

# 第二十二章 四边形

## 22.2 平行四边形的性质

### 第2课时 平行四边形的判定定理2、3

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



## 学习目标

- 1.通过探索掌握平行四边形的判定定理2、3. (重点)
- 2.能利用平行四边形的判定定理2、3解决有关证明或计算的问题. (难点)

### 复习引入

平行四边形的两组对边分别相等；

平行四边形的对角线互相平分。

**思考：**我们已经学习了平行四边形的这些性质，那么它们的逆命题各是什么呢？

**两组对边分别相等的四边形是平行四边形；**

**对角线互相平分的四边形是平行四边形。**

我们得到的这些逆命题都成立吗？我们一起探讨一下吧！

## 平行四边形的判定定理2

### 合作探究

将两个全等的三角形纸片相等的边重合在一起，你能拼出什么图形？你能拼出几个？与同学交流你的拼法，并把它展示出来.

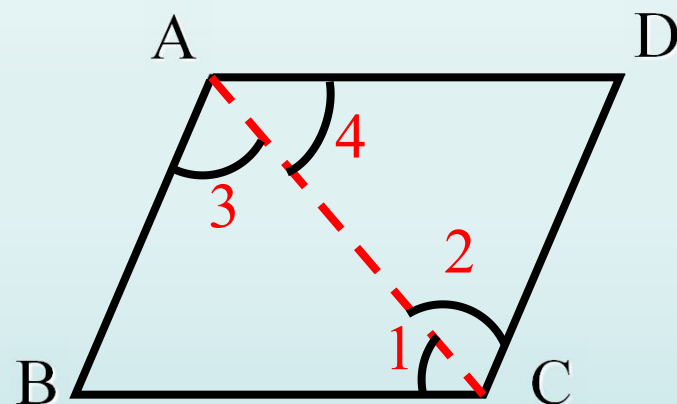
都是平行  
四边形！

通过拼图你可以得到什么启示？

两组对边分别相等的四边形是平行四边形

问题1：已知：如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=DC$ ， $AD=BC$ 。

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



证明思路

作对角线构造全等三角形

两组对应角相等

两组对边分别平行

四边形 $ABCD$ 是平行四边形

证明：连结AC，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$AB=CD$  (已知)

$AC=CA$  (公共边)

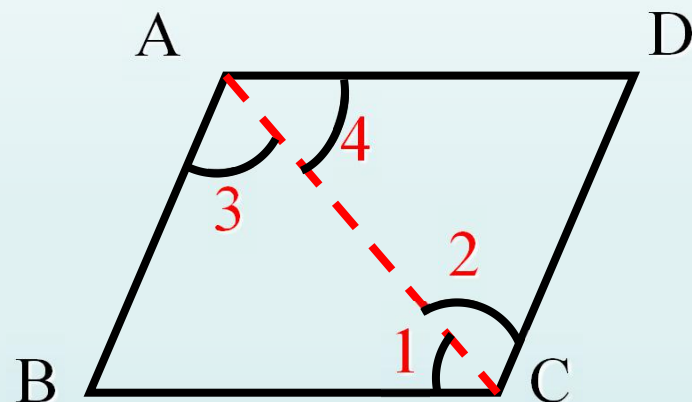
$BC=DA$  (已知)

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$  (SSS)

$\therefore \angle 1 = \angle 4, \angle 2 = \angle 3$

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC$

$\therefore$  四边形ABCD是平行四边形.



## 知识要点

平行四边形的判定定理2:

两组对边分别相等的四边形是平行四边形

## 做一做

如图， $AB=DC=EF$ ， $AD=BC$ ， $DE=CF$ ，图中有哪些互相平行的线段？

解：图中互相平行的线段有：

$AB \parallel DC \parallel EF$ ， $AD \parallel BC$ ， $DE \parallel CF$

理由如下：

$$AB=DC$$

四边形ABCD是平行四边形

$$AD \parallel BC$$

$$AD=BC$$

$$AB \parallel DC$$

$$DC=EF$$

四边形CDEF是平行四边形

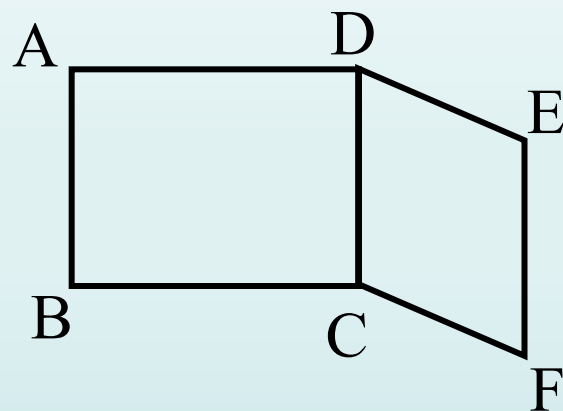
$$DC \parallel EF$$

$$DE=CF$$

平行四边形

$$DE \parallel CF$$

$$AB \parallel DC \parallel EF$$





## 典例精析

**例1.** 如图，已知E，F，G，H分别是▭ABCD的边AB，BC，CD，DA上的点，且AE=CG，BF=DH. 求证：四边形EFGH是平行四边形.

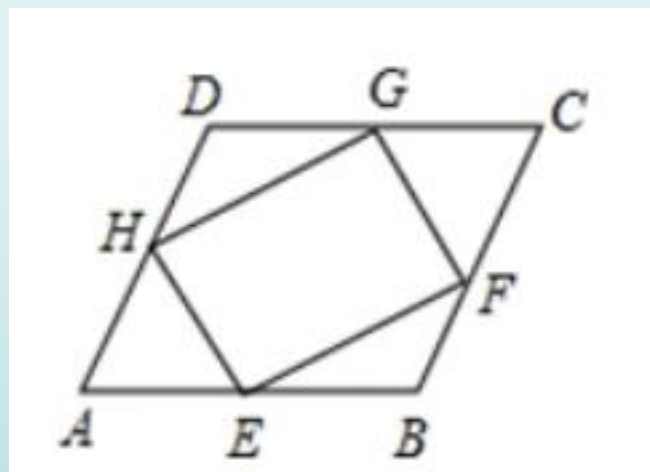
**证明：** 在平行四边形ABCD中，

$$\angle A = \angle C.$$

又 $\because$  AE=CG，AH=CF，

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle CGF \text{ (SAS) },$$

$$\therefore EH = GF.$$



在平行四边形ABCD中，

$AB=CD$ ，  $AD=BC$ ，

$\therefore AB-AE=CD-CG$ ，  $AD-AH=BC-CF$ ，

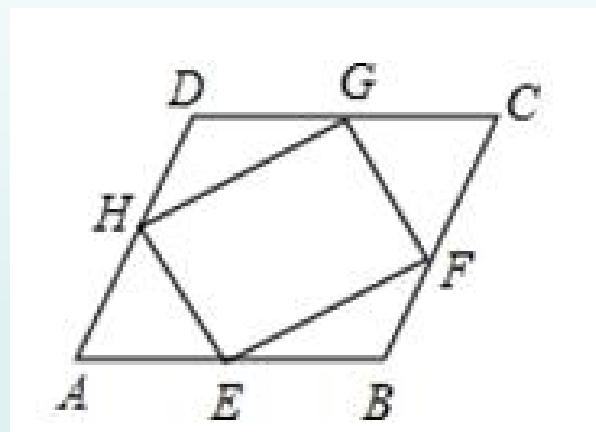
即  $BE=DG$ ，  $DH=BF$ 。

又  $\because \angle B=\angle D$ ，

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle DGH$ ，

$\therefore GH=EF$ ，

$\therefore$  四边形EFGH是平行四边形。

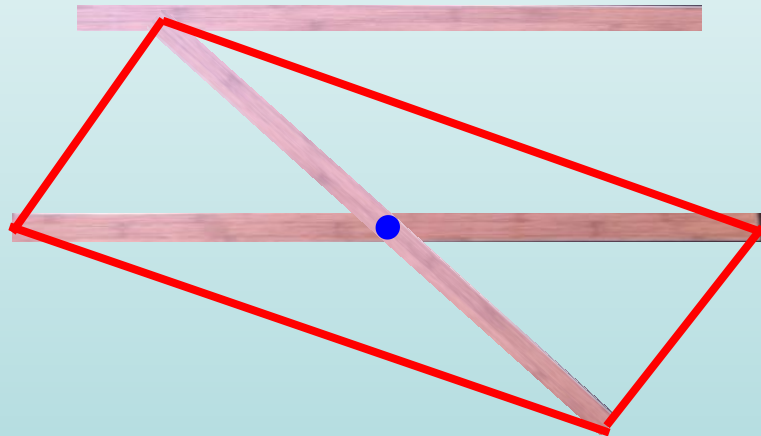


## 平行四边形的判定定理3

### 合作探究

工具：两根长度不相等的细木条.

动手：能利用这两根木条摆出一个平行四边形吗？试试看！



通过实验你可以得到什么结论？

**对角线互相平分的四边形是平行四边形**

**问题2:** 已知: 四边形 $ABCD$ 中,  $OA=OC$ ,  $OB=OD$ ,  
求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

**证明:**

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中,

$OA=OC$  (已知)

$\angle AOB=\angle COD$  (对顶角相等)

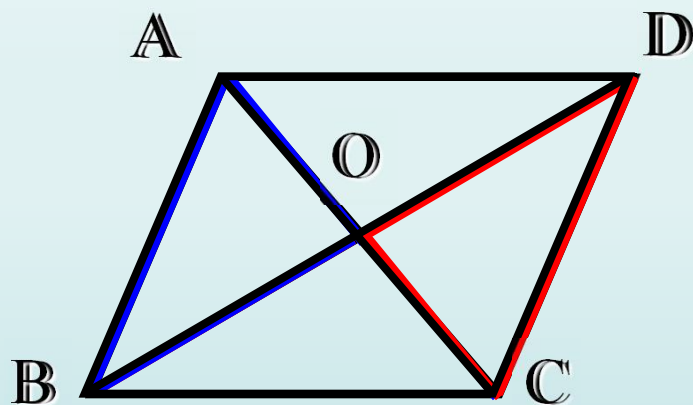
$OB=OD$  (已知)

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$  (SAS)

$\therefore \angle BAO=\angle OCD$ ,  $\angle ABO=\angle CDO$

$\therefore AB \parallel CD$ ,  $AD \parallel BC$

$\therefore$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



对顶角相等.

## 知识要点

平行四边形的判定定理3:

对角线互相平分的四边形是平行四边形

例2. 已知：E、F是平行四边形ABCD对角线AC上的两点，  
并且 $AE=CF$ .

求证：四边形BFDE是平行四边形.

证明：连接BD交AC于O

在平行四边形ABCD中，  
 $AO=CO$ ， $BO=DO$

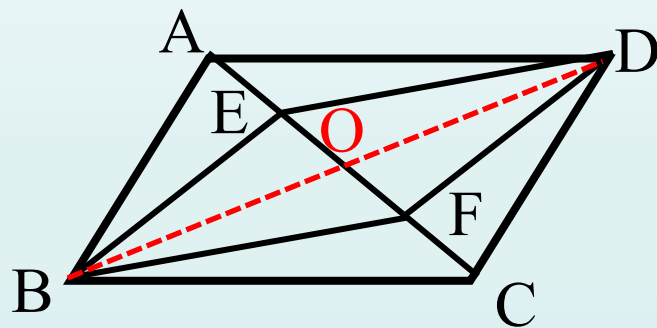
$\because AE=CF$

$\therefore AO-AE=CO-CF$

$\therefore EO=FO$

又  $\because BO=DO$

$\therefore$  四边形BFDE是平行四边形.



## 做一做

已知：如图，E，F是  $\square ABCD$  的对角线BD上的两点，且  $\angle BAE = \angle DCF$ . 求证：四边形AECF是平行四边形.

证明：连结AC, 交BD于点O

在  $\square ABCD$  中， $AB \parallel CD$

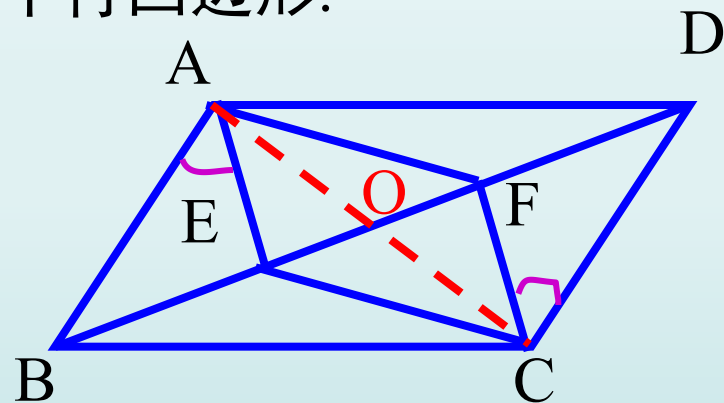
$BO = DO$ ， $AO = CO$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF$

又  $\because \angle BAE = \angle CDF$ ， $AB = CD$   $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$

$\therefore BE = DF$   $\therefore BO - BE = DO - DF$ ，即  $EO = FO$

$\therefore$  四边形AECF是平行四边形

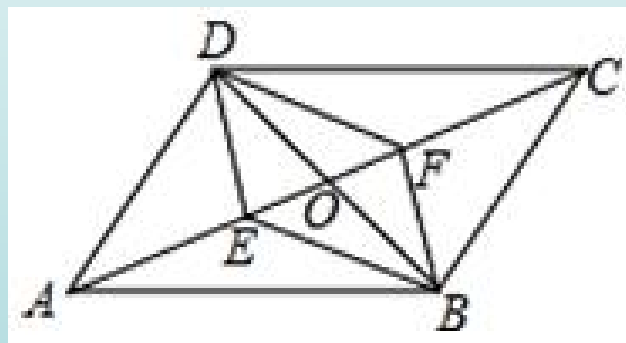


## 当堂练习

1.如图，在平行四边形ABCD中，对角线AC、BD相交于点O，E、F是对角线AC上的两点，给出下列四个条件：① $AE=CF$ ；② $DE=BF$ ；③ $\angle ADE=\angle CBF$ ；④ $\angle ABE=\angle CDF$ ．其中不能判定四边形DEBF是平行四边形的有（ **B** ）

A. 0个    B. 1个    C. 2个    D. 3个

解析：由平行四边形的判定方法可知：  
若是四边形的对角线互相平分，可证明这个四边形是平行四边形，②不能证明对角线互相平分，只有①③④可以，  
故选B.





2. 已知在直角坐标系中，四边形ABCD四个顶点的坐标分别为： $A(-\sqrt{3}, -\sqrt{2})$ ， $B(1, -1)$ ， $C(\sqrt{3}, \sqrt{2})$ ， $D(-1, 1)$

四边形ABCD是不是平行四边形？请给出证明。

解：四边形ABCD是平行四边形，证明如下：

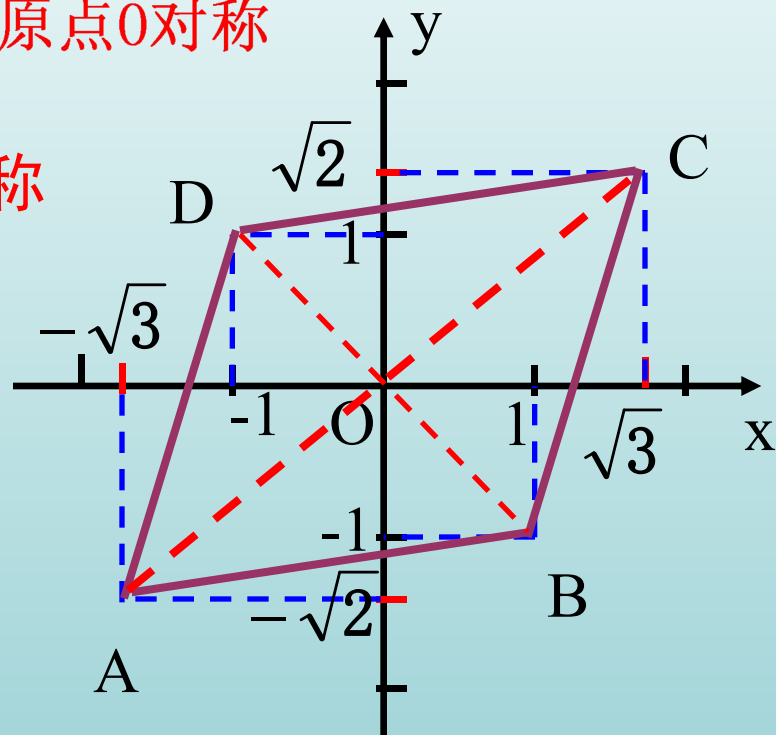
$\because A(-\sqrt{3}, -\sqrt{2})$  与  $C(\sqrt{3}, \sqrt{2})$  关于原点O对称

$B(1, -1)$  与  $D(-1, 1)$  关于原点O 对称

连接对角线AC，BD则有

$$OA = OC, OB = OD$$

$\therefore$  四边形ABCD是平行四边形



3.已知：如图，在四边形ABCD中， $AB \parallel CD$ ，E是BC的中点，直线AE交DC的延长线于点F。试判断四边形ABFC的形状，并证明你的结论。

解：四边形ABFC是平行四边形.理由如下：

$\because AB \parallel CD, \therefore \angle BAE = \angle CFE,$

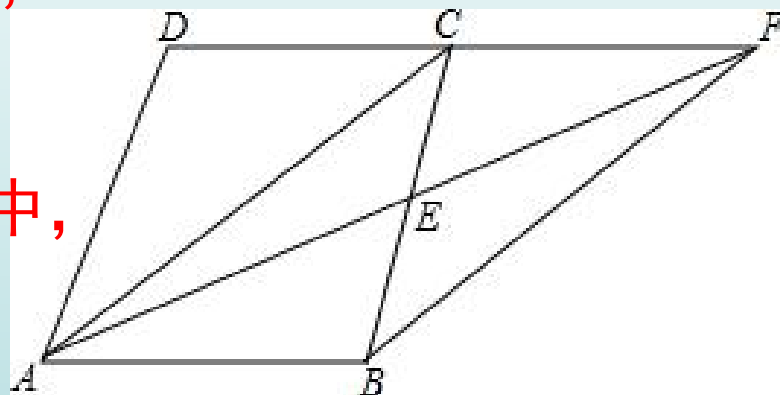
$\because E$ 是BC的中点，

$\therefore BE = CE$ ，在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CFE \\ \angle AEB = \angle FEC \\ BE = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCE$  (AAS)， $\therefore AE = EF.$

又 $\because BE = CE, \therefore$ 四边形ABFC是平行四边形.



平行四边形的  
判定定理2、3

平行四边形  
的判定定理2

两边分别相等的四  
边形是平行四边形

平行四边形  
的判定定理3

对角线互相平分的四  
边形是平行四边形

见《学练优》本课时练习