第二十二章 四边形

22.7 多边形的内角和与外角

导入新课　讲授新课　当堂练习　课堂小结

学习目标

1.了解多边形的相关概念，并能准确找出多边形的外角.

2.会用分割法探索多边形的内角和计算公式.（难点）

3.运用多边形的内角和计算公式与外角和解决问题.（重点）

复习引入

1.什么是三角形?

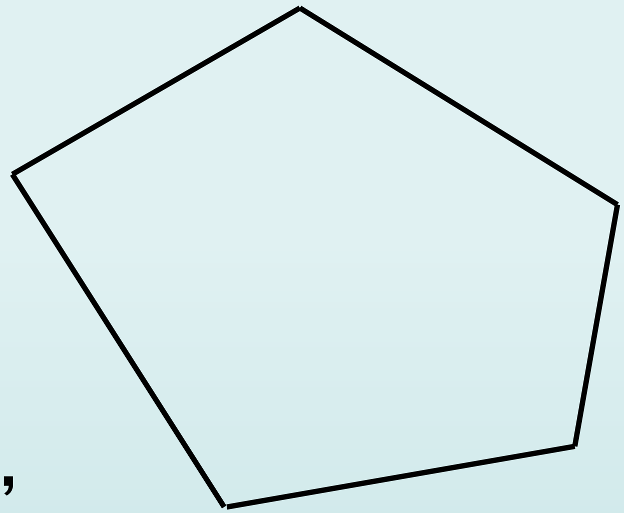
由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形.

2.三角形的内角和是多少?

三角形的内角和是180°.

一 多边形的概念

问题1　观察画多边形的过程，类比三角形，你能说出什么是多边形吗？



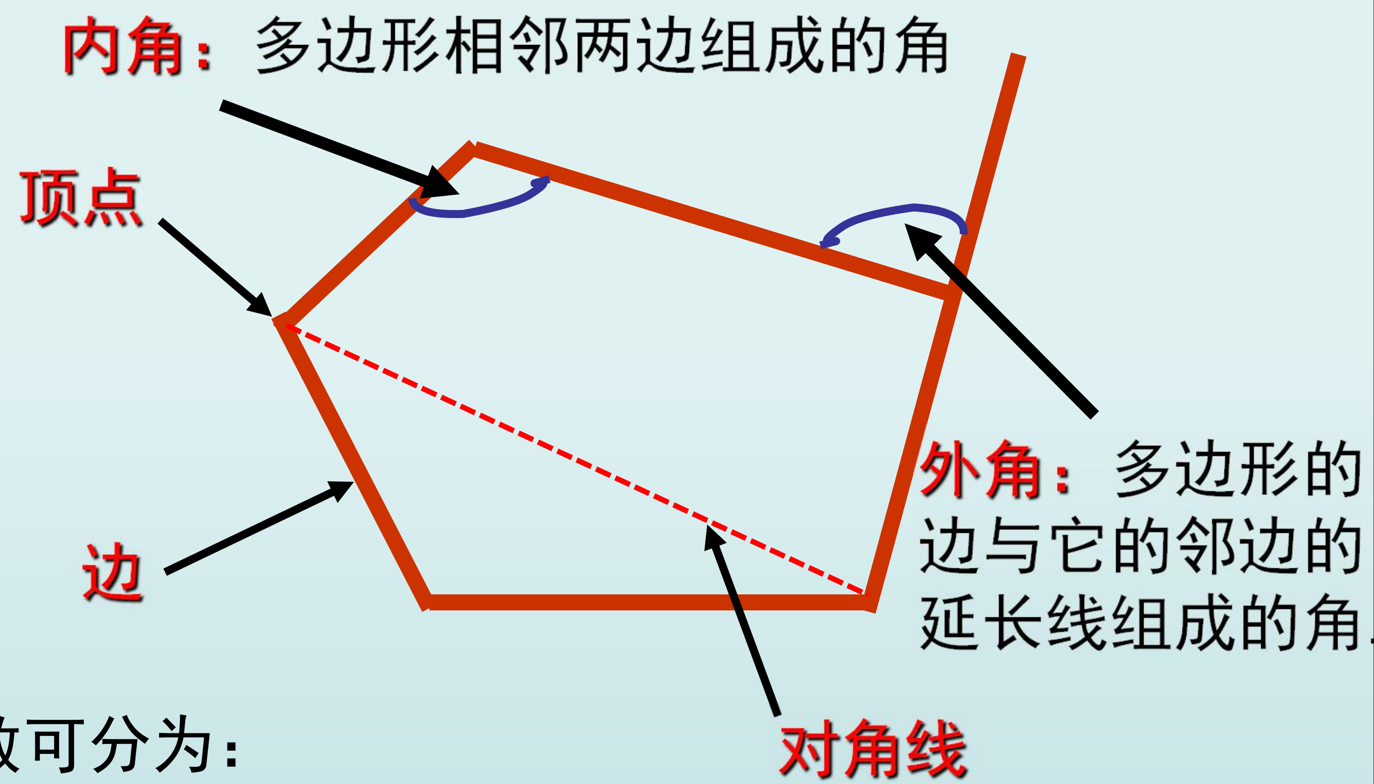
我们学过三角形的定义，类似地，

在平面内，由不在同一条直线上的线段首尾顺次相接所组成的图形叫做多边形.

想一想：比较多边形的定义与三角形的定义，为什么要强调“在平面内”呢？

这是因为三角形中的三个顶点肯定都在同一个平面内，而四点，五点，甚至更多的点就有可能不在同一个平面内.

问题2 根据图示，类比三角形的有关概念，说明什么是多边形的边、顶点、内角、外角.



多边形按它的边数可分为：

三角形，四边形，五边形等等.其中三角形是最简单的多边形.

*n*边形有*n*个顶点，*n*条边，*n*个内角，2*n*个外角.

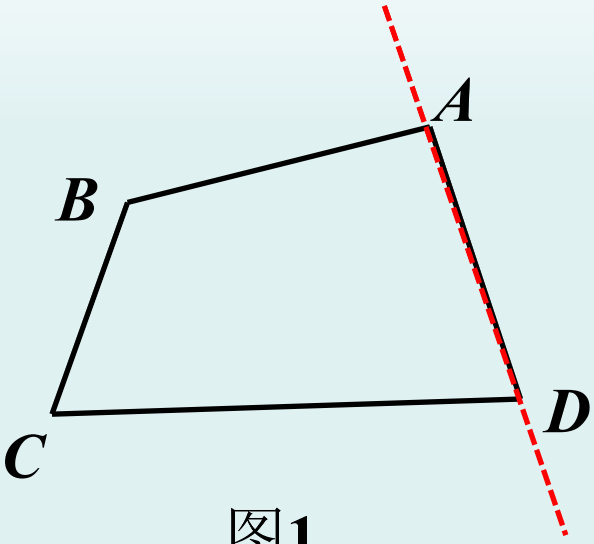


图1

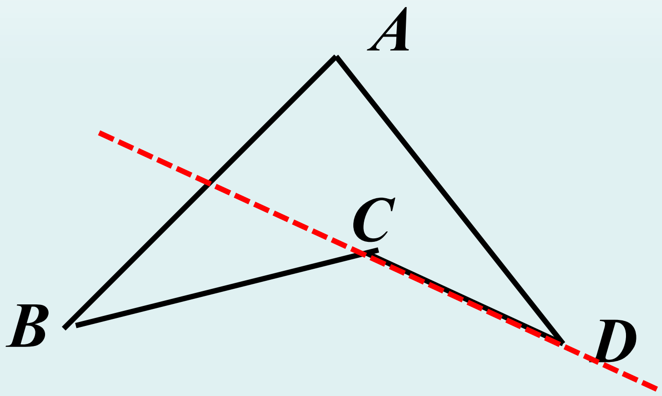


图2

我们现在研究的是如图1所示的多边形，整个多边形都在这条直线的同一侧，这样的多边形是凸多边形； 如图2所示的多边形，是凹多边形，但不在现在研究的范围中. 今后如果不说明，我们讲的多边形都是凸多边形.

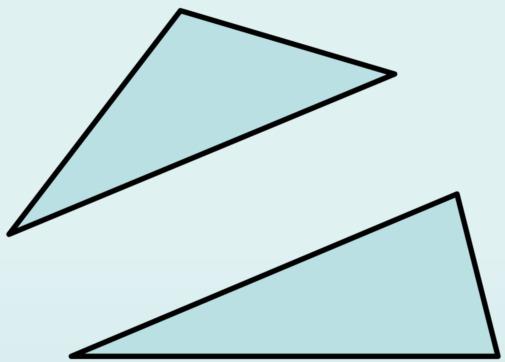
练一练

把一张形状是多边形的纸片剪去其中一个角，剩下的部分是一个四边形，则这张纸片原来的形状不可能是（ A ）

A. 六边形　B . 五边形　　C.四边形　　D.三角形

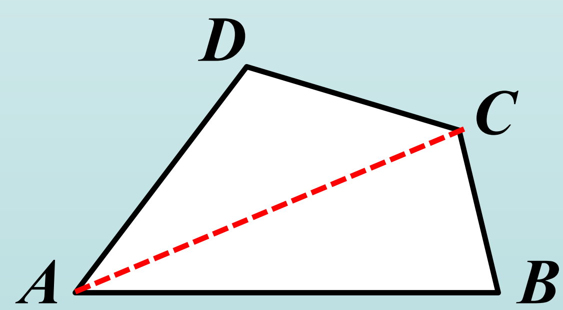
多边形的内角和

问题1　如果两个三角形能够拼成一个四边形，你能求出四边形的内角和吗？　$360°$

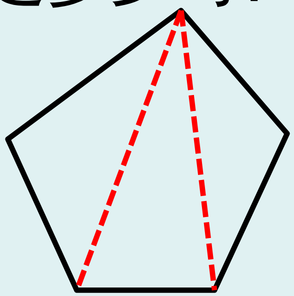


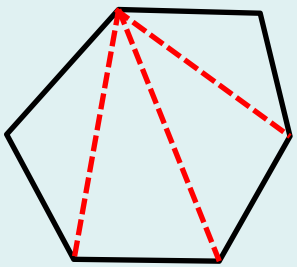
问题2　是否所有的四边形的内角和都可以“转化”为两个三角形的内角来求得呢？如何“转化”？

如图，在四边形$ABCD$中，连接对角线AC,则四边形$ABCD$被分成$\triangle ABC$和$\triangle ACD$两个三角形.



问题3　类比推导四边形内角和的方法，你能推导出五边形和六边形的内角和各是多少吗？





观察上图填：（1）从五边形的一个顶点出发，可以作___2___条对角线，它们将五边形分为___3___个三角形，五边形的内角和等于180°×___3___.

（2）从六边形的一个顶点出发，可以作___3___条对角线，它们将六边形分为___4___个三角形，六边形的内角和等于180°×___4___.

问题4 n边形的内角和是否也可以用上面的方法？试一试.

一般地，从n边形的一个顶点出发，可以作（n-3）条对角线，它们将n边形分为（n-2）个三角形，n边形的内角和等于180°×（n-2）.

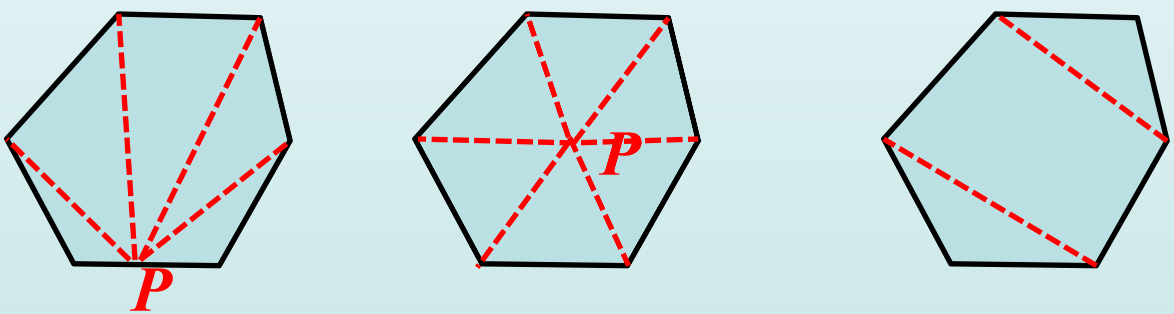
知识要点

多边形的内角和公式

n边形内角和等于（n-2）×180°.

把一个多边形分成几个三角形，还有其他分法吗？运用这些分法，能得出多边形的内角和公式吗？

◆其他分割方法欣赏

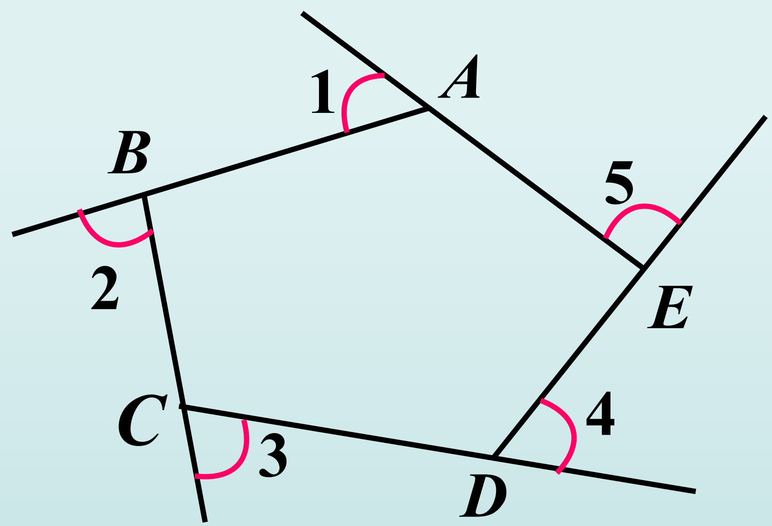


练一练：（1）12边形的内角和等于__1800°__.

（2）如果一个多边形的内角和等于1440°，那么这是__十__边形.

三 多边形的外角和

问题　如图，在五边形的每个顶点处各取一个外角，这些外角的和叫做五边形的外角和．五边形的外角和等于多少？



1.任意一个外角和它相邻的内角有什么关系？　互补

2.五个外角加上它们分别相邻的五个内角和是多少？　900°

3.这五个平角和与五边形的内角和、外角和有什么关系？

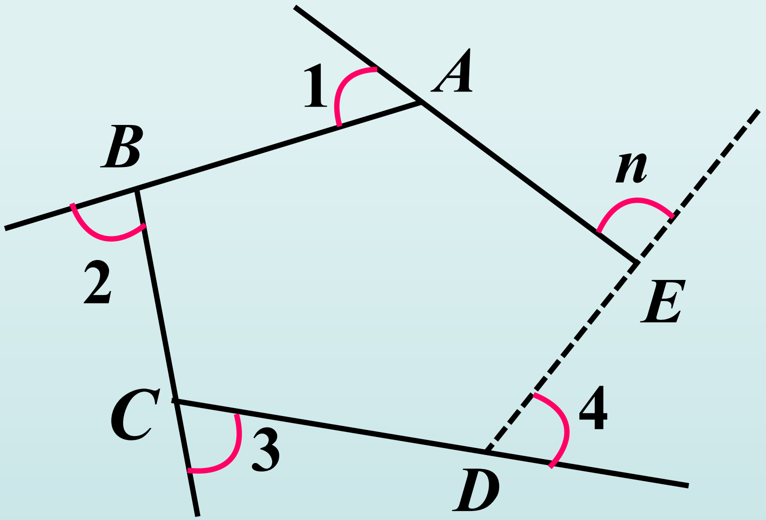
五个平角和（900°）-五边形的内角和（540°）=外角和（360°）

知识要点

多边形的外角和公式

n边形的外角和等于360°.

在n边形的每个顶点处各取一个外角，这些外角的和叫做n边形的外角和.



n边形外角和

$=n$个平角$-n$边形内角和

$=n\times180°-(n-2)\times180°$

$=360°$

典例精析

例1 已知一个多边形，它的内角和等于外角和的2倍，求这个多边形的边数.

解： 设多边形的边数为n.

∵它的内角和等于 $(n-2)\cdot 180°$，

多边形外角和等于$360°$，

∴ $(n-2)\cdot 180° = 2\times 360°$.

解得 $n=6$.

∴这个多边形的边数为6.

变式：一个多边形的外角和是内角和的 $\frac{1}{5}$ ，则其边数n为__12__.

例2 已知一个多边形的每个内角与外角的比都是7:2，

求这个多边形的边数.

解：设这个多边形的内角为$7x$°，外角为$2x$°，根据题意得

$$7x+2x=180,$$

解得$x=20$.

即每个内角是140°，每个外角是40°.

$$360° \div 40° = 9.$$

答：这个多边形是九边形.

还有其他解法吗？

解：设这个多边形的边数为x，根据题意得

$$\frac{180(n-2)}{360}=\frac{7}{2},$$

解得$x=9$.

答：这个多边形是九边形.

当堂练习

1.判断.

（**1**）当多边形边数增加时，它的内角和也随着增加. （ √ ）

（**2**）当多边形边数增加时，它的外角和也随着增加. （ × ）

（**3**）三角形的外角和与八边形的外角和相等. （ √ ）

（**4**）从n边形一个顶点出发，可以引出（n-2）条对角线，得到（n-2）个三角形. （ × ）

2.一个多边形的内角和不可能是（ D ）

A.1800°　　B.540 °　　C.720 °　　D.810 °

3.一个多边形从一个顶点可引对角线3条，这个多边形内角和等于（ D ）

A.360°　　B.540 °　　C.720 °　　D.900 °

4.一个十边形的每一个内角都相等，那么这个十边形的每一外角等于(C)

A.144°　　B. 72 °　　C. 36°　　D .18°

5.一个多边形每一个外角都等于45°，则这个多边形的内角和等于(C)

A.720°　　B. 675°　　C. 1080°　　D.945°

6. 一个多边形所有内角与一个外角的和是**2380°**，则这个多边形的边数为___**15**___.

解析：设这个多边形的边数为x(x为正整数)，则这个多边形的内角和为（x-2）×180°，由题意可得：

2380-180<（x-2）×180°<2380,

解得：4.22<x<15.22

因为x为正整数，所以x=15，即这个多边形的边数为13.

课堂小结

多边形的内角和与外交角和	定 义	在平面内，由不在同一条直线上的线段首尾顺次相接所组成的图形叫做多边形.
	内角和计算 公 式	（n-2）× 180 °（n ≥3的整数）
	外 角 和	多边形的外角和等于360° 特别注意：与边数无关.

课后作业