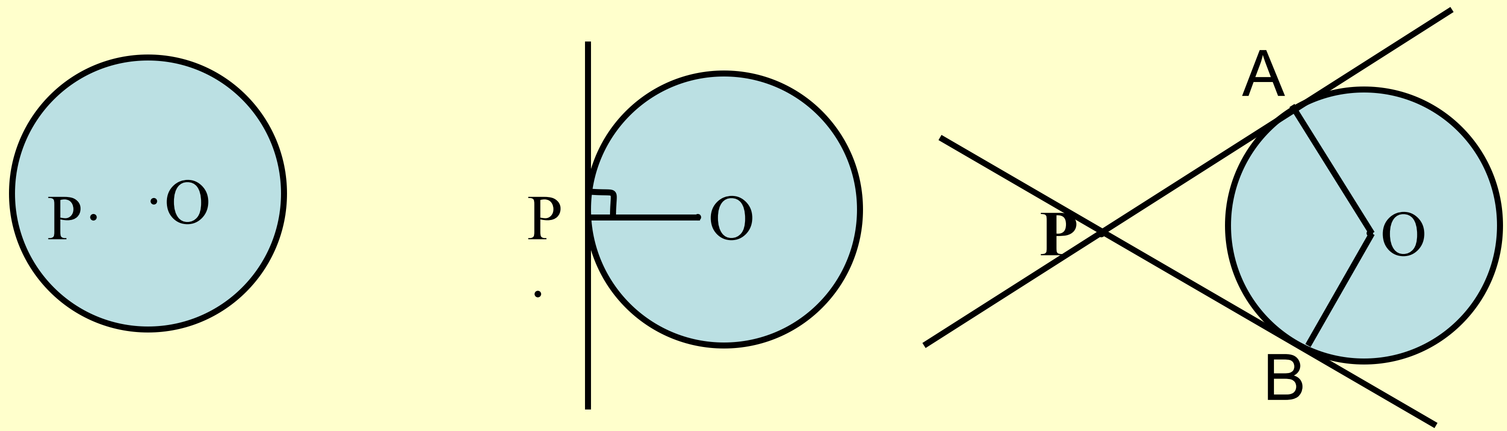
29.4切线长定理

认知准备

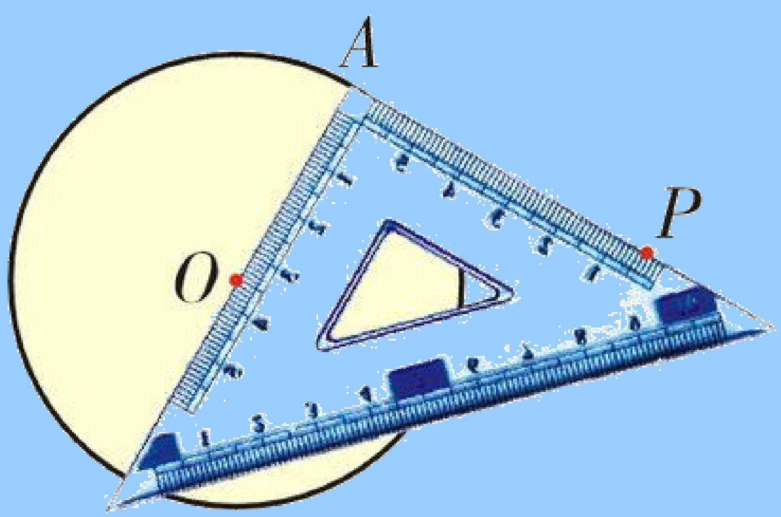
问题1: 经过平面上一个已知点，作已知圆的切线会有怎样的情形?

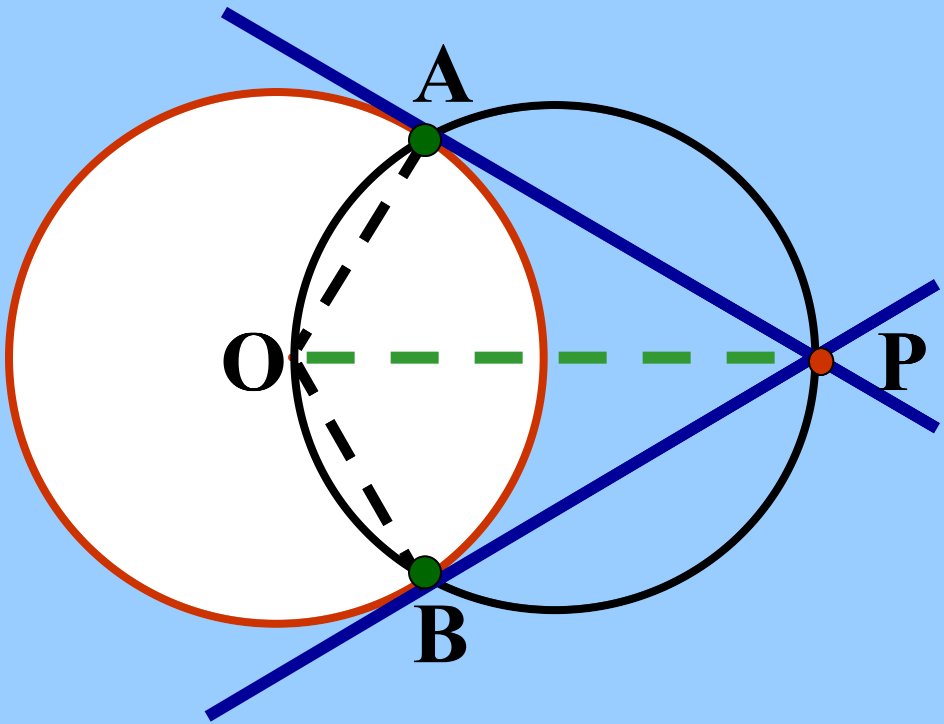


问题2: 经过圆外一点P，如何做已知⊙ O的切线?

画一画

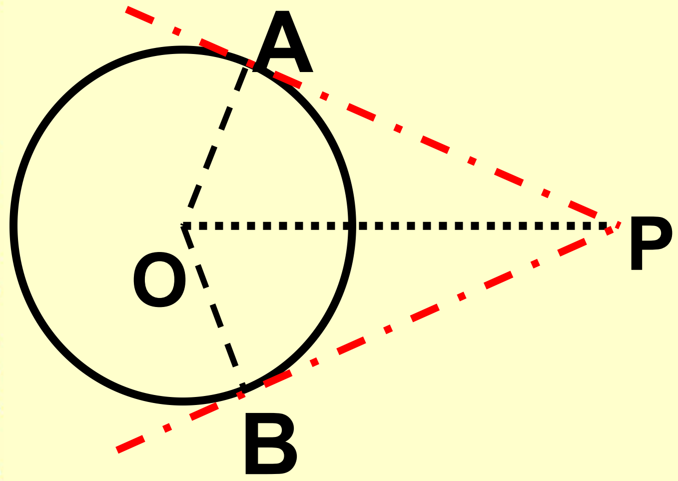
方法一：借助三角板　方法二：尺规作图





基本概念

切线长概念

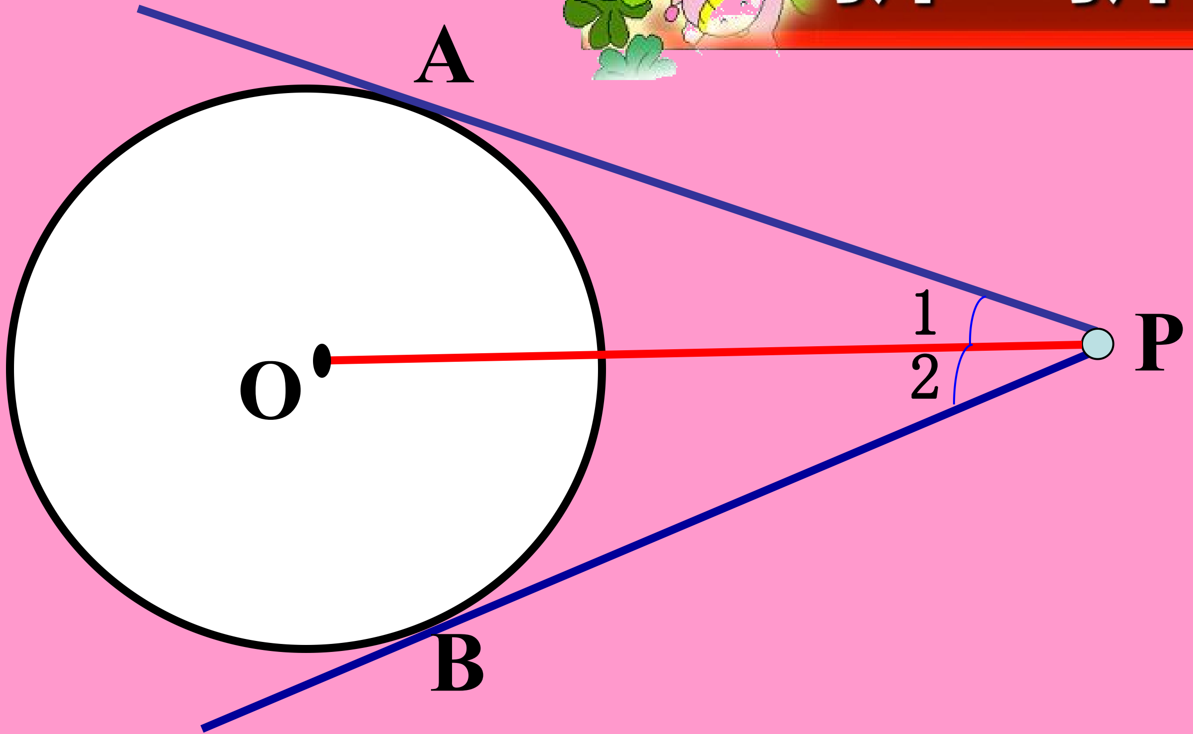


经过圆外一点作圆的切线，这点和切点之间的线段的长，叫做这点到圆的切线长。

如图，P是⊙ O外一点，PA，PB是⊙ O的两条切线，我们把线段PA，PB叫做点P到⊙ O的切线长。

- 切线和切线长是两个不同的概念：
- 1、切线是一条与圆相切的直线，不能度量；
- 2、切线长是线段的长，这条线段的两个端点分别是圆外一点和切点，可以度量。

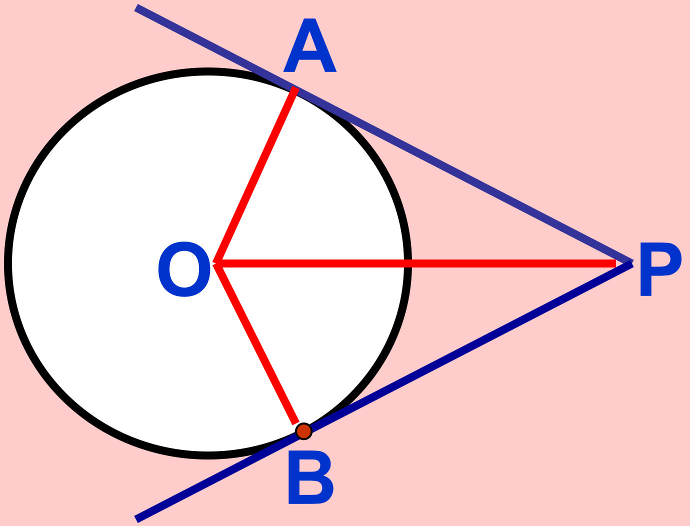
思考：当P点在⊙ O上时，过P点可以作圆的切线吗？此时有切线长吗？



思考：已知⊙ O切线PA、PB，A、B为切点，把圆沿着直线OP对折,你能发现什么？

证一证

若从⊙O外的一点引两条切线PA，PB，切点分别是A、B，连结OA、OB、OP，你能发现什么结论？并证明你所发现的结论。



PA＝PB， ∠OPA=∠OPB

证明：∵PA，PB与⊙O相切，点A，B是切点

∴OA⊥PA，OB⊥PB　即∠OAP=∠OBP=90°

∵ OA=OB，OP=OP

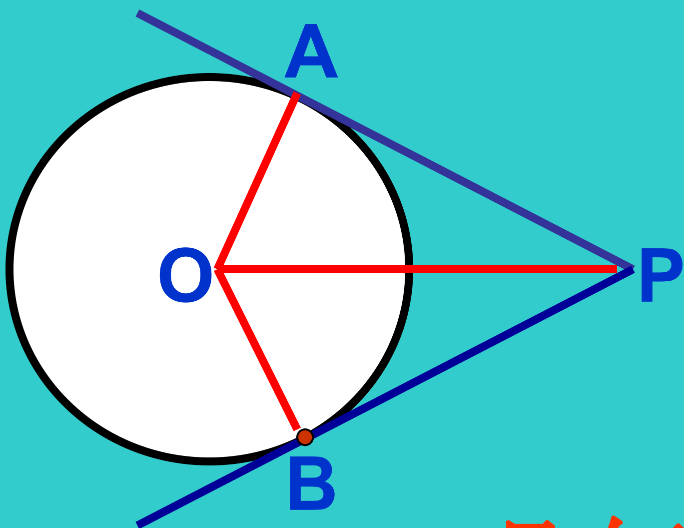
∴Rt△AOP≌Rt△BOP(HL)

∴ PA＝PB　∠OPA=∠OPB

试用文字语言叙述你所发现的结论

切线长定理

从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，这一点和圆心的连线平分两条切线的夹角。

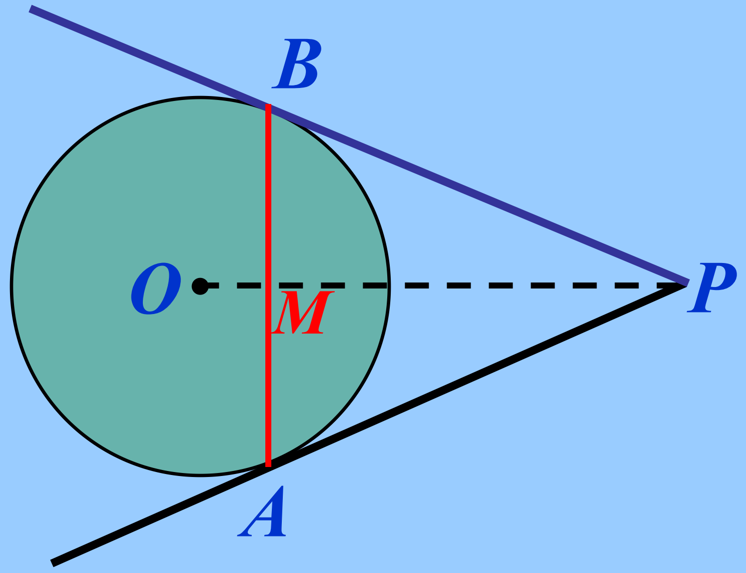


反思：切线长定理为证明线段相等、角相等提供新的方法

几何语言：

PA、PB与⊙ O分别相切于点A、B $\Rightarrow \begin{cases} PA = PB \\ \angle OPA = \angle OPB \end{cases}$

牛刀小试



1.若连结两切点A、B，AB交OP于点M.你又能得出什么新的结论？并给出证明.

OP垂直平分AB

证明：∵PA，PB是⊙O的切线,点A，B是切点

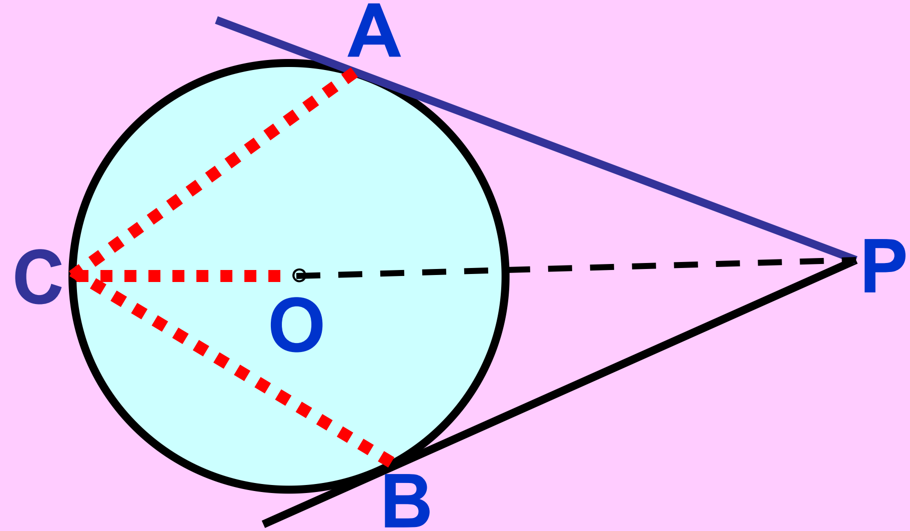
∴**PA = PB　∠OPA=∠OPB**

∴△PAB是等腰三角形，PM为顶角的平分线

∴**OP垂直平分AB**

牛刀再试

2.若延长PO交⊙O于C点，连结AC、BC，你又能得出什么新的结论?并给出证明.



AC=BC，∠OCA=∠OCB

证明：∵ PA，PB是⊙O的切线,点A，B是切点

∴PA = PB，∠OPA=∠OPB

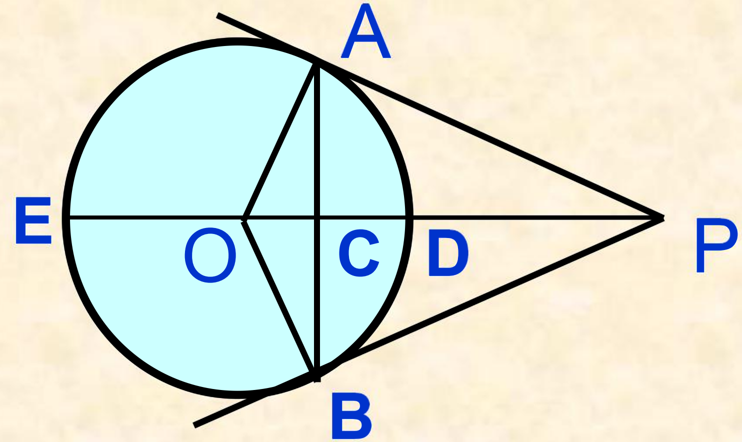
∵ PC=PC

∴△PCA ≅ △PCB

∴AC=BC，∠OCA=∠OCB

定理拓展

若PA、PB是⊙O的两条切线，A、B为切点，直线OP交于⊙O于点D、E，交AB于C。



（1）写出图中所有相等的线段

AO=BO=DO=EO，AP=BP，AC=BC

（2）写出图中所有相等的弧

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$，$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{BE}$，$\overset{\frown}{DAE}=\overset{\frown}{DBE}$

（3）写出图中所有的垂直关系

OA⊥PA，OB ⊥PB，AB ⊥OP

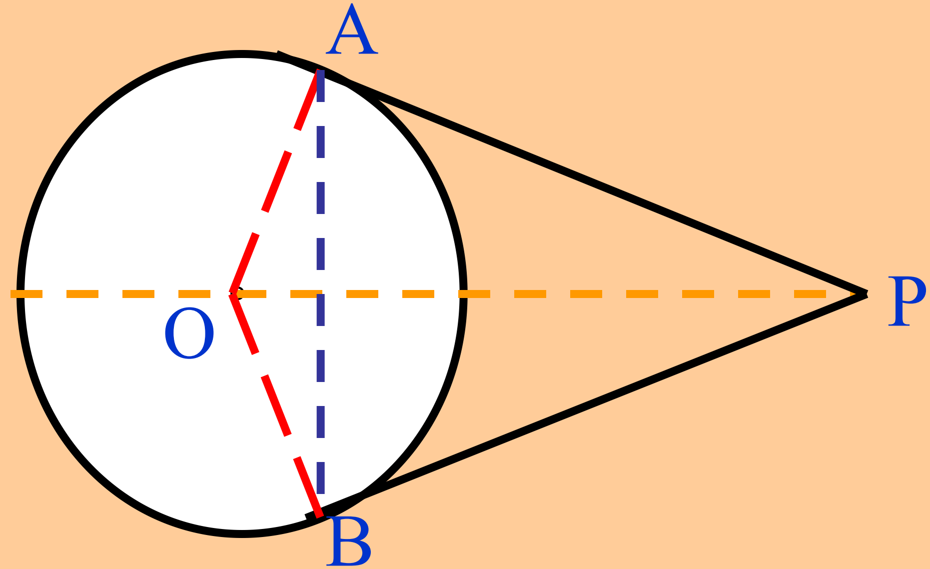
（4）写出图中所有的等腰三角形 △ABP △AOB

（5）写出图中所有的全等三角形

△AOP≌ △BOP，△AOC≌ △BOC，△ACP≌ △BCP

归纳反思

反思：在解决有关圆的切线长问题时，往往需要我们构建基本图形，添加辅助线。



（1）分别连结圆心和切点

（2）连结两切点

（3）连结圆心和圆外一点

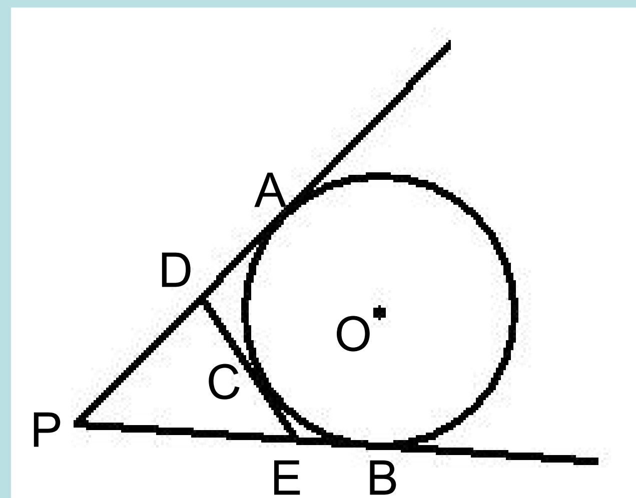
练习

一、判断：

（1）过任意一点总可以作圆的两条切线（ × ）

（2）从圆外一点引圆的两条切线，它们的长相等。（ × ）

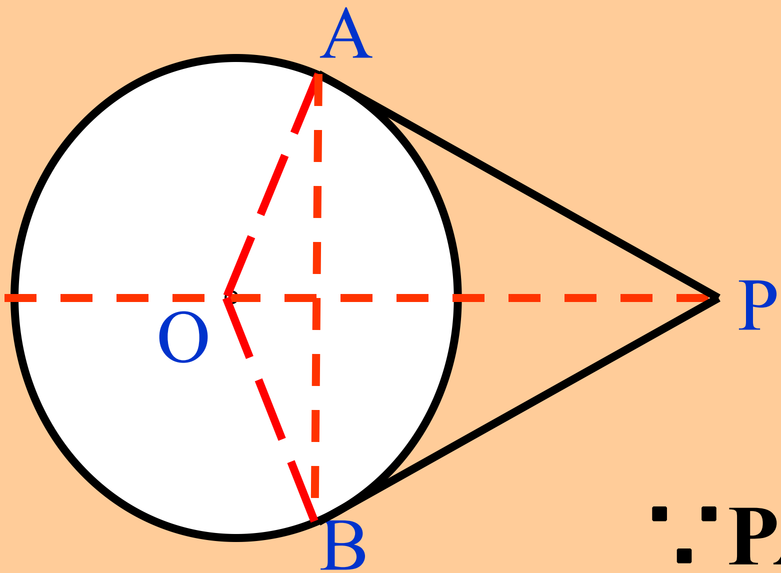
二、选择：



如图所示，PA、PB、DE分别切⊙ O于A、B、C，DE分别交PA，PB于D、E，已知P到⊙ O的切线长为8CM，则Δ PDE的周长为（ A ）

A 16cm　　B 14cm　　C12cm　　D 8cm

课堂小结



1.切线长定理 从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。

∵PA、PB分别切⊙ O于A、B

∴PA = PB ,∠OPA=∠OPB

切线长定理为证明线段相等，角相等，弧相等，垂直关系提供了理论依据。必须掌握并能灵活应用。