



第 3 课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质



A 自主课堂

【要点导航】

- ① 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 与 $y = ax^2$ 形状 _____, 位置 _____, 把抛物线 $y = ax^2$ 向上(下)、向右(左)平移, 可以得到抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$. 平移的方向、距离要根据 _____ 的值来决定.
- ② 抛物线 $y = a(x-h)^2 + k$ 有如下特点: 当 $a > 0$ 时, 开口 _____; 当 $a < 0$ 时, 开口 _____, 对称轴是直线 _____, 顶点是 _____.

- ③ 从二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象可以看出: 如果 $a > 0$, 当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而 _____, 当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而 _____; 如果 $a < 0$, 当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而 _____, 当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而 _____.

【经典导学】

- 【例 1】 抛物线 $y_1 = \frac{3}{4}x^2$ 先向上平移 3 个单位, 再向右平移 1 个单位.
- (1) 写出平移后抛物线的解析式 y_2 ;
 - (2) 写出平移后抛物线的开口方向、对称轴、顶点坐标;
 - (3) 函数 y_2 有最大值还是最小值? 并求出这个最大(小)值.

破解思路: (1) 根据平移规律可得到抛物线 $y_2 = \frac{3}{4}(x-1)^2 + 3$; (2) 根据解析式可以直接写出; (3) 根据 a 的值可以回答.

【学生解答】

【易错易混】 上、下平移与左、右平移混淆.

【例 2】 把抛物线 $y = (x+1)^2$ 向下平移 2 个单位, 再向右平移 1 个单位, 所得到的抛物线解析式是_____.

【学生解答】

B

固本夯基

——逐点练

知识点 1 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

1. (衢州市中考)二次函数 $y=(x-1)^2+3$ 图象的顶点坐标是 ()
A. (1,3) B. (1,-3) C. (-1,3) D. (-1,-3)
2. (兰州市中考)已知点 $A(1, y_1), B(2, y_2)$ 在抛物线 $y=-(x+1)^2+2$ 上,则下列结论正确的是 ()
A. $2 > y_1 > y_2$ B. $2 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > 2$ D. $y_2 > y_1 > 2$
3. 抛物线 $y=-\sqrt{2}(x-5)^2+3$ 的开口向_____,对称轴是直线_____;
当 x _____ 时, y 随 x 的增大而减小. 当 x _____ 时,函数 y 有最
_____ 值,为_____.
4. 已知抛物线 $y=a(x-2)^2+3$ 经过点(1,1).
(1)求 a 的值;
(2)若点 $A(m, y_1), B(n, y_2) (m < n < 2)$ 都在该抛物线上,试比较 y_1 与 y_2 的大小.

知识点 2 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的平移与应用

5. (哈尔滨市中考)将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位长度,再向右平移 2 个单位长度,所得到的抛物线为 ()

A. $y=2(x+2)^2+3$

B. $y=2(x-2)^2+3$

C. $y=2(x-2)^2-3$

D. $y=2(x+2)^2-3$

6. 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 向左平移 1 个单位长度,再向下平移 2 个单位长度,所得到的抛物线为 ()

A. $y = -5(x+1)^2 - 1$

B. $y = -5(x-1)^2 - 1$

C. $y = -5(x+1)^2 + 3$

D. $y = -5(x-1)^2 + 3$

7. (凉山州中考)将抛物线 $y = (x-3)^2 - 2$ 向左平移 _____ 个单位后经过点 $A(2,2)$.

8. 把二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的图象先向右平移 3 个单位长度,再向下平移 5 个单位长度,得到二次函数 $y = \frac{2}{3}(x+2)^2 - 4$ 的图象.

(1) 试确定 a, h, k 的值;

(2) 指出二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的开口方向、对称轴和顶点坐标.



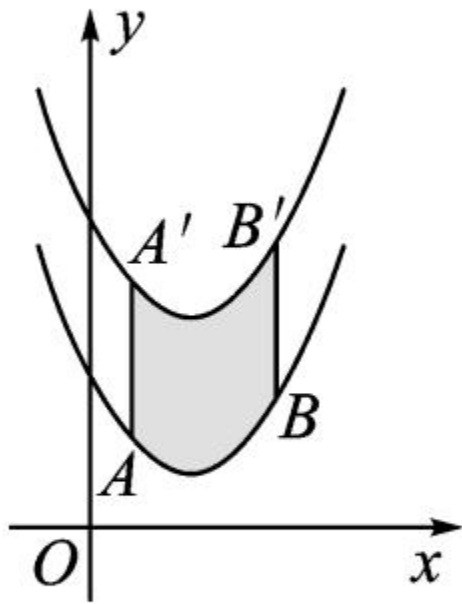
整

合

运用

——提能力

9. 如图,将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图象沿 y 轴向上平移得到一条新函数的图象,其中点 $A(1, m)$ 、 $B(4, n)$ 平移后的对应点分别为点 A' 、 B' ,若曲线段 AB 扫过的面积为 9 (图中的阴影部分),则新图象的函数解析式是



()

A. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

B. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 7$

D. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 5$

D. $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 4$

10. (舟山市中考)小飞研究二次函数 $y = -(x-m)^2 - m + 1$ (m 为常数) 性质时, 有如下结论: ① 这个函数图象的顶点始终在直线 $y = -x + 1$ 上; ② 存在一个 m 的值, 使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形; ③ 点 $A(x_1, y_1)$ 与点 $B(x_2, y_2)$ 在函数图象上, 若 $x_1 < x_2, x_1 + x_2 > 2m$, 则 $y_1 < y_2$; ④ 当 $-1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围为 $m \geq 2$. 其中错误结论的序号是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

11. 在平面直角坐标系中, 如果抛物线 $y = 2x^2$ 不动, 而把 x 轴、 y 轴分别向上, 向左平移 2 个单位长度, 那么在新坐标系下抛物线的解析式是 _____

_____.

12. (原创题) 已知函数 $y = \begin{cases} (x-2)^2 - 2 & (x \leq 4) \\ (x-6)^2 - 2 & (x > 4) \end{cases}$, 使 $y =$

a 成立的 x 的值恰好只有 3 个时, a 的值为 _____.

13. (易错题) 将二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 得到抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$.

(1) 求 b, c 的值;

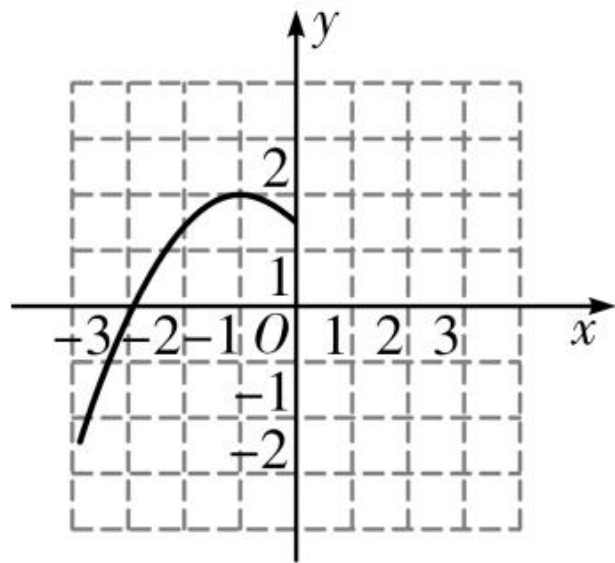
(2) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, 求二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的最大值和最小值.

14. (原创题)如图是二次函数 $y=a(x+1)^2+2$ 的图象的一部分,根据图象解答下列问题:

(1)抛物线在 y 轴左侧与 x 轴的交点 A 的坐标为_____ ,则抛物线在 y 轴右侧与 x 轴的另一交点 B 的坐标为_____ ;

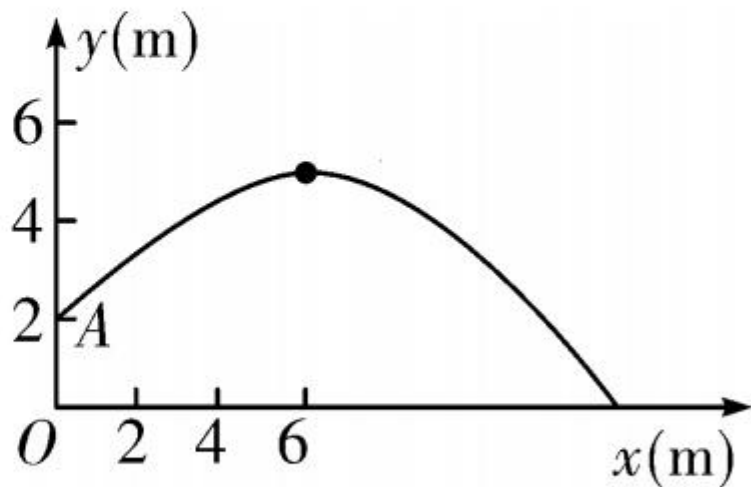
(2)确定 a 的值;

(3)设抛物线的顶点为 P ,试求 $\triangle PAB$ 的面积.



15. (教材 P₃₆ 例 4 变式) 如图, 某次体育测试中, 一名男生推铅球的路线是抛物线, 最高点为 $(6, 5)$, 出手处点 A 的坐标为 $(0, 2)$.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 问铅球可推出多远?



D 思维拓展 —— 练素养

16. (核心素养·应用意识)(亮点题)随着新农村的建设和旧城的改造,我们的家园越来越美丽,小明家附近广场中央新修了个圆形喷水池,在水池中心竖直安装了一根高 2 米的喷水管,它喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离为 1 米处达到最高,水柱落地处离池中心 3 米.

(1)请你建立适当的平面直角坐标系,并求出水柱抛物线的函数解析式;

(2)求出水柱的最大高度是多少?



