



22.1.4 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

第 1 课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质



A 自主课堂

【要点导航】

① 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象是 _____, 对称轴是直线 _____, 顶点是 _____.

② 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象: 如果 $a > 0$, 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而 _____, 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而 _____; 如果 $a < 0$, 当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而 _____, 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而 _____.

【经典导学】

【例 1】 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$.

- (1) 求抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标;
- (2) x 取何值时, y 随 x 的增大而增大? x 取何值时, y 随 x 的增大而减小? 函数 y 有最大值还是最小值? 最值为多少?
- (3) 结合图象说明若 $-2 \leq x \leq 1$, 则函数 y 的最大值是多少?

破解思路: 将二次函数解析式配成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式.

【学生解答】

【学生解答】

【易错易混】抛物线的对称轴应用出错.

【例 2】 当 $x = m$ 或 $x = n$ ($m \neq n$) 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值相等, 当 $x = m + n$ 时, 代数式 $x^2 - 2x + 3$ 的值为 _____.

B 固本夯基 —— 逐点练

知识点 1 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象和性质

1. (重庆市中考) 抛物线 $y=-3x^2+6x+2$ 的对称轴是 ()
A. 直线 $x=2$ B. 直线 $x=-2$ C. 直线 $x=1$ D. 直线 $x=-1$
2. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	3	0	-1	m	3	...

有以下几个结论: ① 抛物线的开口向下; ② 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为直线 $x=-1$; ③ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 0 和 2; ④ 当 $y>0$ 时, x 的取值范围是 $x<0$ 或 $x>2$. 其中正确的是 ()
A. ①④ B. ②④ C. ②③ D. ③④

3. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 过 $A(-2,0)$, $O(0,0)$, $B(-3,y_1)$, $C(3,y_2)$ 四点, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 _____.

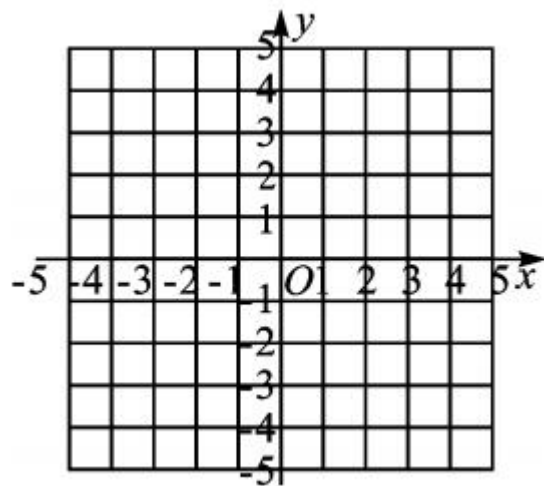
4. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 3$.

(1) 求函数图象的顶点坐标, 并画出这个函数的图象;

(2) 根据图象, 直接写出:

① 当函数值 y 为正数时, 自变量 x 的取值范围;

② 当 $-2 < x < 2$ 时, 函数值 y 的取值范围.



知识点 2 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与系数的关系

5. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则

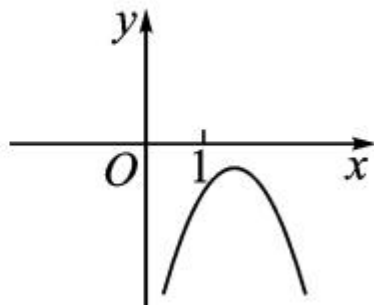
()

A. $b > 0, c > 0$

B. $b > 0, c < 0$

C. $b < 0, c < 0$

D. $b < 0, c > 0$



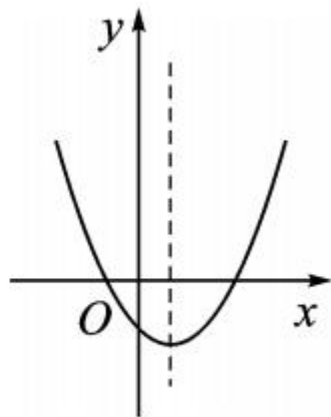
6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列说法正确的是 ()

A. $abc < 0, b^2 - 4ac > 0$

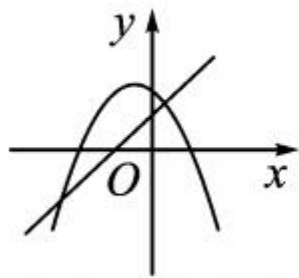
B. $abc > 0, b^2 - 4ac > 0$

C. $abc < 0, b^2 - 4ac < 0$

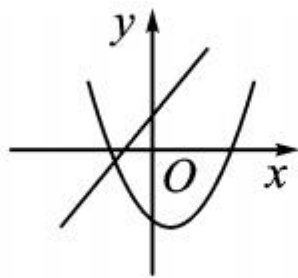
D. $abc > 0, b^2 - 4ac < 0$



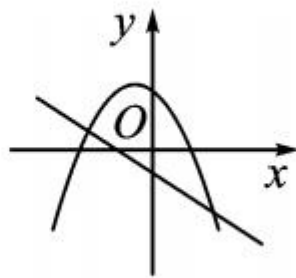
7. 一次函数 $y = ax + b (a \neq 0)$ 与二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



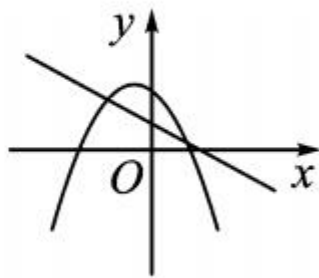
A



B



C



D

C 整合运用 —— 提能力

8. (温州市中考) 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + 2$, 关于该函数在 $-1 \leq x \leq 3$ 的取值范围内, 下列说法正确的是 ()
- A. 有最大值 -1 , 有最小值 -2
 - B. 有最大值 0 , 有最小值 -1
 - C. 有最大值 7 , 有最小值 -1
 - D. 有最大值 7 , 有最小值 -2
9. (绍兴市中考) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = (x + 5)(x - 3)$ 经变换后得到抛物线 $y = (x + 3)(x - 5)$, 则这个变换可以是 ()

- A. 向左平移 2 个单位 B. 向右平移 2 个单位
C. 向左平移 8 个单位 D. 向右平移 8 个单位

10. (广安市中考) 在广安市中考体考前, 某九年级学生对自己某次实心球训练的录像进行分析, 发现实心球飞行高度 y (米) 与水平距离 x (米) 之间的关系为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$, 由此可知该生此次实心球训练的成绩为 _____ 米.

11. (湖州市中考) 已知抛物线 $y = 2x^2 - 4x + c$ 与 x 轴有两个不同的交点.

(1) 求 c 的取值范围;

(2) 若抛物线 $y = 2x^2 - 4x + c$ 经过点 $A(2, m)$ 和点 $B(3, n)$, 试比较 m 与 n 的大小, 并说明理由.

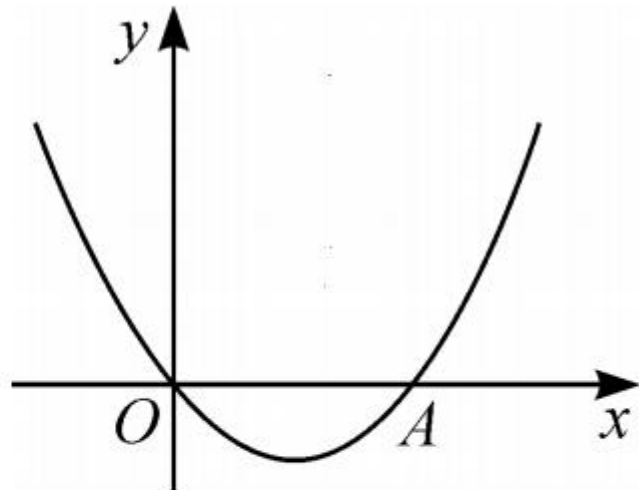


12. 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过坐标原点, 并与 x 轴交于点 $A(2, 0)$.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 写出顶点坐标及对称轴;

(3) 若抛物线上有一点 B , 且 $S_{\triangle OAB} = 3$, 求点 B 的坐标.



[Blank writing area]



13. (原创题) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线

$$y = x^2 - 2(k-1)x + k^2 - \frac{5}{2}k (k \text{ 为常数}).$$

(1) 若抛物线经过点 $(1, k^2)$, 求 k 的值;

(2) 若抛物线经过点 $(2k, y_1)$ 和点 $(2, y_2)$, 且 $y_1 > y_2$, 求 k 的取值范围.



D 思维拓展 —— 练素养

14. (核心素养·勤于思考)(亮点题)如图,一小球沿与地面成一定角度的方向飞出,小球的飞行路线是一条抛物线.如果不考虑空气阻力,小球的飞行高度 y (单位:m)与飞行时间 x (单位:s)之间具有函数关系 $y = -5x^2 + 20x$,请根据要求解答下列问题:

- (1)在飞行过程中,当小球的飞行高度为 15m 时,飞行时间是多少?
- (2)在飞行过程中,小球从飞出到落地所用时间是多少?
- (3)在飞行过程中,小球飞行高度何时最大? 最大

高度是多少？

