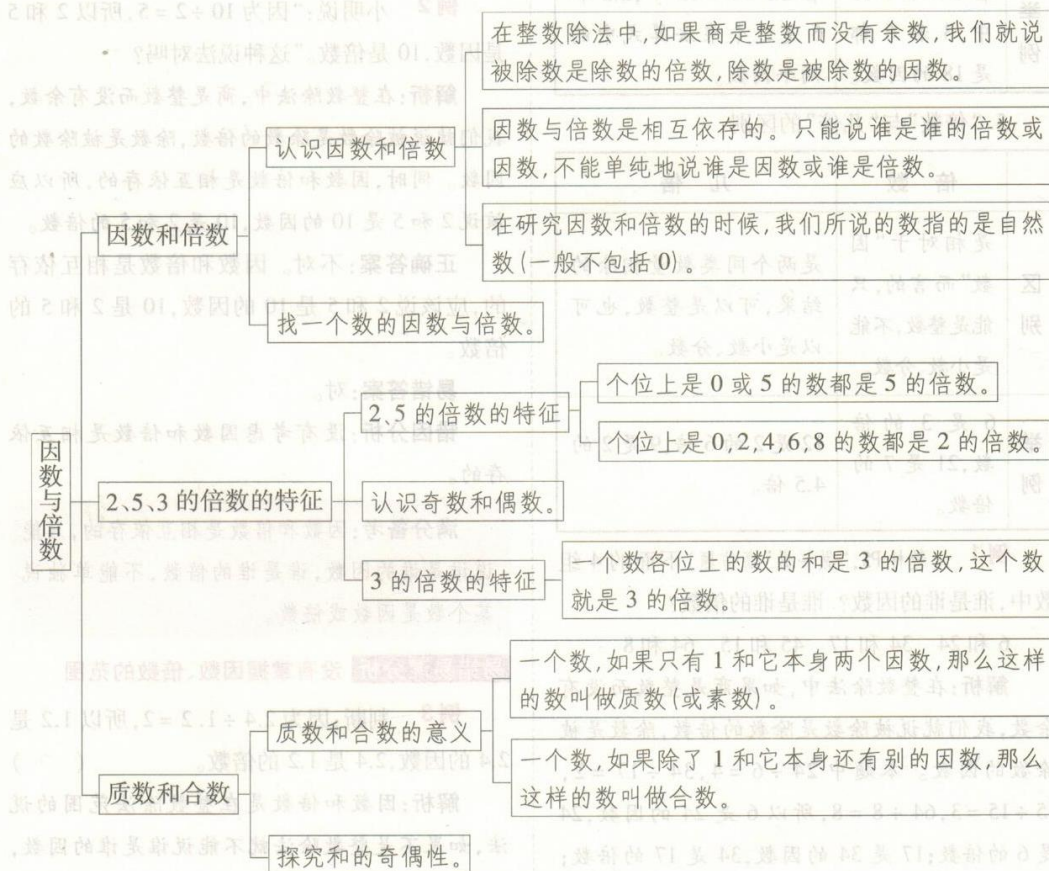


② 因数与倍数

单元思维图解



1. 因数与倍数

第1课时 认识因数和倍数

考点 认识因数和倍数

1. 在整数除法中, 如果商是整数而没有余数, 我们就说被除数是除数的倍数, 除数是被除数的因数。

2. 因数与倍数是相互依存的。只能说谁是谁的倍数或因数, 不能单纯地说谁是谁的因数或谁是谁的倍数。

3. 为了方便, 在研究因数和倍数的时候, 我们所说的数指的是自然数(一般不包括0)。

4. “一个数的因数”与“乘法算式中的因数”的区别。

	一个数的因数	乘法算式中的因数
区别	是相对于“倍数”而言的, 只能是整数, 不能是小数、分数(以后学到)。	是乘法算式的组成部分, 与“乘数”同义, 可以是整数, 也可以是小数、分数。

续表

	一个数的因数	乘法算式中的因数
举例	在 $3 \times 6 = 18$ 中, 3 和 6 都是 18 的因数。	在 $2.5 \times 6 = 15$ 中, 2.5 和 6 是这个乘法算式中的两个因数。

5. “倍数”与“几倍”的区别。

	倍数	几倍
区别	是相对于“因数”而言的, 只能是整数, 不能是小数、分数。	是两个同类数量相除的结果, 可以是整数, 也可以是小数、分数。
举例	6 是 3 的倍数, 21 是 7 的倍数。	12 是 2 的 6 倍, 9 是 2 的 4.5 倍。

例 1 (教材 P5, “做一做”高仿题) 下面的 4 组数中, 谁是谁的因数? 谁是谁的倍数?

6 和 24 34 和 17 45 和 15 64 和 8

解析: 在整数除法中, 如果商是整数而没有余数, 我们就说被除数是除数的倍数, 除数是被除数的因数。本题中 $24 \div 6 = 4$, $34 \div 17 = 2$, $45 \div 15 = 3$, $64 \div 8 = 8$, 所以 6 是 24 的因数, 24 是 6 的倍数; 17 是 34 的因数, 34 是 17 的倍数; 15 是 45 的因数, 45 是 15 的倍数; 8 是 64 的因数, 64 是 8 的倍数。

正确答案: 6 是 24 的因数, 24 是 6 的倍数; 17 是 34 的因数, 34 是 17 的倍数; 15 是 45 的因数, 45 是 15 的倍数; 8 是 64 的因数, 64 是 8 的倍数。

易错答案: 24 是 6 的因数, 6 是 24 的倍数; 34 是 17 的因数, 17 是 34 的倍数; 45 是 15 的因数, 15 是 45 的倍数; 64 是 8 的因数, 8 是 64 的倍数。

错因分析: 错解弄混了谁是谁的因数, 谁是谁的倍数。

满分备考: 在没有余数的整数除法中, 被除数是除数的倍数, 除数是被除数的因数。

例 2 小明说: “因为 $10 \div 2 = 5$, 所以 2 和 5 是因数, 10 是倍数。” 这种说法对吗?

解析: 在整数除法中, 商是整数而没有余数, 我们就说被除数是除数的倍数, 除数是被除数的因数。同时, 因数和倍数是相互依存的, 所以应该说 2 和 5 是 10 的因数, 10 是 2 和 5 的倍数。

正确答案: 不对。因数和倍数是相互依存的, 应该说 2 和 5 是 10 的因数, 10 是 2 和 5 的倍数。

易错答案: 对。

错因分析: 没有考虑因数和倍数是相互依存的。

满分备考: 因数和倍数是相互依存的, 只能说谁是谁的因数, 谁是谁的倍数, 不能单独说某个数是因数或倍数。

易错易混分析 没有掌握因数、倍数的范围

例 3 判断: 因为 $2.4 \div 1.2 = 2$, 所以 1.2 是 2.4 的因数, 2.4 是 1.2 的倍数。 ()

解析: 因数和倍数是在整数除法范围的说法, 如果不是整数除法就不能说谁是谁的因数, 谁是谁的倍数。

答案: ×

易错警示: 为了方便, 在研究因数和倍数的时候, 我们所说的数指的是自然数 (一般不包括 0)。

补充笔记:

第2课时 找一个数的因数与倍数

考点一 找一个数的因数

1. 找一个数的因数的方法

(1) 列除法算式找。用这个数分别除以大于等于1且小于等于它本身的所有整数,所得的商是整数且没有余数,这些除数和商就是这个数的因数。

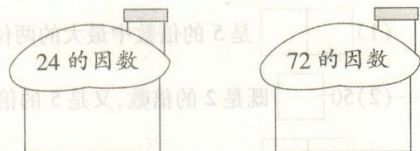
(2) 列乘法算式找。把这个数写成两个整数相乘的形式,算式中的每个整数都是这个数的因数。

2. 一个数的因数的特征

一个数的因数的个数是有限的,其中最小的因数是1,最大的因数是它本身。

例1 (教材P7,T1高仿题)把符合条件的数填入相应的标识牌中。

1	2	3	4	5	6	8	9	10	12	15
16	18	20	24	30	36	60	72			



解析: 可以用除法找 $24 \div 1 = 24$, $24 \div 2 = 12$, $24 \div 3 = 8$, $24 \div 4 = 6$, $24 \div 5 = 4.8$, $24 \div 6 = 4$ 除到此就不用再往下除了,因为 $24 \div 4 = 6$ 和 $24 \div 6 = 4$ 找到的都是4和6两个因数,重复了。由此就可以找到24的所有因数,有1,2,3,4,6,8,12,24,再看上面的数哪个符合,就把它填到标识牌中。找72的因数同理。

答案: 24的因数有1,2,3,4,6,8,12,24。72的因数有1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72。

满分备考: 找一个数的因数时,用这个数依次除以1,2,3,4,5……除以哪一个数时商是整数且没有余数,这时的除数和商就是这个数的因数。一直除到和前面有重复的因数时就不用再除了。

考点二 找一个数的倍数

1. 找一个数的倍数的方法

(1) 列乘法算式找。用这个数依次与非0自然数相乘,所得的积就是这个数的倍数。

(2) 列除法算式找。看哪些非0自然数除以这个数的商是整数且没有余数,这些数就是这个数的倍数。

2. 一个数的倍数的特征

一个数的倍数的个数是无限的,其中最小的倍数是它本身,没有最大的倍数。

例2 (教材P7,T3高仿题)把是4的倍数的星星涂上黄色。



解析: 找4的倍数就用 4×1 , 4×2 , 4×3 ……看星星上的数哪一个满足即可。

正确答案: 把8,4,36,20,32涂上黄色。

易错答案: 把8,36,20,32涂上黄色。

错因分析: 错解错在漏掉了4。

满分备考: 找一个数的倍数时,先用它本身和1相乘,再和2,3,4,5……相乘。

易错易混分析 没有理解一个数的因数和倍数的特征

例3 500的因数的个数()比5的倍数的个数多。

A. 一定 B. 可能 C. 不可能

解析: 一个数的因数的个数是有限的,一个数的倍数的个数是无限的,所以500的因数的个数不可能比5的倍数的个数多。

答案: C

易错警示: 不要认为一个较大数的因数的个数就比一个较小数的倍数的个数多。一个数的因数的个数是有限的,而一个数的倍数的个数却是无限的。

课题 2.2、5、3 的倍数的特征

第 1 课时 2、5 的倍数的特征

考点 ① 2、5 的倍数的特征

1. 个位上是 0 或 5 的数都是 5 的倍数。
2. 个位上是 0, 2, 4, 6, 8 的数都是 2 的倍数。

例 1 (教材 P9, “做一做”高仿题) 下面哪些数是 2 的倍数? 哪些数是 5 的倍数? 哪些数既是 2 的倍数, 也是 5 的倍数?

36 59 80 77 25 108 160 423

解析: 2 的倍数的特征是个位上是 0, 2, 4, 6, 8。5 的倍数的特征是个位上是 0 或 5。据此判断即可。

正确答案: 36, 80, 108, 160 是 2 的倍数。80, 25, 160 是 5 的倍数。80, 160 既是 2 的倍数, 也是 5 的倍数。

易错答案: 36, 80, 108, 160 是 2 的倍数。80, 160 是 5 的倍数。80, 160 既是 2 的倍数, 也是 5 的倍数。

错因分析: 没有掌握 5 的倍数的特征。认为 5 的倍数的末尾只能是 0。

满分备考: 个位上是 0 或 5 的数都是 5 的倍数。

考点 ② 认识奇数和偶数

1. 整数中, 是 2 的倍数的数叫做偶数(0 也是偶数), 不是 2 的倍数的数叫做奇数。

2. 如果 a 是整数, 偶数可以用 $2a$ 来表示, 奇数可以用 $(2a + 1)$ 来表示。

3. 偶数和奇数的个数都是无限的, 最小的偶数是 0, 最小的奇数是 1, 没有最大的偶数和奇数。

4. 一个整数, 不是奇数, 就是偶数。

例 2 (教材 P11, T1 高仿题) 下列数中, 哪些是奇数? 哪些是偶数?

45 96 233 2000 8017 0 866 535

解析: 判断一个数是奇数还是偶数要看它是不是 2 的倍数, 是 2 的倍数就是偶数(0 也是偶数), 不是 2 的倍数就是奇数。

正确答案: 45, 233, 8017, 535 是奇数。96, 2000, 0, 866 是偶数。

易错答案: 45, 535 是奇数。233, 8017, 96, 2000, 0, 866 是偶数。

错因分析: 没有掌握奇数、偶数的概念。

满分备考: 整数中, 是 2 的倍数的数叫做偶数(0 也是偶数), 不是 2 的倍数的数叫做奇数。

易错易混分析 对 2、5 倍数的特征考虑不周全

例 3 填数。

(1) 是 5 的倍数中最大的两位数。

(2) 50 既是 2 的倍数, 又是 5 的倍数。

(3) 既是 2 的倍数, 又是 5 的倍数的最大两位数。

解析: (1) 最大的两位数是 99, 再在 99 的基础上减。5 的倍数的特征是个位上是 0 或 5, 所以是 95。

(2) 既是 2 的倍数, 又是 5 的倍数, 个位一定是 0, 所以方框里填 0。

(3) 首先, 找出的最大的两位数 99, 然后在 99 的基础上减。既是 2 的倍数, 又是 5 的倍数的数, 个位一定是 0, 所以这个数是 90。

答案: (1) 95 (2) 0 (3) 90

易错警示: 熟记 2, 5 倍数的特征, 2 的倍数的特征是个位上是 0, 2, 4, 6, 8。5 的倍数的特征是个位上是 0 或 5。

第2课时 3的倍数的特征

考点 3的倍数的特征

一个数各位上的数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数。

例1 (教材P11,T3高仿题)圈出3的倍数。

82 306 85 2053 559 99999

65 46 111 5966 855 4444

解析:一个数各位上的数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数。如82, $8+2=10$,10不是3的倍数,所以82不是3的倍数,又如306, $3+0+6=9$,9是3的倍数,所以306是3的倍数,再比如85, $8+5=13$,13不是3的倍数,所以85不是3的倍数,后面的数同理。

正确答案:

82 (306) 85 2053 559 (99999)

65 46 (111) 5966 (855) 4444

易错答案:

82 (306) 85 (2053) (559) (99999)

65 (46) 111 (5966) 855 4444

错因分析:没有掌握3的倍数的特征,认为个位上是3,6,9的数就是3的倍数。

满分备考:一个数各位上的数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数。

例2 (教材P11,T4高仿题)



你能说出3个是3的倍数的奇数吗?

你能说出3个是5的倍数的偶数吗?



解析:首先满足一个条件,是奇数,如1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,⋯,再从这些数中找出3的倍数,也就是3,9,15,21,⋯,5的倍数的

偶数同理。

正确答案:3的倍数的奇数可以是9,15,21; 5的倍数的偶数可以是10,20,30。(答案均不唯一)

易错答案:3的倍数的奇数可以是5,11,13; 5的倍数的偶数可以是10,20,30。(答案均不唯一)

错因分析:没有掌握3的倍数的特征。只满足了是奇数的条件,不满足是3的倍数的条件。

满分备考:做题时,要考虑全面。

易错易混分析 没有正确理解3的倍数的特征

例3 用1,5,9这三个数字组成的三位数一定是()的倍数。

A. 2 B. 5 C. 3

解析:观察发现, $1+5+9=15$,一个数各位上的数的和是3的倍数,它就是3的倍数,所以用数字1,5,9组成的三位数一定是3的倍数。

答案:C

易错警示:一个数各位上的数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数。5的倍数的特征是个位上是0或5。

补充笔记:

3. 质数和合数

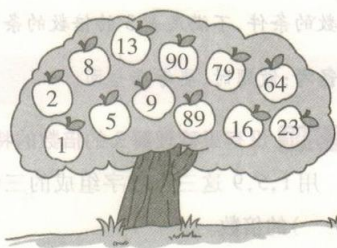
考点一 质数和合数的意义

1. 一个数,如果只有1和它本身两个因数,那么这样的数叫做质数(或素数)。如2,3,5,7都是质数。

2. 一个数,如果除了1和它本身还有别的因数,那么这样的数叫做合数。如4,6,15,49都是合数。

3. 1不是质数,也不是合数。

例1 (教材P16,T2高仿题)分一分。



奇数有 _____

偶数有 _____

质数有 _____

合数有 _____

解析:整数中,是2的倍数的数就是偶数(0也是偶数),不是2的倍数的数就是奇数。一个数,如果只有1和它本身两个因数,这样的数就是质数。一个数,如果除了1和它本身还有别的因数,这样的数就是合数。据此判断即可。需要注意,1既不是质数,也不是合数。

正确答案:奇数有13,79,1,5,9,89,23

偶数有2,8,90,64,16

质数有2,13,79,5,89,23

合数有8,90,64,9,16

易错答案:奇数有13,79,1,5,9,89,23

偶数有2,8,90,64,16

质数有13,79,5,89,23

合数有2,8,90,64,9,16

错因分析:错解错在误认为2不是质数,是合数。

满分备考:判断一个数是不是质数,找出它的所有因数,看是不是只有1和它本身,如果是,它就是质数;如果还有其他因数,它就是合数。

考点二 两数之和的奇偶性

奇数+偶数=奇数 奇数+奇数=偶数

偶数+偶数=偶数

例2 (教材P17,T6高仿题)将187枚黑白棋子分别装在甲、乙两个棋盒里,如果甲棋盒装的棋子数为偶数,那么乙棋盒装的棋子数是偶数还是奇数?如果甲棋盒装的棋子数是奇数呢?

解析:奇数+偶数=奇数,奇数+奇数=偶数,偶数+偶数=偶数。187是奇数,如果甲棋盒装的棋子数是偶数,那么乙棋盒装的棋子数就是奇数,如果甲棋盒装的棋子数是奇数,那么乙棋盒装的棋子数就是偶数。

正确答案:如果甲棋盒装的棋子数是偶数,那么乙棋盒装的棋子数就是奇数。如果甲棋盒装的棋子数是奇数,那么乙棋盒装的棋子数就是偶数。

易错答案:如果甲棋盒装的棋子数是偶数,那么乙棋盒装的棋子数就是偶数。如果甲棋盒装的棋子数是奇数,那么乙棋盒装的棋子数就是奇数。

错因分析:没有掌握和的奇偶性。

满分备考:做题时,如果想不起来,可以找几个数试一试,比如 $2+3=5$, $4+6=10$ 。

易错易混分析 易遗漏2这一特殊的质数

例3 如果 a 是质数,那么 $a+4$ 的和()是奇数。

A. 一定 B. 不可能 C. 可能

解析:质数可能是奇数,也可能是偶数。比如,2和3都是质数,一个是偶数,一个是奇数。所以 $a+4$ 的和可能是奇数也可能是偶数。

答案:C

易错警示:做有关质数的题时,一定要考虑到2这个特殊的质数。

整理和复习

单元知识梳理

考点	内容梳理
认识因数和倍数	<ol style="list-style-type: none"> 1. 因数和倍数的意义:在整数除法中,如果商是整数而没有余数,我们就说被除数是除数的倍数,除数是被除数的因数。 2. 因数与倍数是相互依存的。只能说谁是谁的倍数或因数,不能单纯地说谁是谁的因数或谁是倍数。 3. 为了方便,在研究因数和倍数的时候,我们所说的数指的是自然数(一般不包括0)。
找一个数的因数和倍数	<ol style="list-style-type: none"> 1. 找一个数的因数和倍数的方法: (1)列除法算式找。(2)列乘法算式找。 2. 一个数的因数的特征:一个数的因数的个数是有限的,其中最小的因数是1,最大的因数是它本身。 3. 一个数的倍数的特征:一个数的倍数的个数是无限的,其中最小的倍数是它本身,没有最大的倍数。
2、5的倍数的特征	<ol style="list-style-type: none"> 1. 个位上是0或5的数都是5的倍数。 2. 个位上是0,2,4,6,8的数都是2的倍数。
认识奇数和偶数	<ol style="list-style-type: none"> 1. 整数中,是2的倍数的数叫做偶数(0也是偶数),不是2的倍数的数叫做奇数。 2. 相邻两个偶数相差2,相邻两个奇数相差2。
3的倍数的特征	<p>一个数各位上的数的和是3的倍数,这个数就是3的倍数。</p>
质数和合数的意义	<ol style="list-style-type: none"> 1. 一个数,如果只有1和它本身两个因数,那么这样的数叫做质数(或素数)。 2. 一个数,如果除了1和它本身还有别的因数,那么这样的数叫做合数。 3. 1不是质数,也不是合数。
探究和的奇偶性	<p>奇数 + 偶数 = 奇数 奇数 + 奇数 = 偶数 偶数 + 偶数 = 偶数</p>