



22.2 二次函数与一元二次方程

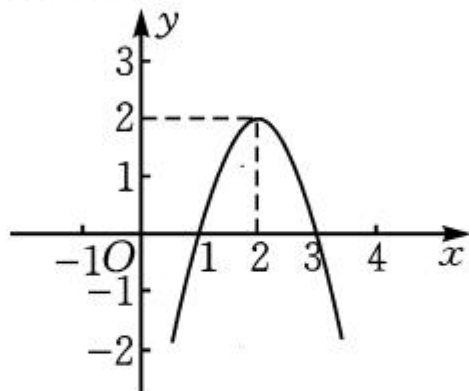
A 自主课堂

【要点导航】

- ① 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有公共点, 公共点的横坐标是 x_0 , 那么当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数的值是 0. 因此 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 就是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根.
- ② 对于抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, 有:
 $b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$ 抛物线与 x 轴有 个公共点;
 $b^2 - 4ac = 0 \Leftrightarrow$ 抛物线与 x 轴有 个公共点;
 $b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow$ 抛物线与 x 轴 .
- ③ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根是 m, n , 则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 和 x 轴的两个交点是 和 .

【经典导学】

【例 1】 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 根据图象解答下列问题:



- (1) 直接写出方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根 .
- (2) 直接写出不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集 .
- (3) 直接写出不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集 .

破解思路: (1) 即 $y=0$, 由图象可得 $y=0$ 时, $x_1=1, x_2=3$.

(2) 即 $y>0$, x 轴上方的图象纵坐标是大于 0 的.

(3) 即 $y<0$, x 轴下方的图象纵坐标是小于 0 的.

【学生解答】

【易错易混】 忽视了抛物线二次项系数不为零的条件.

【例 2】 已知抛物线 $y=ax^2-3x+1$ 与 x 轴有交点, 则 a 的取值范围是 _____.

【学生解答】

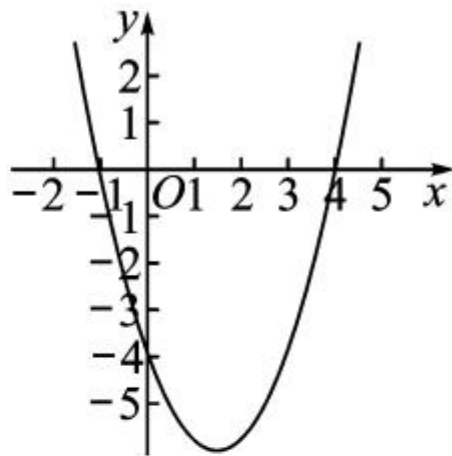


B 固本夯基 —— 逐点练

知识点 1 二次函数与一元二次方程

1. 小兰画了一个函数 $y = x^2 + ax + b$ 的图象如图所示, 则关于 x 的方程 $x^2 + ax + b = 0$ 的解是 ()

- A. 无解
B. $x = -1$
C. $x = 4$
D. $x = -1$ 或 $x = 4$

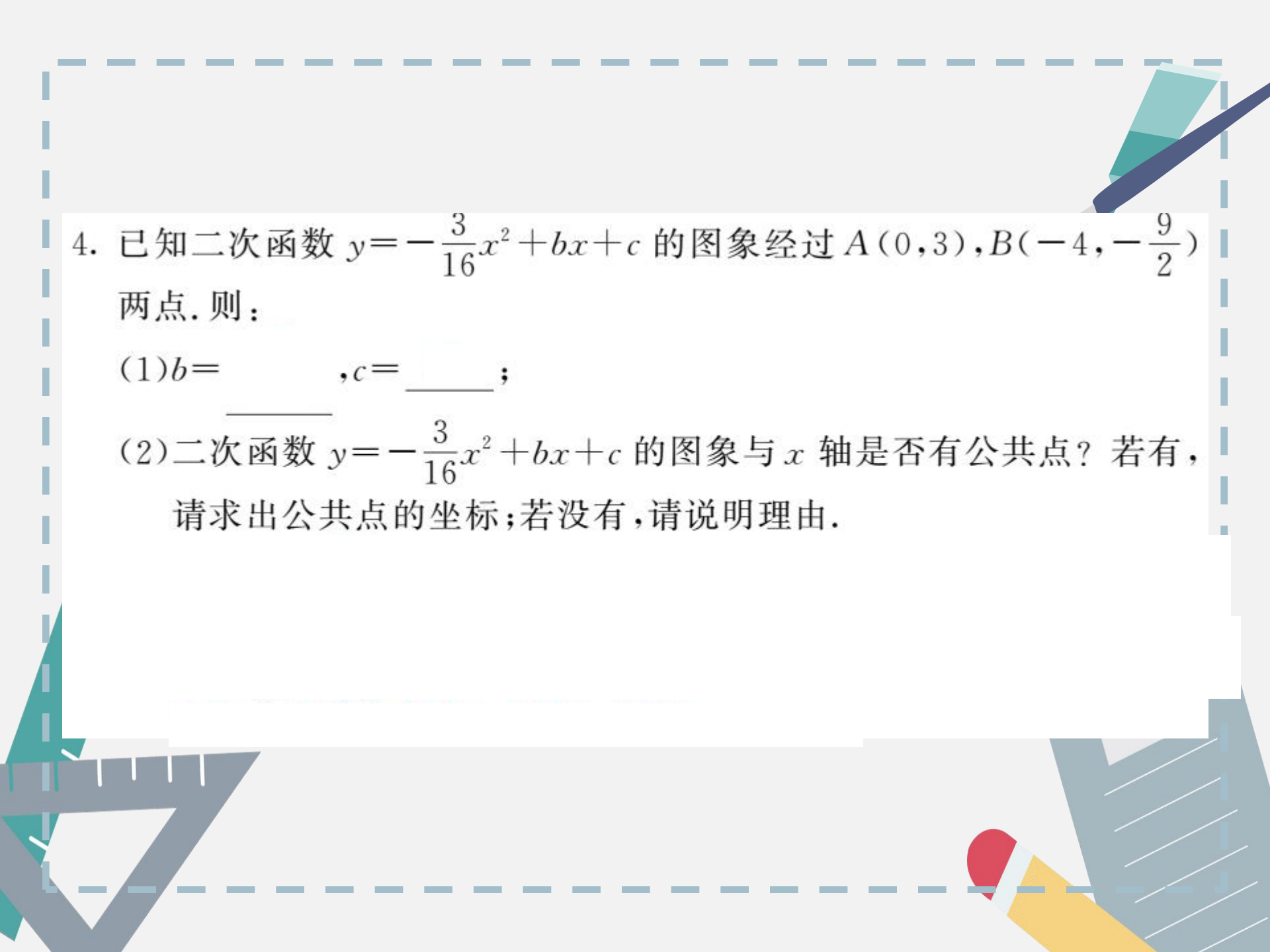


2. (易错点) 根据下列表格的对应值, 判断方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, a, b, c$ 为常数) 一个解的范围是 ()

x	2.23	2.24	2.25	2.26
$ax^2 + bx + c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

- A. $2 < x < 2.23$
B. $2.23 < x < 2.24$
C. $2.24 < x < 2.25$
D. $2.25 < x < 2.26$

3. 若二次函数 $y = -2x^2 - 3x + k$ 的图象始终在 x 轴下方, 则 k 的取值范围是 _____.



4. 已知二次函数 $y = -\frac{3}{16}x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(0, 3)$, $B(-4, -\frac{9}{2})$ 两点. 则:

(1) $b =$ _____, $c =$ _____;

(2) 二次函数 $y = -\frac{3}{16}x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴是否有公共点? 若有, 请求出公共点的坐标; 若没有, 请说明理由.

知识点 2 二次函数与不等式

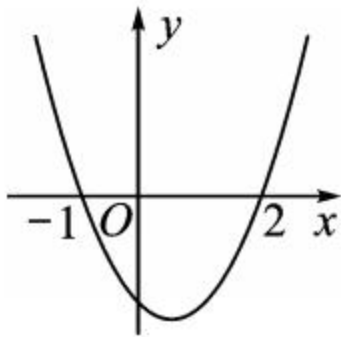
5. 二次函数 $y=x^2-x-2$ 的图象如图所示, 则函数值 $y<0$ 时, x 的取值范围是 ()

A. $x<-1$

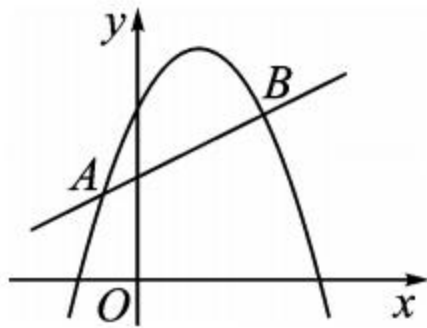
B. $x>2$

C. $-1<x<2$

D. $x<-1$ 或 $x>2$



第 5 题图



第 6 题图

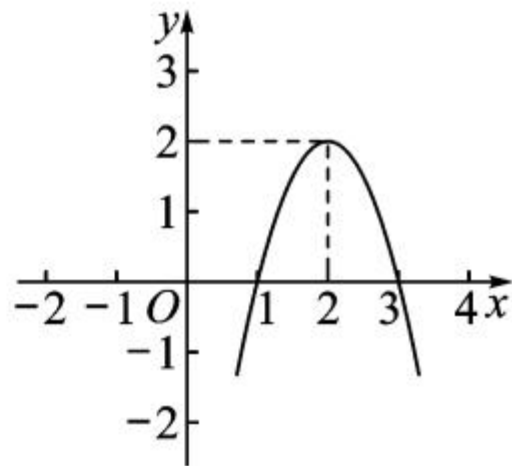
6. 如图, 直线 $y=mx+n$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 交于 $A(-1, p)$, $B(4, q)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $mx+n > ax^2+bx+c$ 的解集是 _____

7. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 根据图象解答下列问题:

(1) 写出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根;

(2) 当 x 为何值时, $y > 0$? 当 x 为何值时, $y < 0$?

(3) 写出 y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围.



C 整合运用 —— 提能力

8. (原创题) 已知二次函数 $y = x^2 - 2mx$ (m 为常数), 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, 函数值 y 的最小值为 -2 , 则 m 的值是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$ D. $-\frac{3}{2}$ 或 $\sqrt{2}$

9. (杭州市中考)在平面直角坐标系中,已知 $a \neq b$, 设函数 $y = (x + a)(x + b)$ 的图象与 x 轴有 M 个交点, 函数 $y = (ax + 1)(bx + 1)$ 的图象与 x 轴有 N 个交点, 则 ()

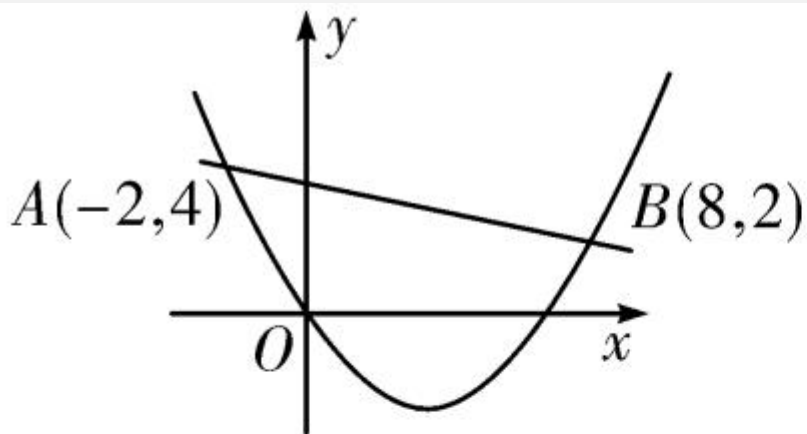
A. $M = N - 1$ 或 $M = N + 1$

B. $M = N - 1$ 或 $M = N + 2$

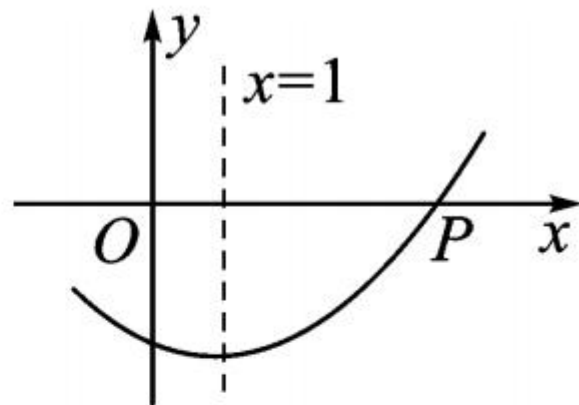
C. $M = N$ 或 $M = N + 1$

D. $M = N$ 或 $M = N - 1$

10. 已知二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y_2 = kx + m$ 的图象相交于点 $A(-2, 4)$, $B(8, 2)$, 如图所示, 则能使 $y_1 > y_2$ 成立的 x 取值范围是 _____.



第 10 题图



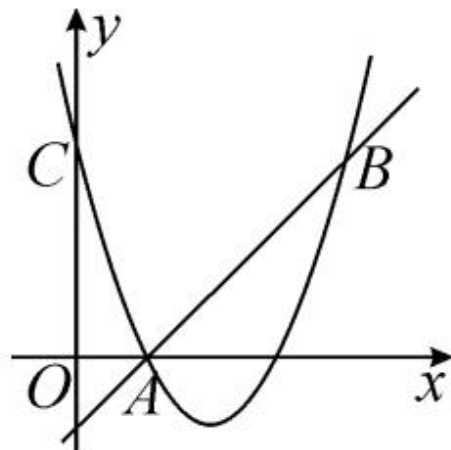
第 11 题图

11. 如图,若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上的 $P(4, 0)$, Q 两点关于它的对称轴 $x = 1$ 对称,则 Q 点的坐标为 _____.
12. 如图,二次函数 $y = (x - 2)^2 + m$ 的图象与 y 轴交于点 C ,点 B 是点 C 关于该二次函数图象的对称轴对称的点.已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过

该二次函数图象上的点 $A(1,0)$ 及点 B .

(1) 求二次函数与一次函数的解析式;

(2) 根据图象, 写出满足 $kx + b \geq (x-2)^2 + m$ 的 x 的取值范围.



13. 把一个足球垂直水平地面向上踢, 时间为 t (秒) 时该足球距离地面的高度 h (米) 适用公式 $h = 20t - 5t^2$ ($0 \leq t \leq 4$).

(1) 当 $t = 3$ 时, 求足球距离地面的高度;

(2) 当足球距离地面的高度为 10 米时, 求 t ;

(3) 若存在实数 t_1, t_2 ($t_1 \neq t_2$), 当 $t = t_1$ 或 t_2 时, 足球距离地面的高度都为 m 米, 求 m 的取值范围.

D 思维拓展 —— 练素养

14. (核心素养·勇于探究)(亮点题)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2 + 1) = 0$ 有实数根.

(1)求 m 的值;

- (2) 先作 $y = x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2 + 1)$ 的图象关于 x 轴的对称图形, 然后将所作图形向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 写出变化后图象的解析式;
- (3) 在(2)的条件下, 当直线 $y = 2x + n (n \geq m)$ 与变化后的图象有公共点时, 求 $n^2 - 4n$ 的最大值和最小值.

