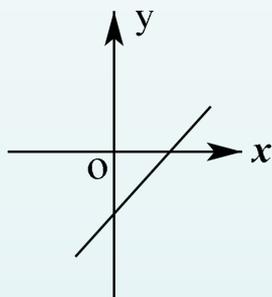
一次函数 $y=kx+b$ 的图像是经过 y 轴上的点 $(0, b)$ 的一条直线.当 $b>0$ 时, 点 $(0, b)$ 在 x 轴的上方; 当 $b<0$ 时, 点 $(0, b)$ 在 x 轴的下方; 当 $b=0$ 时, 点 $(0, 0)$ 是原点, 即正比例函数 $y=kx$ 的图像是经过原点的一条直线.

练一练

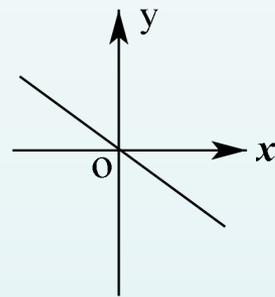
几个一次函数的大致图象如图所示，试分别确定 k 和 b 的符号：



$$k < 0, b > 0$$



$$k > 0, b < 0$$



$$k < 0, b = 0$$

典例精析

例1. 已知关于 x 的一次函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$.

- (1) 当 k 满足什么条件时，函数 y 的值随 x 的值的增大而增大？
- (2) 当 k 满足什么条件时， $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像经过原点？
- (3) 当 k 满足什么条件时，函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方？
- (4) 当 k 满足什么条件时，函数 y 的值随 x 的值的增大而减小且函数图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方？

解: (1) 当 $2k-1 > 0$ 时, y 的值随 x 的值增大而增大.

解 $2k-1 > 0$, 得 $k > 0.5$.

(2) 当 $2k+1=0$, 即 $k=-0.5$ 时, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像经过原点.

(3) 当 $2k+1 < 0$, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的下方.

解 $2k+1 < 0$, 得 $k < -0.5$.

(4) 当 $2k-1 < 0$ 时, y 的值随 x 的值增大而减小. 解得 $k < 0.5$.

当 $2k+1 > 0$, 函数 $y=(2k-1)x+(2k+1)$ 的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方. 解得 $k > -0.5$.

所以此时 k 的取值范围为 $(-0.5, 0.5)$.

做一做

已知一次函数 $y=(1-2m)x+m-1$, 求满足下列条件的 m 的值:

(1) 函数值 y 随 x 的增大而增大; $m < \frac{1}{2}$

(2) 函数图象与 y 轴的负半轴相交; $m < 1$

例2. $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y = -0.5x + 3$ 图象上的两点, 下列判断中, 正确的是(**D**)

A. $y_1 > y_2$ C. 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$

B. $y_1 < y_2$ D. 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$

解析: 根据一次函数图象的性质: 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 所以 D 为正确答案.

提示: 反过来也成立: y 越大, x 也越大.

做一做

点A(x_1 , -1), B(x_2 , 3)是直线 $y=3x+m$ 上的两点, 则

x_1 < x_2 (填 “>” 或 “<”).

一次函数的性质的应用

例3.某面食加工部每周用10000元流动资金采购面粉及其他物品,其中购买面粉的质量在1500kg-2000kg之间,面粉的单价为3.6元/千克,用剩余款额 y 元购买其他物品.设购买面粉的质量为 x kg.

(1)求 y 与 x 的函数关系式,并写出自变量的取值范围.

解: (1)由题意,可知购买面粉的资金为 $3.6x$ 元,总资金为10000元,即 $3.6x+y=10000$,所以该函数关系式为:
 $y=-3.6x+10000$,其中 x 的取值范围是 $1500\leq x\leq 2000$.

(2) 求出购买其他物品的款额 y 的取值范围.

(2) 因为 $y = -3.6x + 10000$, $k = -3.6 < 0$, 所以 y 的值随 x 的值增大而减小.

因为 $1500 \leq x \leq 2000$, 所以 y 的值最大为

$$-3.6 \times 1500 + 10000 = 4600;$$

$$\text{最小为 } -3.6 \times 2000 + 10000 = 2800.$$

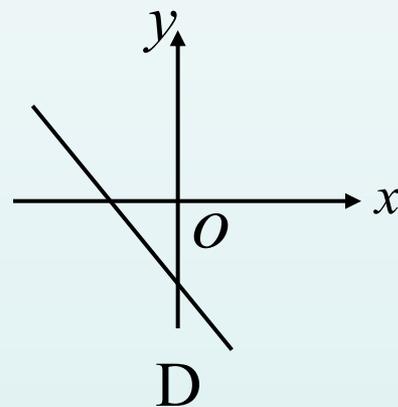
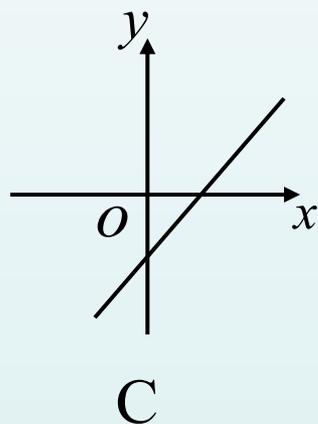
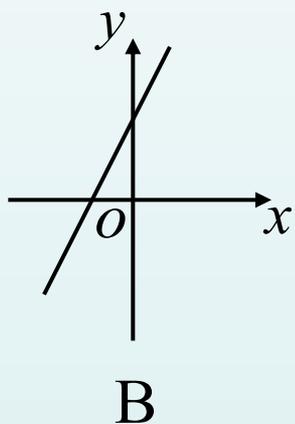
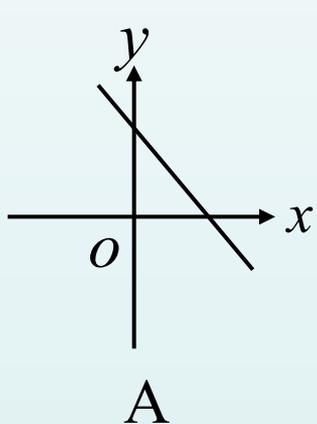
故 y 的取值范围为 $2800 \leq y \leq 4600$.

当堂练习

1. 下列函数中， y 的值随 x 值的增大而增大的函数是（C）

A. $y = -2x$ B. $y = -2x + 1$ C. $y = x - 2$ D. $y = -x - 2$

2. 一次函数 $y = (m^2 + 1)x - 2$ 的大致图象可能为（C）



3. 点 $A(-1, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ 是直线 $y = kx + b$ ($k < 0$)上的两点，
则 $y_1 - y_2$ > 0 (填“>”或“<”).

4.已知一次函数 $y=(3m-8)x+1-m$ 图象与y轴交点在x轴下方，且y随x的增大而减小，其中m为整数，求m的值。

解：由题意得 $\begin{cases} 3m - 8 < 0 \\ 1 - m < 0 \end{cases}$ ，解得 $1 < m < \frac{8}{3}$

又 $\because m$ 为整数，

$$\therefore m=2$$

一次函数的性质

$k > 0$, y 随 x 的增大而增大



$k < 0$, y 随 x 的增大而减小

见《学练优》本课时练习