

# 第二十二章 四边形

## 22.2 平行四边形的性质

### 第1课时 平行四边形的判定定理1

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结



## 学习目标

- 1.运用类比的方法，探索平行四边形的判定方法.
- 2.理解平行四边形的判定方法，并会简单运用.(重难点)

### 复习引入

平行四边形定义是什么？它有哪些性质？

定义：有**两组对边分别平行**的四边形叫做平行四边形。

性质：

既是平行四边形的性质也是平行四边形的判定。

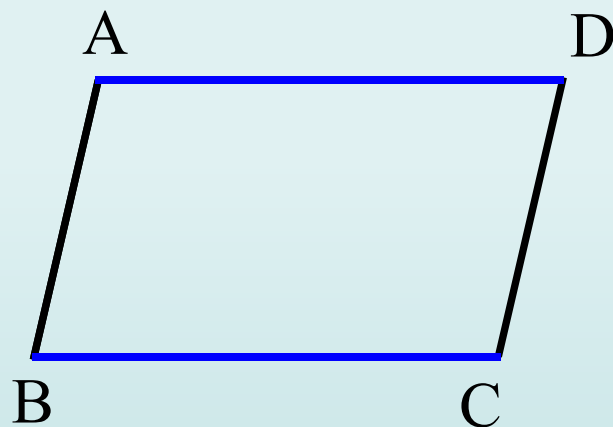
平行四边形的**对边相等，对角相等**

平行四边形的**对角线互相平分**。

# 一 平行四边形的判定定理1

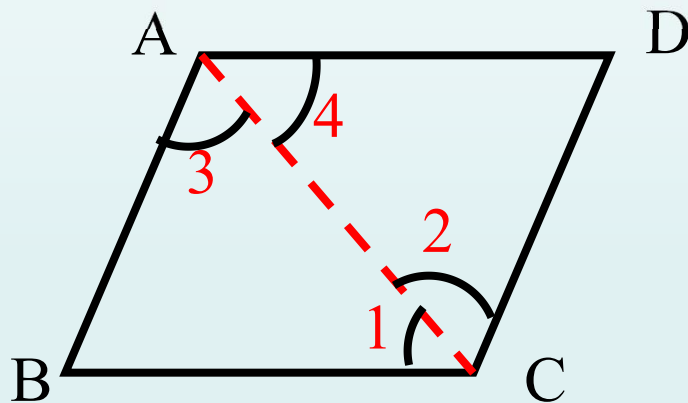
## 合作探究

如图，将线段AB向右平移BC长度后得到线段CD， $AB \parallel CD$ 吗？连接AD， $AD \parallel BC$ 吗？由此你得到什么结果？



四边形ABCD是平行四边形

**例1.**如图，在四边形ABCD中， $AB=CD$ 且 $AB \parallel CD$ ，求证：四边形ABCD是平行四边形.



### 证明思路

作对角线构造全等三角形

两组对应角相等

两组对边分别平行

四边形ABCD是平行四边形

证明：连结AC，

$\because AB \parallel CD, \therefore \angle 2 = \angle 3$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中，

$AB = CD$  (已知)

$\angle 3 = \angle 2$

$AC = AC$  (公共边)

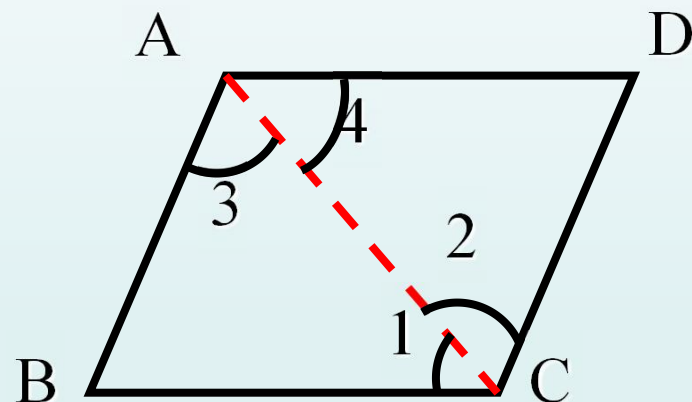
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA$  (SAS)

$\therefore \angle 1 = \angle 4.$

$\therefore AD \parallel BC.$

又 $AB \parallel CD$ ，

$\therefore$  四边形ABCD是平行四边形.



## 知识要点

平行四边形的判定定理1：

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

思考：一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形吗？

如等腰梯形

## 练一练

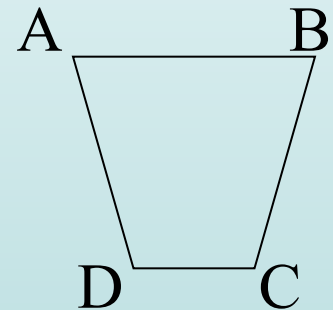
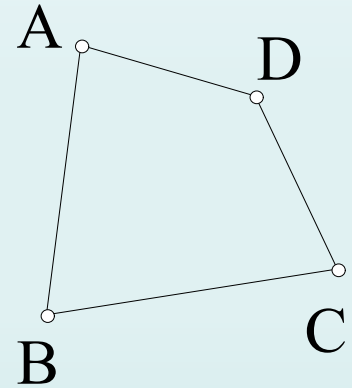
满足下列条件的四边形ABCD是不是平行四边形，若是，在括号内打“√”，若不是，则打“×”。

(1)  $AB=CD, AB \parallel CD$  (√)

(2)  $AB \parallel CD, AD \parallel BC$  (√)

(3)  $AB \parallel CD, AD=BC$  (×)

(4)  $\angle A + \angle B = 180^\circ, AD=BC$  (√)





例2. 已知：如图，E,F分别是平行四边形ABCD的边AD,BC的中点.求证：BE=DF.

证明：∵ 四边形ABCD是平行四边形，

∴  $AD \parallel BC$ ,

$AD=BC$ .

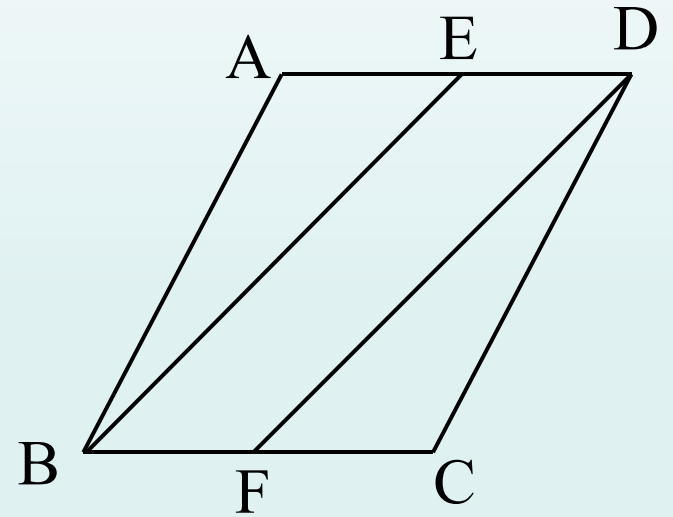
∵ E, F分别是AD, BC的中点，

∴  $ED=1/2AD$ ,  $BF=1/2BC$ , 即  $ED=BF$ .

又  $ED \parallel BF$ ,

∴ 四边形EBFD是平行四边形

∴  $BE=DF$



## 做一做

如图，在平行四边形ABCD中，已知AE、CF分别是 $\angle DAB$ 、 $\angle BCD$ 的角平分线，试证明四边形AFCE是平行四边形。

证明： $\because$ 在平行四边形ABCD中，

AE、CF分别是 $\angle DAB$ 、 $\angle BCD$ 的角平分线

$\therefore \angle B = \angle D, AB = CD,$

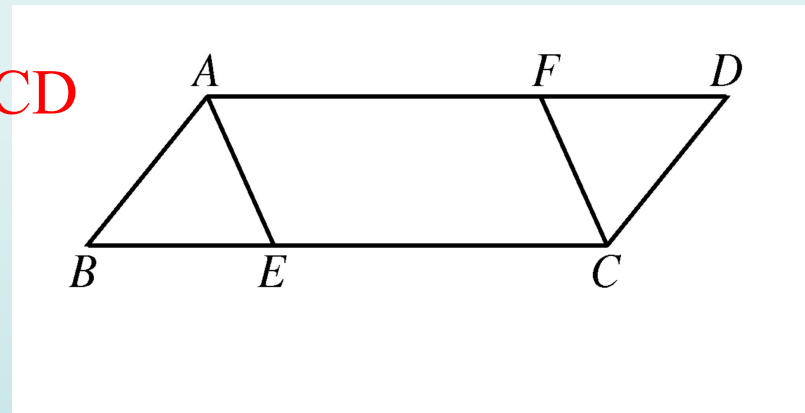
$$\angle BAE = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DAB = \frac{1}{2} \angle BCD$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (ASA)$

$\therefore BE = DF, \therefore AF = CE .$

又 $\because AF \parallel CE$

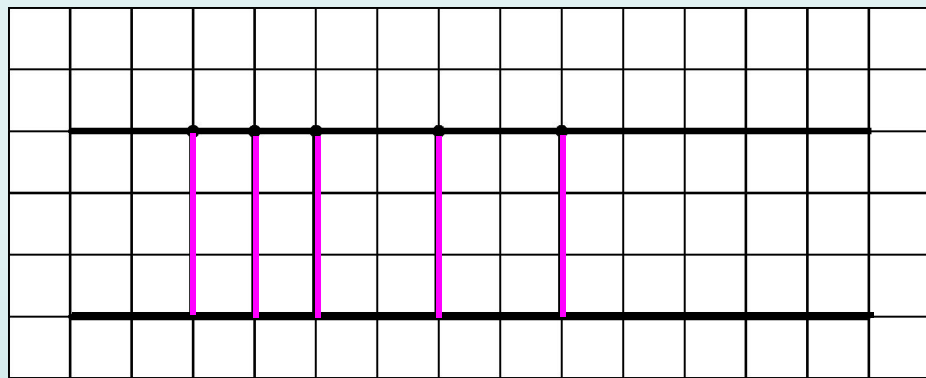
$\therefore$ 四边形AFCE是平行四边形.



## 平行线间的距离

### 合作探究

如图，在方格纸上画两条互相平行的直线，在其中一条直线上任取若干点，过这些点作另一条直线的垂线，用刻度尺量出这些垂线段的长度。



尝试证明  
这个结论。

经过测量，我们发现这些垂线段的长度都相等。这种现象说明了平行线的又一个性质：

**平行线之间的距离处处相等。**

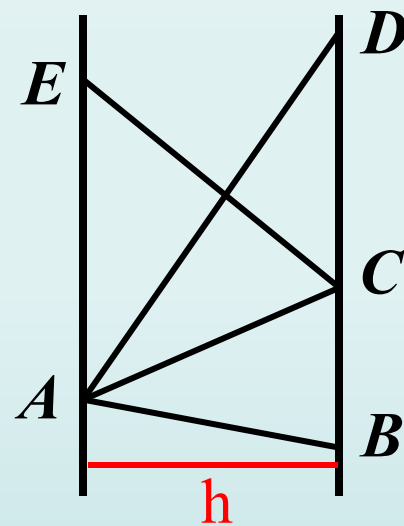
例3 如图，直线AE//BD，点C在BD上，若AE=5，BD=8， $\triangle ABD$ 的面积为16，则 $\triangle ACE$ 的面积为 10。

分析：利用平行线之间的距离处处相等。

解：设AE与BD之间的距离为h，则

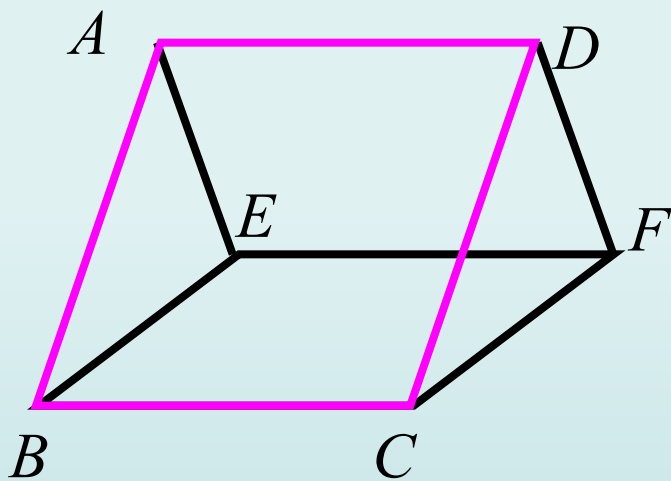
$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot h = 16, \text{ 则 } h = 4,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \cdot AE \cdot h = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10.$$



## 当堂练习

1. 四边形  $AEFD$  和  $EBCF$  都是平行四边形，求证：四边形  $ABCD$  是平行四边形.



证明：∵ 四边形  $AEFD$  和  $EBCF$  都是平行四边形，

∴  $AD \parallel EF$ ,  $AD = EF$ ,

$EF \parallel BC$ ,  $EF = BC$ .

∴  $AD \parallel BC$ ,  $AD = BC$ .

∴ 四边形  $ABCD$  是平行四边形.

2.已知：如图， $AD \parallel BC$ ，且 $AB=CD=5$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ；

求证： $AB \parallel CD$ 。

温馨提示：可利用勾股定理及其逆定理解题

证明： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $AC=4$ ， $BC=3$

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$ ， $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，且

$\angle ACB=90^\circ$

$\because AD \parallel BC$

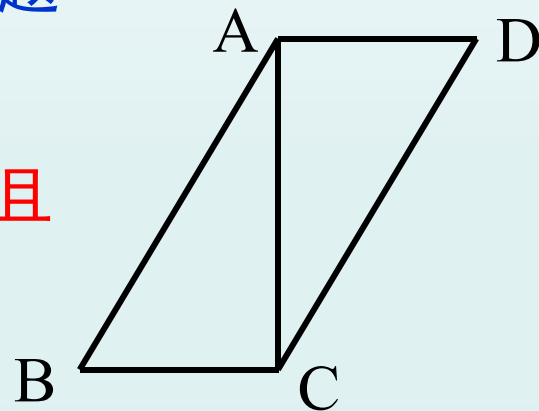
$\therefore \angle DAC=\angle ACB=90^\circ$

$\because CD=5$ ， $AC=4$ ， $\therefore AD=3$

$\therefore AD \parallel BC$  且  $AD=BC$

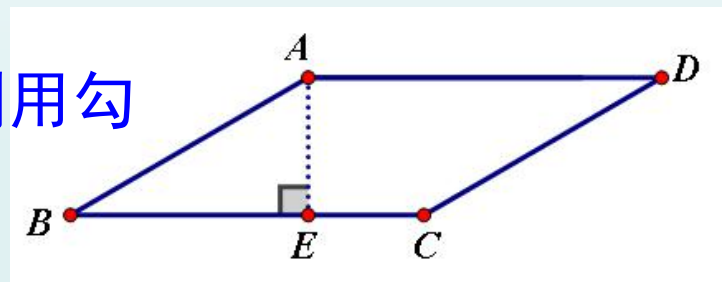
$\therefore$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore AB \parallel CD$ 。



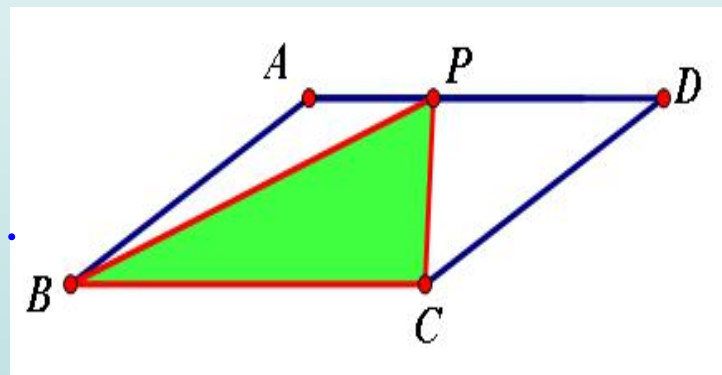
3.(1)在 $\square ABCD$ 中,  $\angle A=150^\circ$ ,  $AB=8\text{cm}$ ,  $BC=10\text{cm}$ , 则 $S_{\square ABCD}=\underline{40\text{cm}^2}$ .

提示: 过点 $A$ 作 $AE \perp BC$ 于 $E$ , 然后利用勾股定理求出 $AE$ 的值.

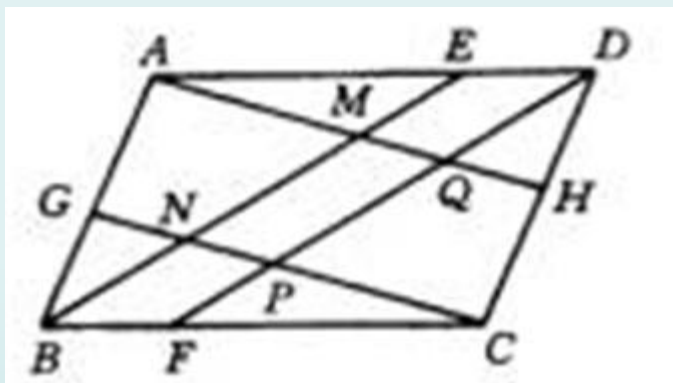


(2)若点 $P$ 是 $\square ABCD$ 上 $AD$ 上任意一点, 那么 $\triangle PBC$ 的面积是 $\underline{20\text{cm}^2}$ .

提示:  $\triangle PBC$ 与 $\square ABCD$ 是同底等高.



4.在  $\square ABCD$  中, 已知  $AE=CF$ ,  $BG=DH$ .  $EB$  与  $AH$ 、 $GC$  分别交于  $M$ 、 $N$ ,  $DF$  分别与  $AH$ 、 $GC$  交于  $Q$ 、 $P$ . 你能在图中找出所有除  $ABCD$  外的平行四边形吗?



答:  $\square AGCH$   $\square BFDE$   $\square MNPQ$



平行四边形的判定定理1

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

平行四边形的判定定理1

平行线间的距离处处相等

见《学练优》本课时练习