



# 第三十二章 投影与视图

## 32.3 直棱柱和圆锥的侧面展开图

导入新课

讲授新课

当堂练习

课堂小结





## 学习目标

1. 认识直棱柱、圆锥的侧面展开图，并会进行相关的计算；  
(重点)
2. 进一步培养空间观念和综合运用知识的能力.





情景引入

从生活中来



装修这样一个蒙古包需要多少布料？



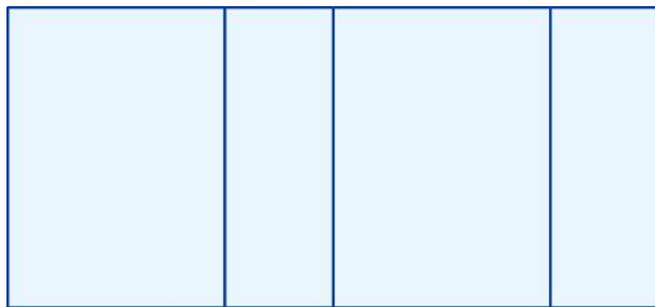
几何体的展开图在生产时间中有着广泛的应用. 通过几何体的展开图可以确定和制作立体模型, 也可以计算相关几何体的侧面积和表面积. 本节课我们就一起来探究一下直棱柱、圆锥的侧面展开图.





## 一 直棱柱的侧面展开图

将直棱柱的侧面沿着一条侧棱剪开，可以展开成平面图形，像这样的平面图形称为直棱柱的侧面展开图. 如下图所示是一个直四棱柱的侧面展开图.



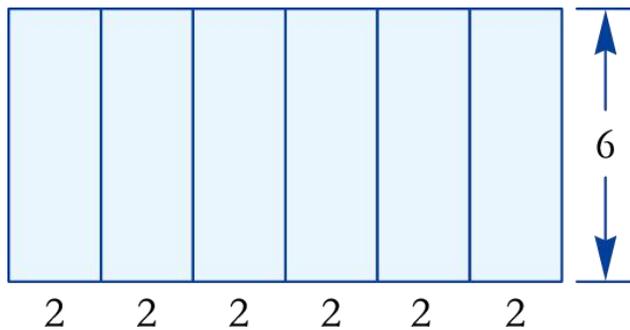
直棱柱的侧面展开图是一个矩形，这个矩形的长是直棱柱的底面周长，宽是直棱柱的侧棱长（高）





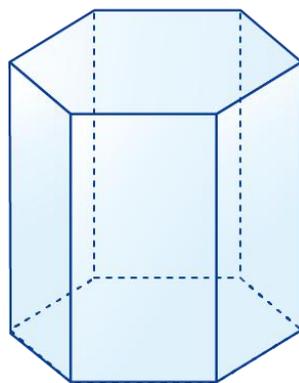
## 典例精析

**例1** 一个食品包装盒的侧面展开图如图所示，它的底面是边长为2的正六边形，这个包装盒是什么形状的几何体？试根据已知数据求出它的侧面积。





**解：** 根据图示可知该包装盒的侧面是矩形，又已知上、下底面是正六边形，因此这个几何体是正六棱柱（如图所示）。



由已知数据可知它的底面周长为 $2 \times 6 = 12$ ，  
因此它的侧面积为 $12 \times 6 = 72$ 。





## 圆锥的侧面展开图

### 观察与思考

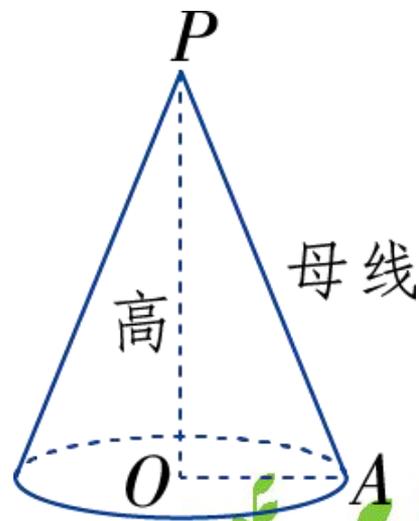
下图是雕塑与斗笠的形象，它们的形状有什么特点？





在几何中，我们把上述这样的立体图形称为**圆锥**，圆锥是由一个底面和一个侧面围成的图形，它的底面是一个圆，连接顶点与底面圆心的线段叫作**圆锥的高**，圆锥顶点与底面圆上任意一点的连线段都叫作**圆锥的母线**，母线的长度均相等。

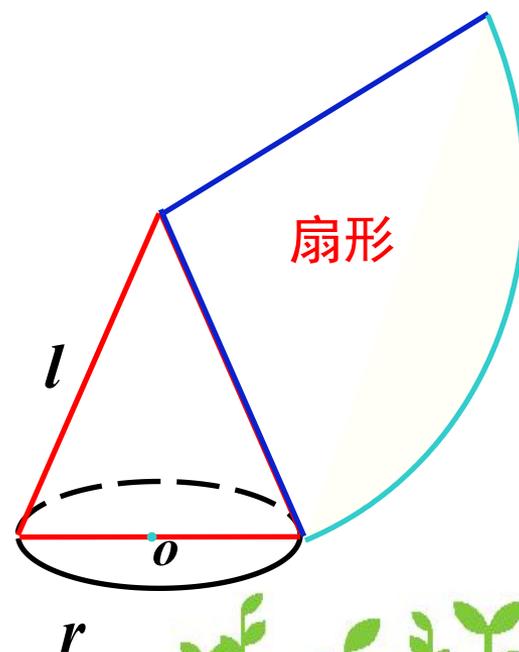
如图， $PO$ 是圆锥的高， $PA$ 是母线。





思考：圆锥的侧面展开图是什么图形？

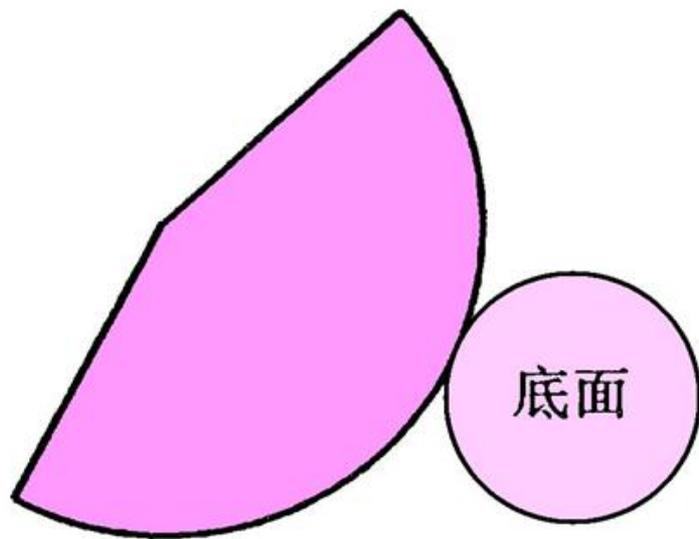
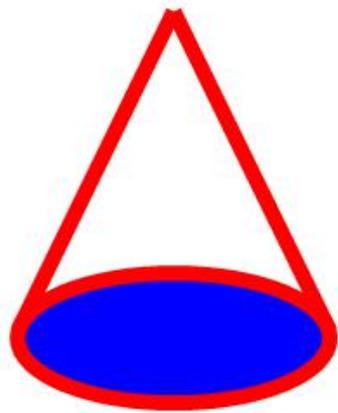
圆锥的侧面展开图是扇形





## 问题：

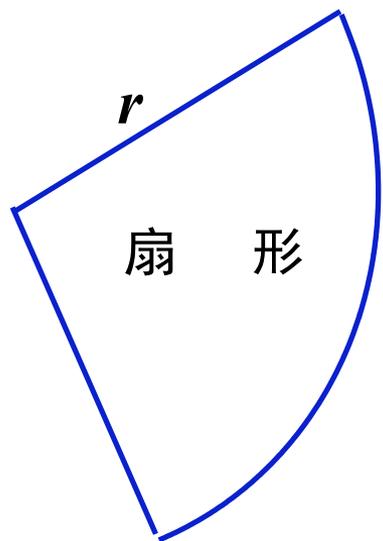
- 1.沿着圆锥的母线，把一个圆锥的侧面展开，得到一个扇形，这个扇形的弧长与底面的周长有什么关系？
- 2.圆锥侧面展开图是扇形，这个扇形的半径与圆锥中的哪一条线段相等？



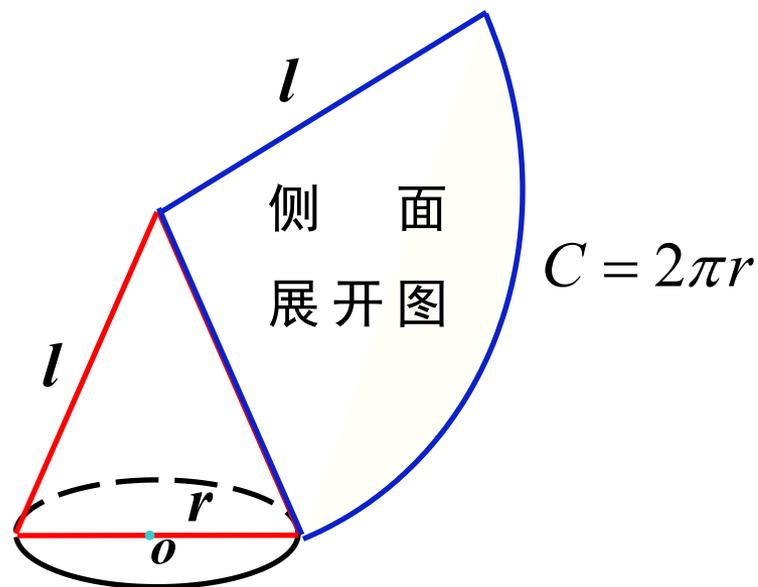


## 要点归纳

### 概念对比



$$l = \frac{n\pi r}{180}$$



- ✓ 其侧面展开图扇形的半径=母线的长 $l$
- ✓ 侧面展开图扇形的弧长=底面周长  $2\pi r$





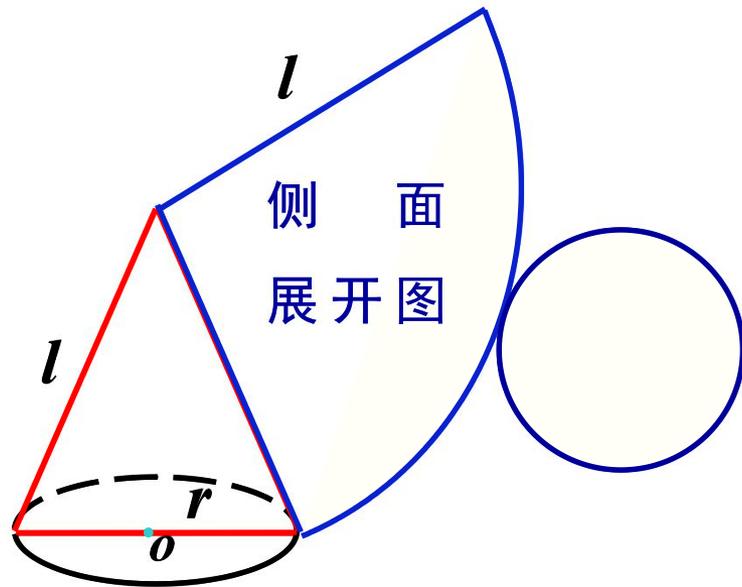
## ◆圆锥的侧面积计算公式

$$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} l R$$

$$S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l.$$

$$S_{\text{侧面}} = \pi l r$$

( $r$ 表示圆锥底面的半径,  $l$ 表示圆锥的母线长)



## ◆圆锥的全面积计算公式

$$S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$$





练一练：

已知一个圆锥的底面半径为12cm，母线长为20cm，则

这个圆锥的侧面积为  $240\pi\text{cm}^2$ ，全面积为  $384\pi\text{cm}^2$ 。



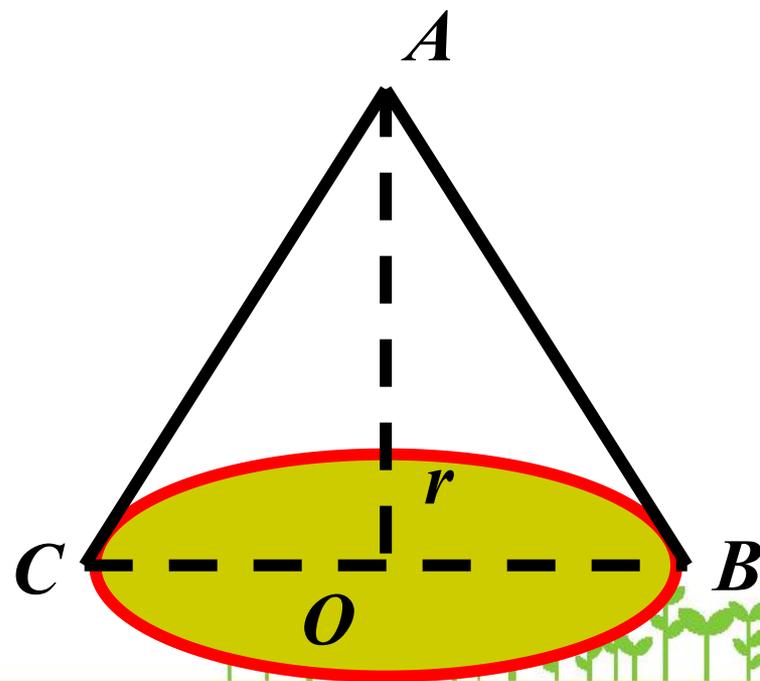
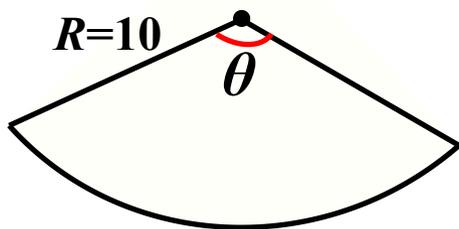


## 典例精析

例2 如图所示的扇形中，半径 $R=10$ ，圆心角 $\theta=144^\circ$ ，用这个扇形围成一个圆锥的侧面.

(1) 则这个圆锥的底面半径 $r=$  4.

(2) 这个圆锥的高 $h=$   $2\sqrt{21}$ .





**例3** 如图，小刚用一张半径为24cm的扇形纸板做一个圆锥形帽子（接缝忽略不计），如果做成的圆锥形帽子的底面半径为10cm，那么这张扇形纸板的面积 $S$ 是多少？

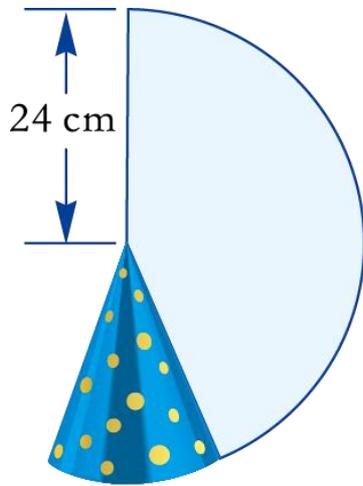
**分析** 圆锥形帽子的底面周长就是扇形的弧长.

**解** 扇形的弧长（即底面圆周长）为

$$l = 2 \times \pi \times 10 = 20(\text{ cm }).$$

所以扇形纸板的面积

$$S = \frac{1}{2} \times 20\pi \times 24 = 240\pi (\text{ cm }^2).$$





1. 一个正方体的每个面都有一个汉字，其展开图如图所示，那么在该正方体中和“值”字相对的字是（ **A** ）
- A. 记      B. 观      C. 心      D. 间



2. 已知一个棱长为1cm的正方体，把这个正方体的侧面沿一条棱剪开展平，得到的图形是一个边长为 1和4的矩形。





3.圆锥的底面半径为3cm，母线长为6cm，则这个圆锥侧面展开图扇形的圆心角是  **$180^\circ$**  .

4.一个扇形，半径为30cm，圆心角为120度，用它做成一个圆锥的侧面，那么这个圆锥的底面半径为  **$10\text{cm}$**  .

5.已知圆锥的底面的半径为3cm，高为4cm，则它的侧面积是  **$15\pi\text{cm}^2$**  ，全面积是  **$24\pi\text{cm}^2$**  .





1. 直棱柱的侧面展开图是矩形，其面积=直棱柱的底面周长  
×直棱柱的高.
2. 圆锥侧面积公式： $S_{\text{侧}} = \pi r l$  ( $r$ 为底面圆半径， $l$ 为母线长)
3. 圆锥全面积公式： $S_{\text{全}} = \pi r l + \pi r^2$  ( $r$ 为底面圆半径，  
 $l$ 为母线长)





见本课时练习

