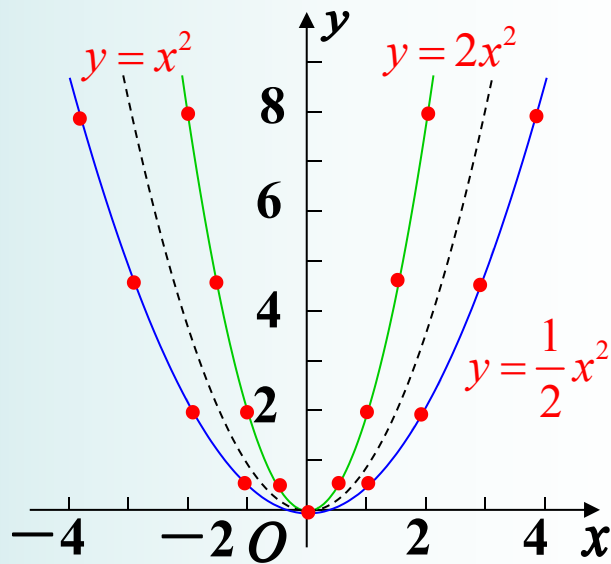


30.2(1)二次函数 $y=ax^2$ 的图象



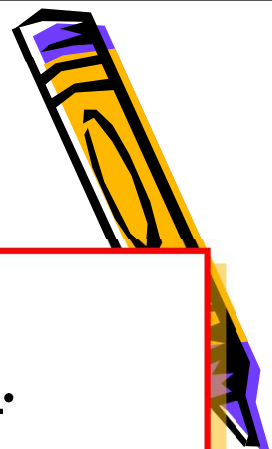
九年级数学

2014年12月15日

我知道

二次函数的定义：

一般地,形如 $y=ax^2+bx+c$ (a 、 b 、 c 为常数, $a \neq 0$) 的函数,叫做二次函数.其中, x 是自变量, a 、 b 、 c 分别是函数表达式的二次项系数、一次项系数和常数项.

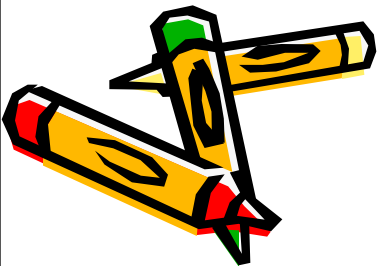


(1) 一次函数的图象是一条直线，反比例函数的图象是双曲线。

(2) 通常怎样画一个函数的图象？ **列表、描点、连线**

(3) 二次函数的图象是什么形状呢？

结合**图象**讨论**性质**是**数形结合**的研究函数的重要方法。我们得从最简单的二次函数开始逐步深入地讨论一般二次函数的图象和性质。





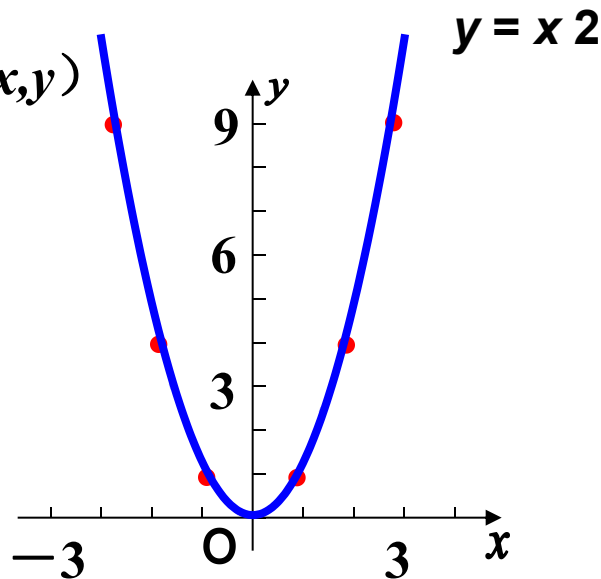
画最简单的二次函数 $y = x^2$ 的图象

1. **列表**: 在 $y = x^2$ 中自变量 x 可以是任意实数, 列表表示几组对应值:

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = x^2$...	9	4	1	0	1	4	9	...

2. 根据表中 x, y 的数值在坐标平面中**描点** (x, y)

3. **连线** 如图, 再用平滑曲线顺次连接各点, 就得到 $y = x^2$ 的图象.





1、二次函数 $y = x^2$ 的图象是一条曲线，它的形状类似于投篮时球在空中所经过的路线，只是这条曲线开口向上，这条曲线叫做**抛物线** $y = x^2$ ，

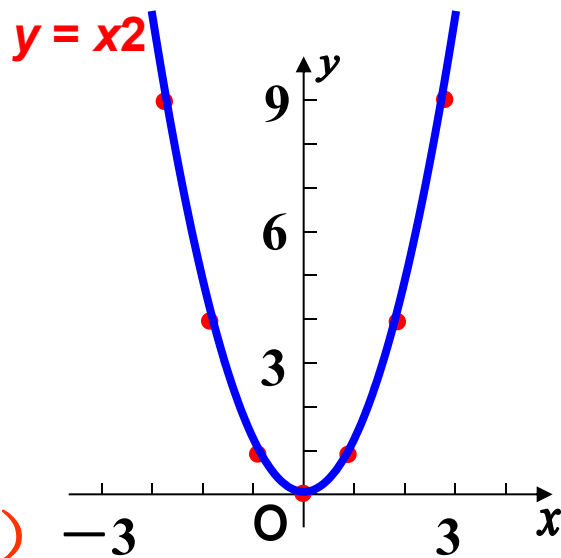
2、二次函数的图象都是**抛物线**，它们的开口或者向上或者向下。一般地，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象叫做**抛物线** $y = ax^2 + bx + c$

3、**归纳**：**y轴**是抛物线 $y = x^2$ 的对称轴，

抛物线 $y = x^2$ 与它的对称轴的**交点** $(0, 0)$ 叫做**抛物线** $y = x^2$ 的**顶点**，它是抛物线

$y = x^2$ 的**最低点**。

4、实际上，每条抛物线**都有对称轴**，抛物线与对称轴的交点叫做**抛物线的顶点**。顶点是抛物线的**最低点或最高点**。

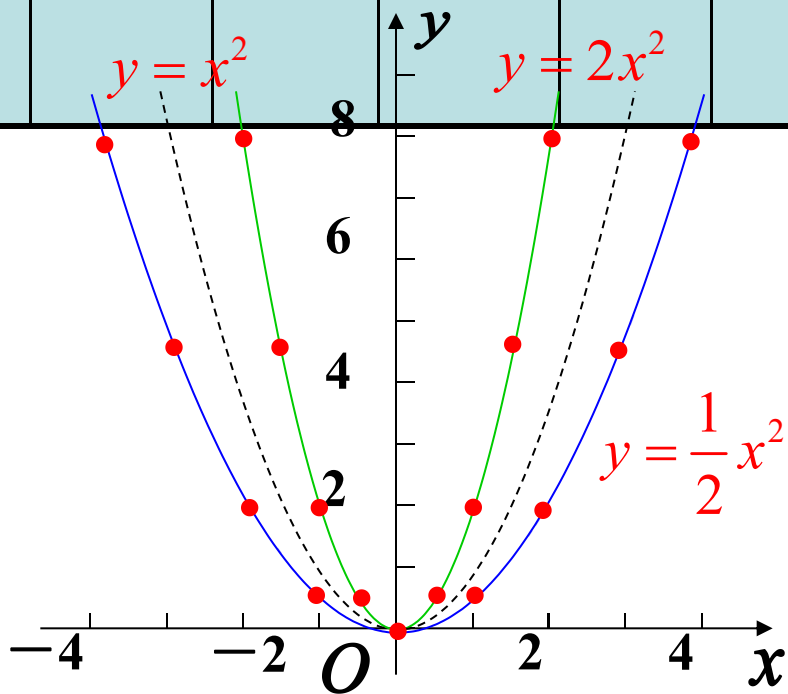


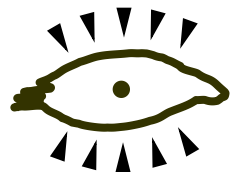
例1 在同一直角坐标系中，画出函数 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 2x^2$ 的图象。

解：分别填表，再画出它们的图象，如图

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = \frac{1}{2}x^2$...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...

x	..	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = 2x^2$.	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...





观察

函数 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 2x^2$ 的图象与函数 $y = x^2$ 的图象相比，有什么共同点和不同点？

相同点： 开口：向上，

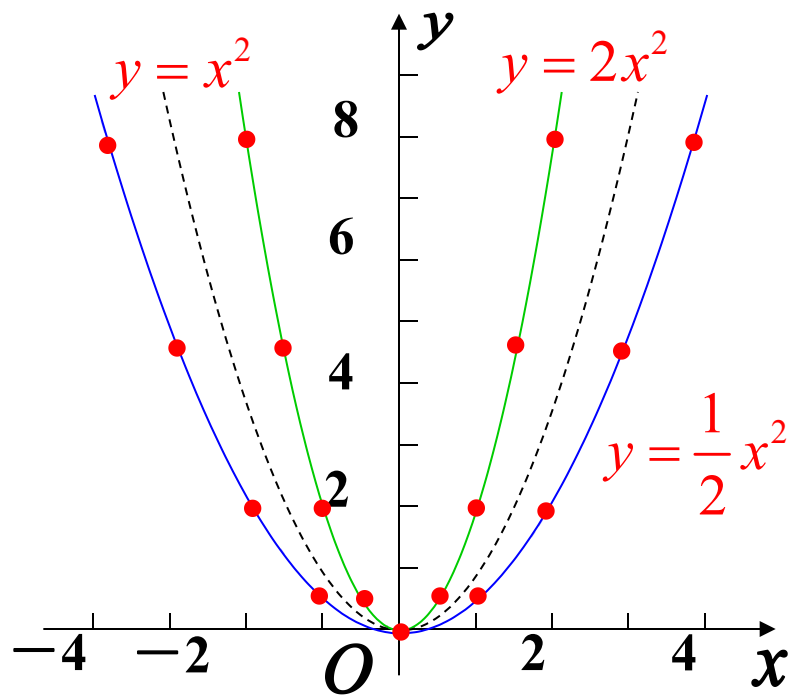
顶点：原点 $(0,0)$ ——最低点

对称轴： y 轴

增减性： y 轴左侧， y 随 x 增大而减小

y 轴右侧， y 随 x 增大而增大

不同点： a 值越大，抛物线的开口越小。





探究

画出函数 $y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 的图象，并考虑这些抛物线有什么共同点和不同点.

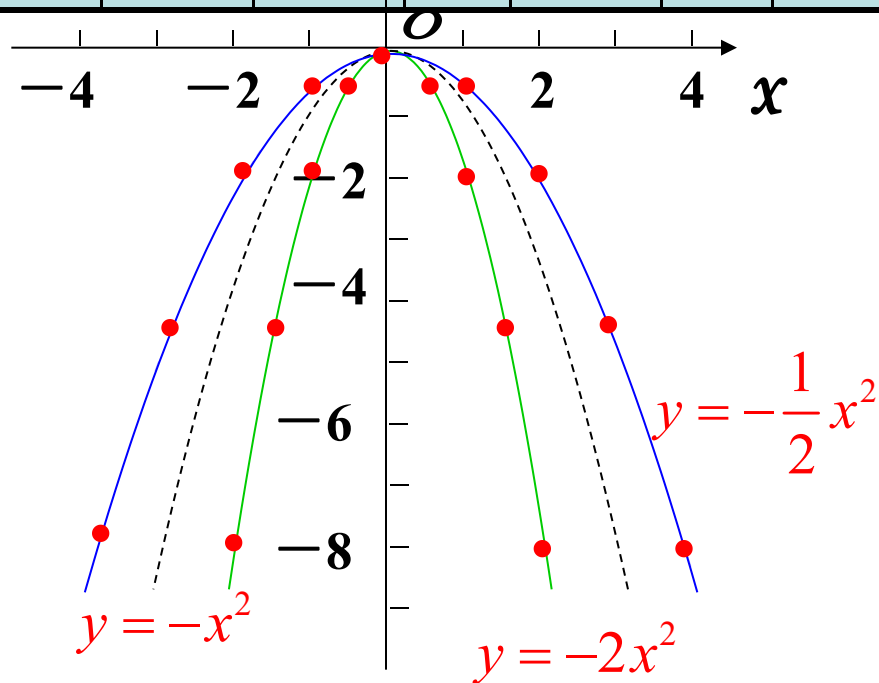


x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$y = -\frac{1}{2}x^2$...	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8	...

x	..	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
$y = -2x^2$	·	-8	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5	-8	...

你画出的图象与图中相同吗？

请找出相同点与不同点：





小结

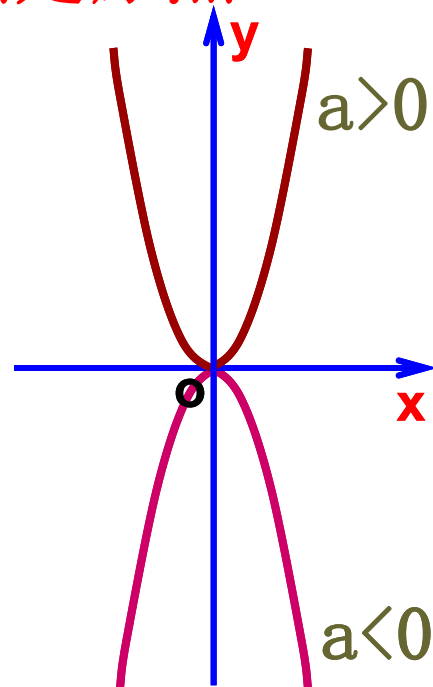
1. 二次函数的图像都是**抛物线**.
2. 抛物线 $y=ax^2$ 的图像性质:

(1) 抛物线 $y=ax^2$ 的对称轴是 y 轴, 顶点是原点.

(2) 当 $a>0$ 时, 抛物线的开口向上, 顶点是抛物线的最低点;

当 $a<0$ 时, 抛物线的开口向下, 顶点是抛物线的最高点;

$|a|$ 越大, 抛物线的开口越小;





二次函数图象的知识归纳小结。

$y=ax^2$	顶点	对称轴	开口方向	图象	y轴左侧	y轴右侧
$a > 0$	$(0, 0)$ 最低点	y轴	向上		x 增大 y 减小	x 增大 y 增大
$a < 0$	$(0, 0)$ 最高点	y轴	向下		x 增大 y 增大	x 增大 y 减小

$|a|$ 越大, 抛物线的开口越小;



例题与练习

1、函数 $y=2x^2$ 的图象的开口 向上，对称轴 y轴，顶点是 (0,0)；

2、函数 $y=-3x^2$ 的图象的开口 向下，对称轴 y轴，顶点是 (0,0)；

例题与练习

已知 $y = (m+1)x^{m^2+m}$ 是二次函数且其图象开口向上, 求 m 的值和函数解析式

解: 依题意有:
$$\begin{cases} m+1 > 0 & \text{①} \\ m^2+m=2 & \text{②} \end{cases}$$

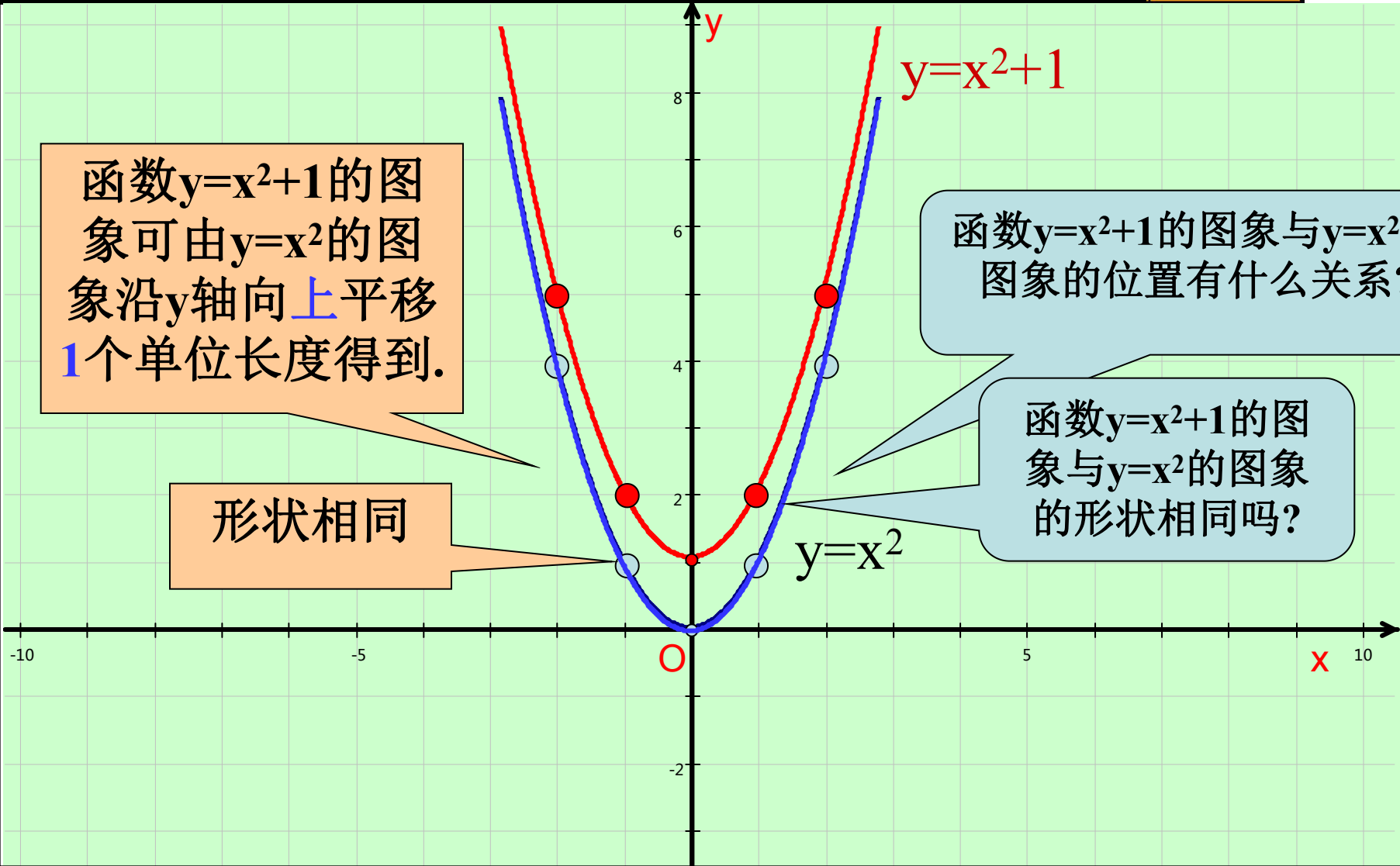
解②得: $m_1 = -2, m_2 = 1$

由①得: $m > -1$

$\therefore m = 1$

此时, 二次函数为: $y = 2x^2,$

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2+1$	5	2	0	2	5



函数 $y=x^2+1$ 的图象可由 $y=x^2$ 的图象沿y轴向上平移1个单位长度得到.

形状相同

函数 $y=x^2+1$ 的图象与 $y=x^2$ 的图象的位置有什么关系?

函数 $y=x^2+1$ 的图象与 $y=x^2$ 的图象的形状相同吗?

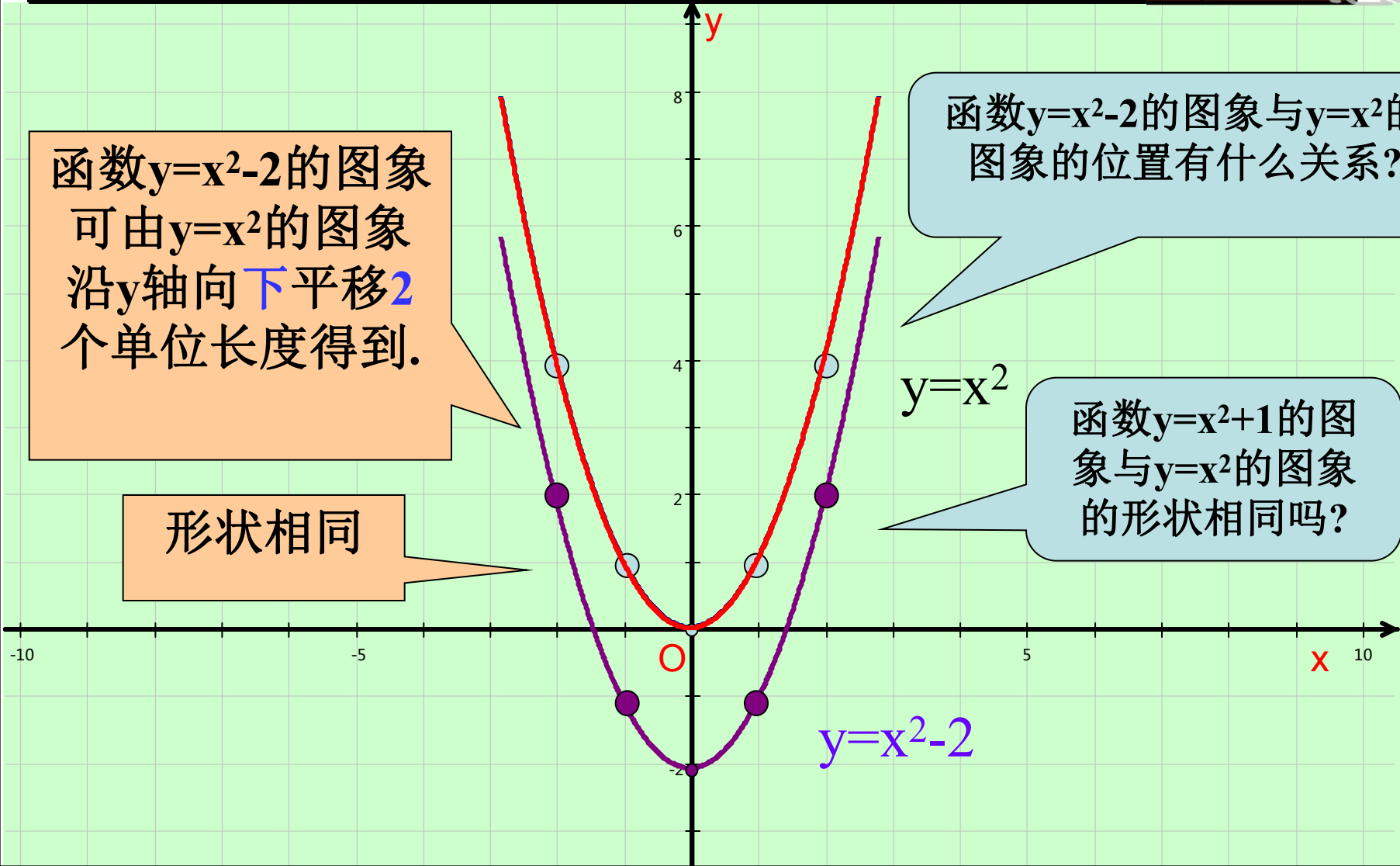
x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4
$y=x^2-2$	2	-1	0	-1	2

函数 $y=x^2-2$ 的图象
可由 $y=x^2$ 的图象
沿y轴向下平移2
个单位长度得到.

形状相同

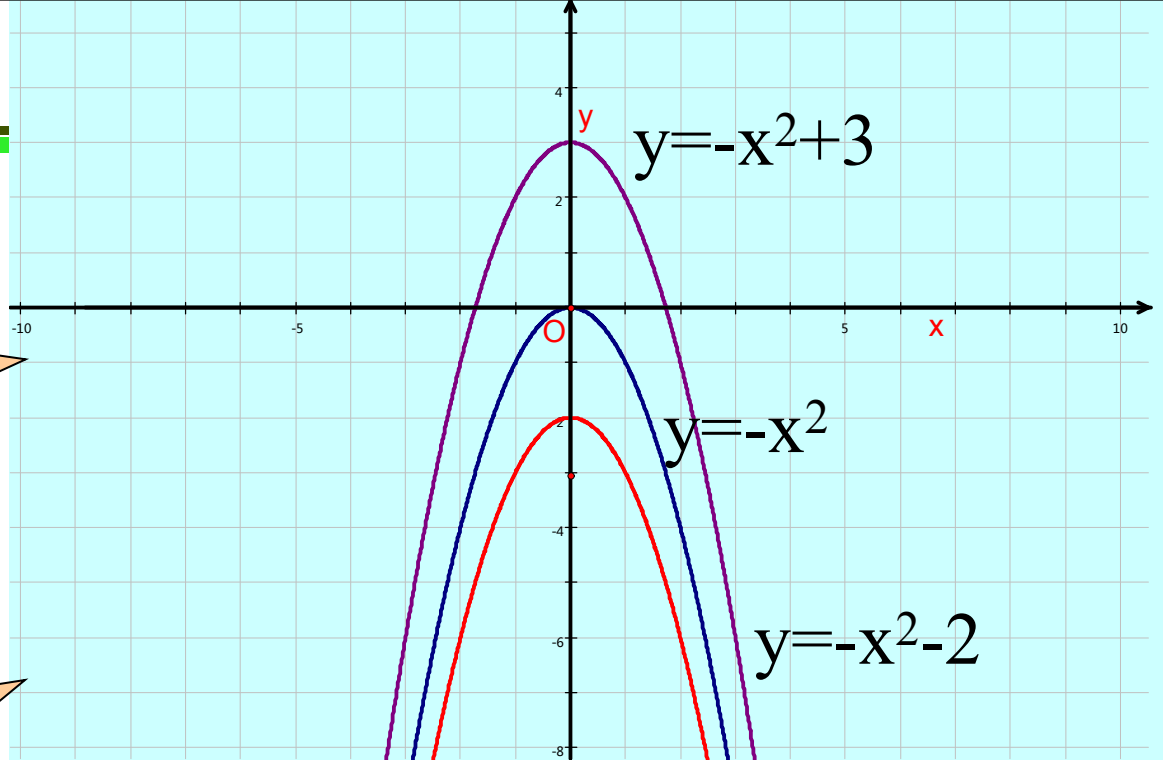
函数 $y=x^2-2$ 的图象与 $y=x^2$ 的
图象的位置有什么关系?

函数 $y=x^2+1$ 的图
象与 $y=x^2$ 的图
象的形状相同吗?





函数 $y=-x^2+3$ 的图象可由 $y=-x^2$ 的图象沿y轴向上平移3个单位长度得到.



函数 $y=-x^2-2$ 的图象可由 $y=-x^2$ 的图象沿y轴向下平移2个单位长度得到.

图象向上移还是向下移,移多少个单位长度,有什么规律吗?

函数 $y=ax^2$ ($a \neq 0$)和函数 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$)的图象形状相同,只是位置不同;当 $c > 0$ 时,函数 $y=ax^2+c$ 的图象可由 $y=ax^2$ 的图象向上平移 c 个单位得到,当 $c < 0$ 时,函数 $y=ax^2+c$ 的图象可由 $y=ax^2$ 的图象

向下平移 $|c|$ 个单位得到.

上加下减

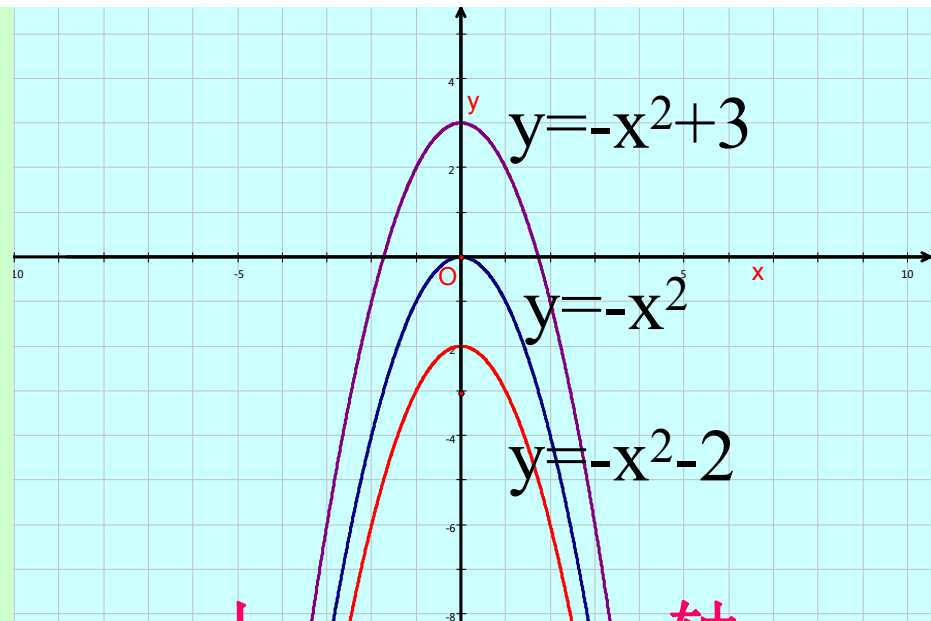
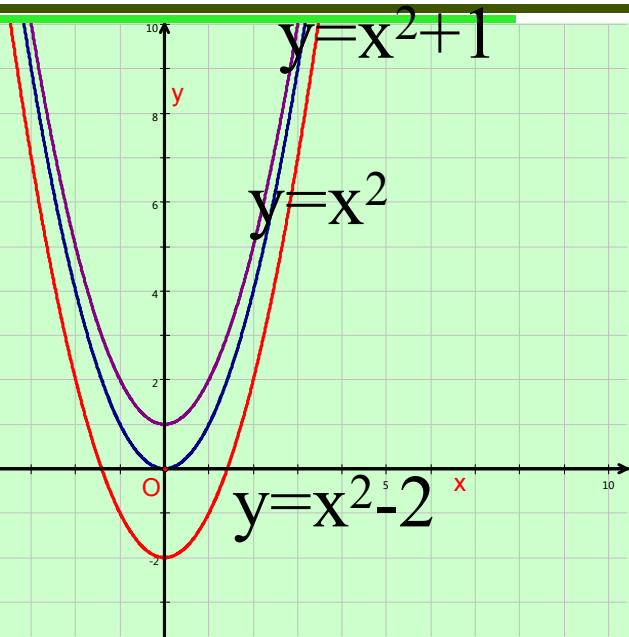


小试牛刀

- (1) 函数 $y=4x^2+5$ 的图象可由 $y=4x^2$ 的图象向 上 平移 5 个单位得到； $y=4x^2-11$ 的图象可由 $y=4x^2$ 的图象向 下 平移 11 个单位得到。
- (2) 将函数 $y=-3x^2+4$ 的图象向 下 平移 4 个单位可得 $y=-3x^2$ 的图象；将 $y=2x^2-7$ 的图象向 上 平移 7 个单位得到 $y=2x^2$ 的图象。将 $y=x^2-7$ 的图象向 上 平移 9 个单位可得到 $y=x^2+2$ 的图象。
- (3) 将抛物线 $y=4x^2$ 向上平移3个单位，所得的抛物线的函数式是 $y=4x^2+3$ 。
将抛物线 $y=-5x^2+1$ 向下平移5个单位，所得的抛物线的函数式是 $y=-5x^2-4$ 。



观察思考



当 $a > 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + c$ 的开口 上，对称轴是 y轴，顶点坐标是 $(0, c)$ 在对称轴的左侧，y随x的增大而 增大，在对称轴的右侧，y随x的增大而 减小，当 $x = \underline{0}$ 时，取得最 小 值，这个值等于 c；

当 $a < 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + c$ 的开口 下，对称轴是 y轴，顶点坐标是 $(0, c)$ 在对称轴的左侧，y随x的增大而 增大，在对称轴的右侧，y随x的增大而 减小，当 $x = \underline{0}$ 时，取得最 大 值，这个值等于 c。



及时小结

$y=ax^2+c$ ($a \neq 0$)	$a > 0$	$a < 0$
开口方向	向上	向下
顶点坐标	$(0, c)$	$(0, c)$
对称轴	y轴	y轴
增减性	当 $x < 0$ 时, y随着x的增大而减小。 当 $x > 0$ 时, y随着x的增大而增大。	当 $x < 0$ 时, y随着x的增大而增大。 当 $x > 0$ 时, y随着x的增大而减小。
极值	$x=0$ 时, $y_{\text{最小}}=c$	$x=0$ 时, $y_{\text{最大}}=c$

抛物线 $y=ax^2+c$ ($a \neq 0$)的图象可由 $y=ax^2$ 的图象通过上下平移得到.