

第二十一章 一次函数

21.5 一次函数与二元一次方程的关系

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



学习目标

- 1.理解一次函数与二元一次方程（组）的关系，会用图象法解二元一次方程组；（重点）
- 2.学习用函数的观点看待方程组的方法，进一步感受数形结合的思想方法；
- 3.经历图象法解方程组的探究过程，学习用联系的观点看待数学问题的辩证思想。（难点）

观察与思考

今天数学王国搞了个家庭Party，各个成员按照自己所在的集合就坐，这时来了“ $x+y=5$ ”。

$$x+y=5$$

到我这里
来

这是怎么回事？
 $x+y=5$ 应该坐在哪里呢？

到我这里
来

二元一次方程



一次函数

一次函数与二元一次方程的关系

合作探究

$$x+y=5 \quad \text{转化} \quad y=5-x$$

问题：是不是所有的二元一次方程都可以转化为一次函数？

试一试：把下列二元一次方程转化为一次函数

(1) $y-2x=1$; (2) $2y+x=4$

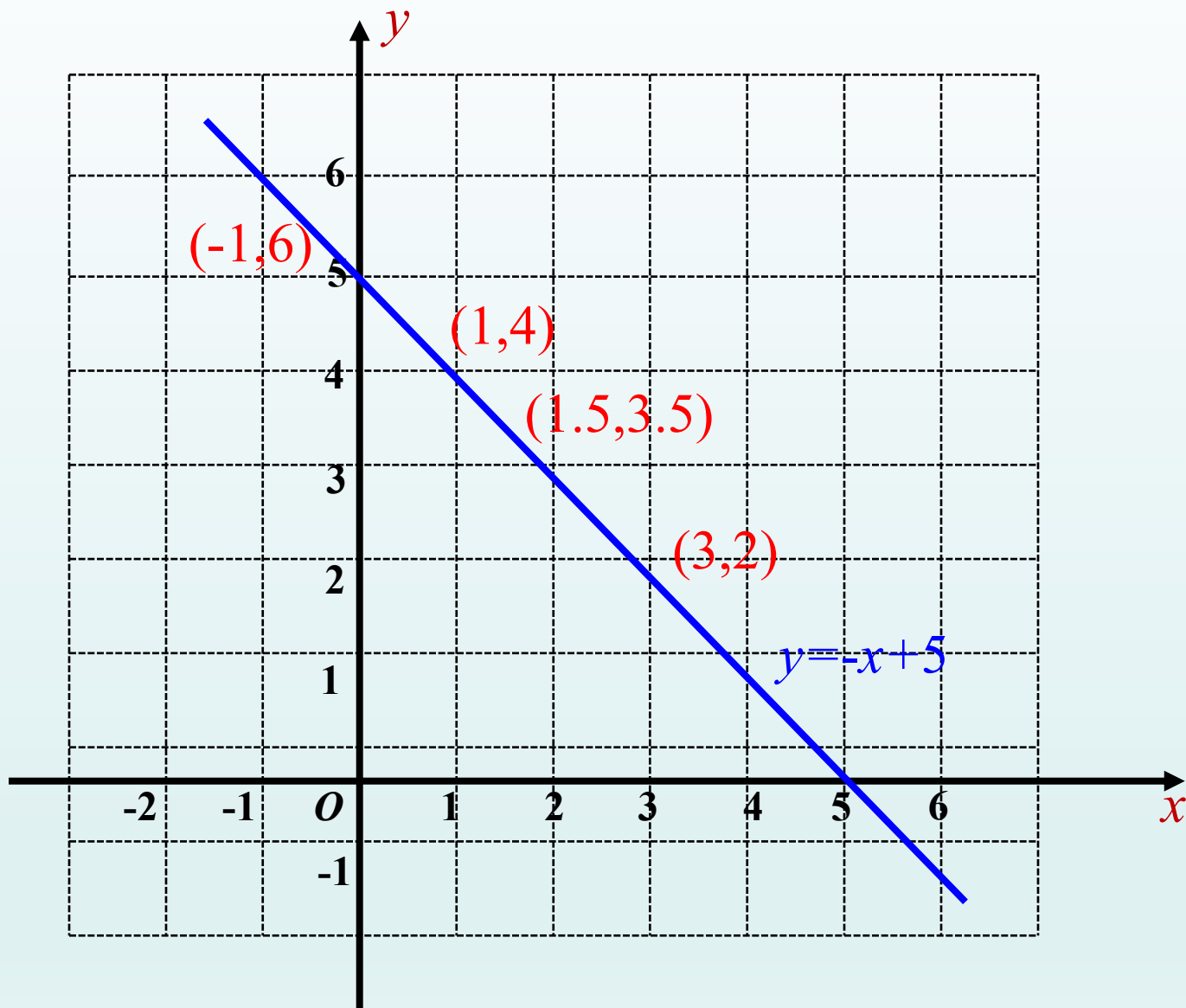
1. 方程 $x+y=5$ 的解有多少个? 无数个

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = 1, \\ y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x = 1.5, \\ y = 3.5 \end{cases}, \begin{cases} x = 3, \\ y = 2 \end{cases}$$

是这个方程的解吗? 都是

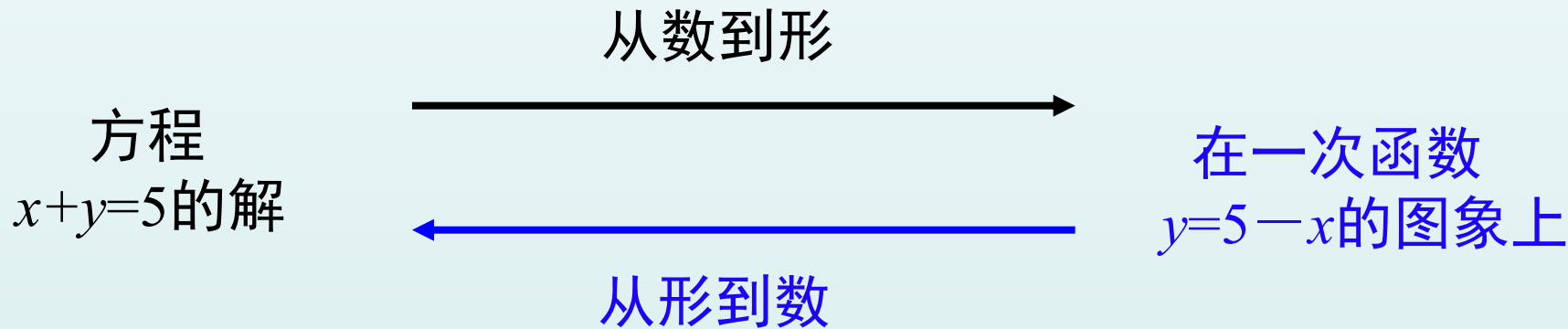
2. 在直角坐标系内分别描出以上面这些解为坐标的点, 它们在一次函数 $y=-x+5$ 的图象上吗?

都在



3.在一次函数 $y=-x+5$ 的图象上任取一点，它的坐标适合方程 $x+y=5$ 吗？**适合**

4.以方程 $x+y=5$ 的解为坐标的所有点组成的图象与一次函数 $y=-x+5$ 的图象相同吗？**相同**



通过以上探究，你能得出二元一次方程的解与一次函数图象的关系吗？

总结归纳

以二元一次方程的解为坐标的点都在相应的函数图象上.反过来,

一次函数图象上的点的坐标都是相应的二元一次方程的解.

练一练

1.以方程 $2x-y=1$ 的解为坐标的点都在一次函数 $y=2x-1$

的图像上.

2.一次函数 $y=3x+7$ 的图像与 y 轴的交点坐标 $(0,7)$,

且该点的坐标是方程 $-2x+by=14$ 的解, 则 $b=$ 2 .



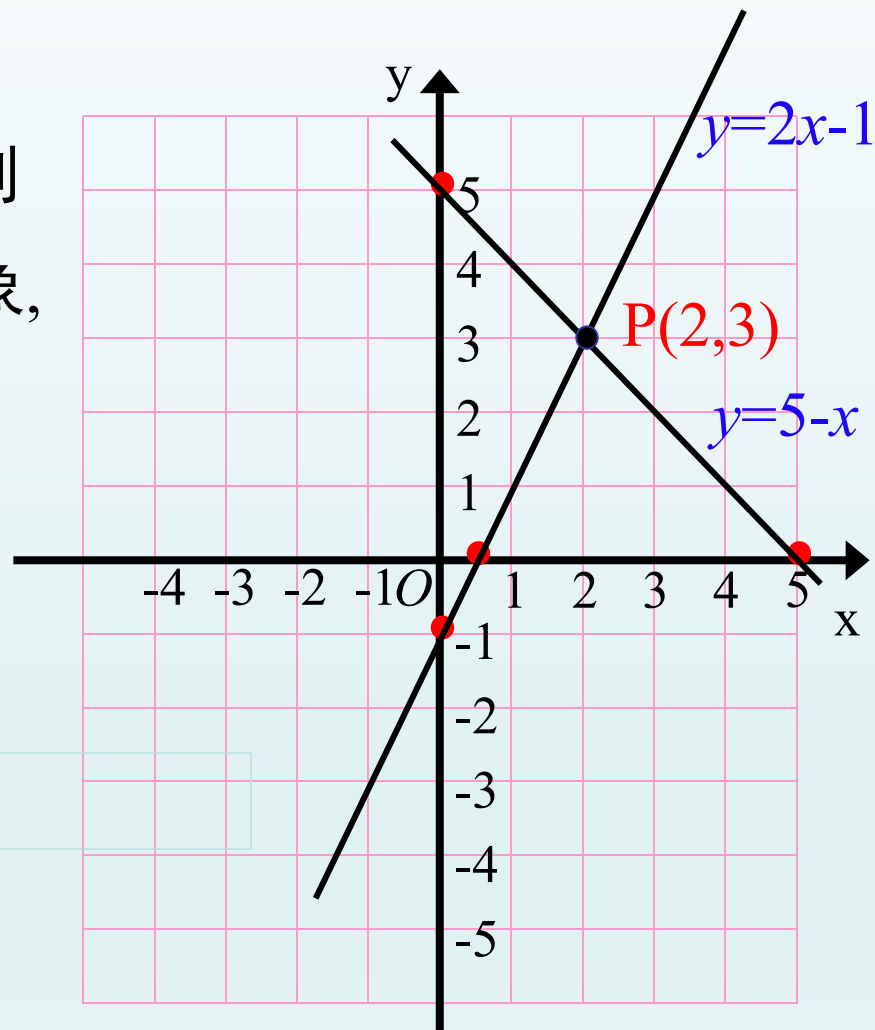
一次函数与二元一次方程组的关系

合作探究

问题：在同一直角坐标系中分别作一次函数 $y=5-x$ 和 $y=2x-1$ 的图象，这两个图象有交点吗？

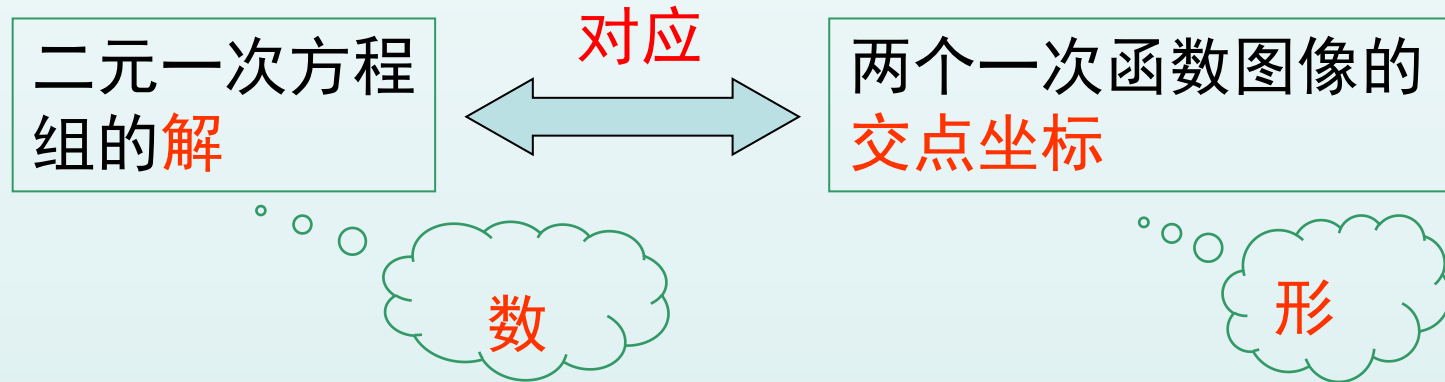
交点坐标与方程组
$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$$
的解有什么关系？

$\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 就是方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-y=1 \end{cases}$ 的解.



总结归纳

确定两条直线交点的坐标，相当于就是求由两直线的表达式组成的二元一次方程组的解；求二元一次方程组的解相当于求相应一次函数图像交点的坐标。



解方程组相当于考虑自变量为何值时，两个函数的值相等，以及这个函数值是何值。

例 利用图象法解方程组 $\begin{cases} x - y = -1 & \text{①;} \\ 2x + y = 1 & \text{②.} \end{cases}$

解：方程 ① 可化为 $y = x + 1$ 有

x	0	-1
y	1	0

方程①的图象是通过 $(0, 1)$ 和 $(-1,$

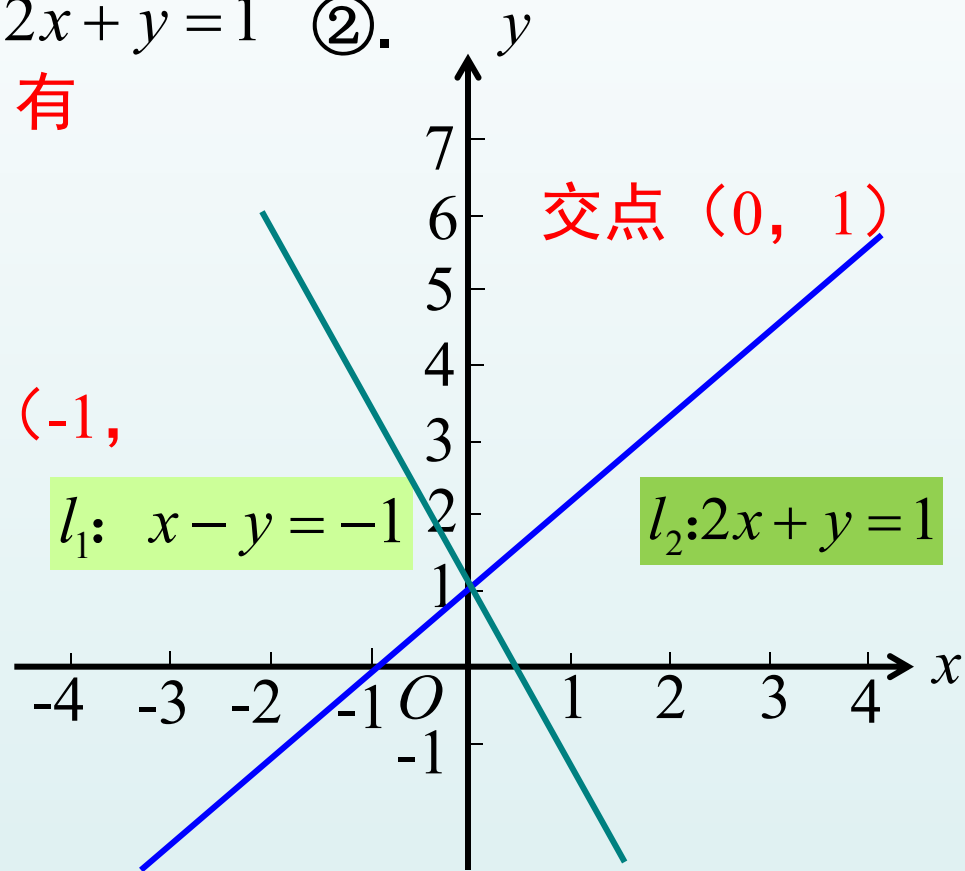
0) 两点的直线 l_1 .

方程② 可转化为 $y = -2x + 1$

x	0.5	0
y	0	1

方程②的图象是通过 $(0.5, 0)$ 和 $(0, 1)$

两点的直线 l_2 .



由图可知, l_1 与 l_2 交于 $(0, 1)$,

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x = 0; \\ y = 1. \end{cases}$

归纳总结

通过以上探讨我们知道，用图象法解二元一次方程组时，应先在同一平面直角坐标系内画出这两个二元一次方程的图象，这两条直线若相交，其交点的坐标就是方程组的解。

利用图象法
解二元一次
方程组的一
般步骤

- ①两个方程分别转化为一次函数
- ②在同一坐标系中画出两个函数图象
- ③找出图象交点坐标
- ④写出方程组的解

练一练

1. 方程组 $\begin{cases} x-y=4 \\ 3x-y=16 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$ ，由此可知一

次函数 $y=x+4$ 与 $y=-3x+16$ 的图像必有一个交点，

且交点坐标是 $(6, 2)$ 。

2. 用图象法解方程组 $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 2x-3y=12 \end{cases}$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$$

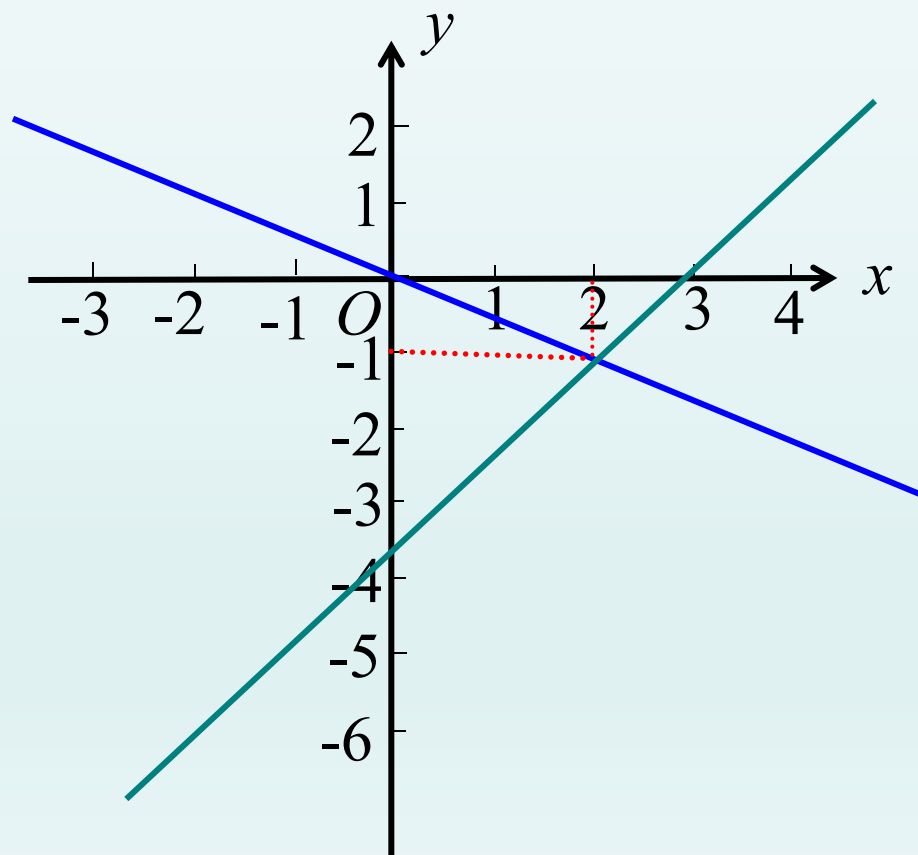
当堂练习

1.若方程组 $\begin{cases} ax + by = c, & \textcircled{1} \\ mx + ny = p & \textcircled{2} \end{cases}$ 中两个二元一次方程的

图象如图所示，则此方程组的解是多少？

解：此方程组的解是

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$$



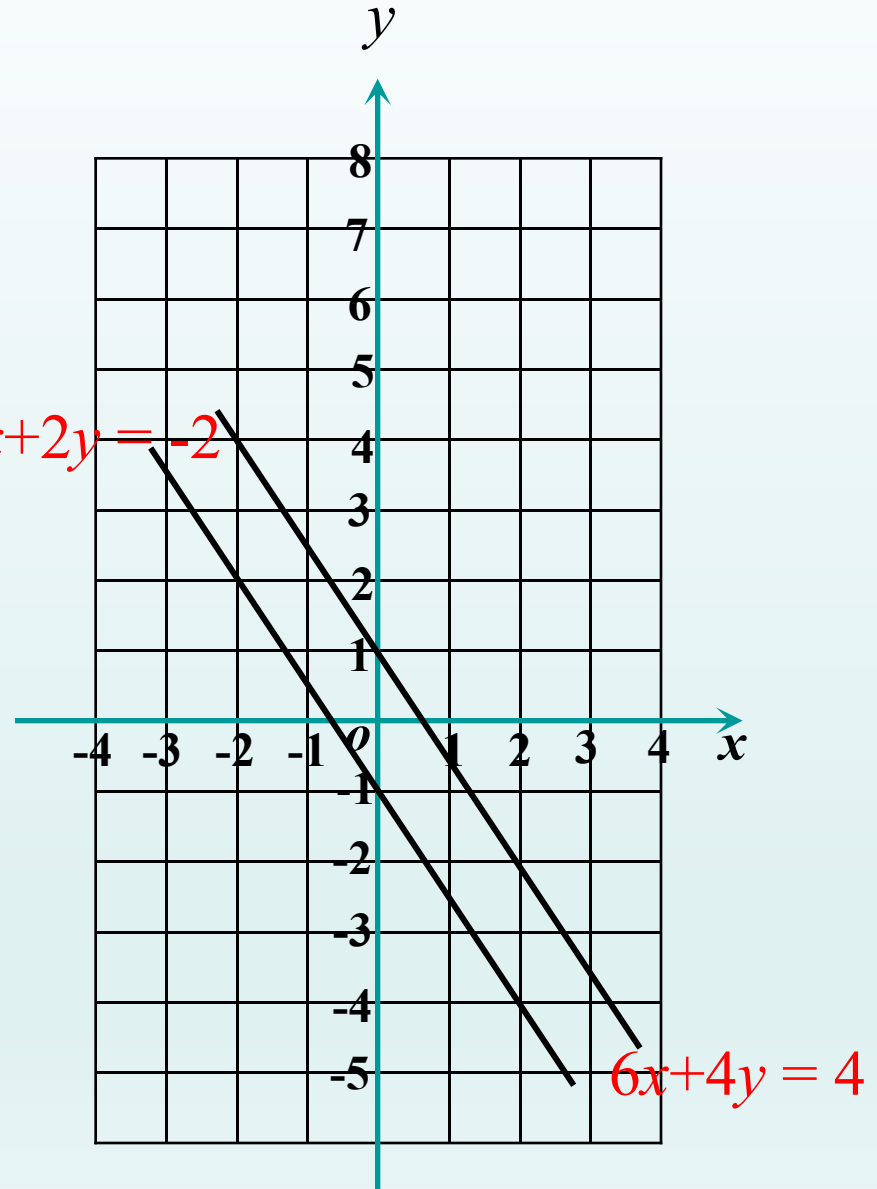
2.利用图象法解方程组

$$\begin{cases} 3x+2y=-2, \\ 6x+4y=4. \end{cases}$$

方程组的两个方程的图象有怎样的位置关系？

方程组的情况怎样？

解：作出两个方程的图象，
如图，两条直线平行，所以方程组无解.



一次函数与二元
一次方程的关系

一次函数与二元
一次方程的关系

一次函数与二元一
次方程组的关系

利用一次函数图像
解二元一次方程组

见《学练优》本课时练习