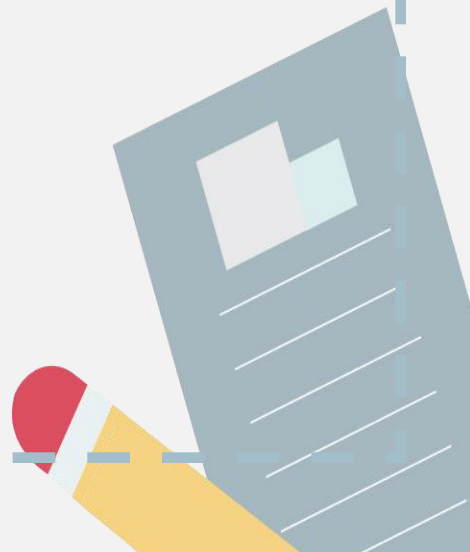




22.1.3 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

第 1 课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质



A 自主课堂

【要点导航】

- ① 函数 $y = ax^2 + k (a \neq 0)$ 的图象是 _____, 对称轴是 _____, 顶点坐标是 _____. 当 $k > 0$ 时, 可将抛物线 $y = ax^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到; 当 $k < 0$ 时, 可将抛物线 $y = ax^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到.
- ② 对于二次函数 $y = ax^2 + k (a \neq 0)$, 当 $a > 0$ 时, 抛物线的开口 _____, 顶点是抛物线的 _____; 当 $a < 0$ 时, 抛物线的开口 _____, 顶点是抛物线的 _____.

【经典导学】

【例 1】 已知抛物线 $y = ax^2 + b$ 过点 $(-2, -3)$ 和点 $(1, 6)$.

- (1) 求这个函数的关系式;
- (2) 求出该抛物线的顶点坐标和对称轴;
- (3) 当 x 为何值时, 函数 y 随 x 的增大而减小?

破解思路: (1) 将两点坐标代入函数关系式, 解方程组即可; (2) 根据函数关系式写出顶点坐标和对称轴; (3) 结合 a 的性质及抛物线的对称轴可得.

【学生解答】

【易错易混】图象平移时容易搞错符号.

【例 2】将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 2 个单位,得到的抛物线对应的函数关系式是_____.

【学生解答】

B 固本夯基 —— 逐点练



知识点 1 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象和性质

- 二次函数 $y=2x^2+3$ 的图象是一条抛物线, 下列关于该抛物线的说法, 正确的是 ()
 - 抛物线开口向下
 - 抛物线经过点 $(2,3)$
 - 抛物线的对称轴是直线 $x=1$
 - 抛物线与 x 轴没有交点
- 已知点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 均在抛物线 $y=x^2-1$ 上, 下列说法中正确的是 ()
 - 若 $y_1=y_2$, 则 $x_1=x_2$
 - 若 $x_1=-x_2$, 则 $y_1=-y_2$
 - 若 $0 < x_1 < x_2$, 则 $y_1 > y_2$
 - 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 $y_1 > y_2$
- (成都市中考) 二次函数 $y=2x^2-3$ 的图象是一条抛物线, 它的开口 _____, 对称轴是直线 _____, 与 x 轴有 _____ 个交点.
- 已知抛物线 $y=x^2+(m-2)x-2m$.
 - 当顶点在 y 轴上时, 求 m 的值;
 - 在(1)的条件下, 写出此抛物线的对称轴和顶点坐标;
 - 若抛物线经过原点, 求 m 的值.

知识点 2 二次函数 $y=ax^2$ 与 $y=ax^2+k$ 的图象的位置关系

5. 下列各组抛物线中,能够通过互相平移而彼此得到对方的是 ()
- A. $y=2x^2$ 与 $y=3x^2$ B. $y=\frac{1}{2}x^2+2$ 与 $y=2x^2+\frac{1}{2}$
- C. $y=2x^2$ 与 $y=x^2+2$ D. $y=x^2+2$ 与 $y=x^2-2$
6. (上海市中考)如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位,那么所得新抛物线的解析式是 ()
- A. $y=(x-1)^2+2$ B. $y=(x+1)^2+2$
- C. $y=x^2+1$ D. $y=x^2+3$

7. 若抛物线 $y = ax^2 + k (a \neq 0)$ 与 $y = -2x^2 + 4$ 关于 x 轴对称, 则 $a =$ _____, $k =$ _____.

8. (教材 P₃₂ 例 2 变式) 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + 4$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 怎样平移得到的? 并说明:

(1) 平移前后顶点坐标、对称轴及 y 的值随 x 的变化情况;

(2) 平移前后函数的最值.



整

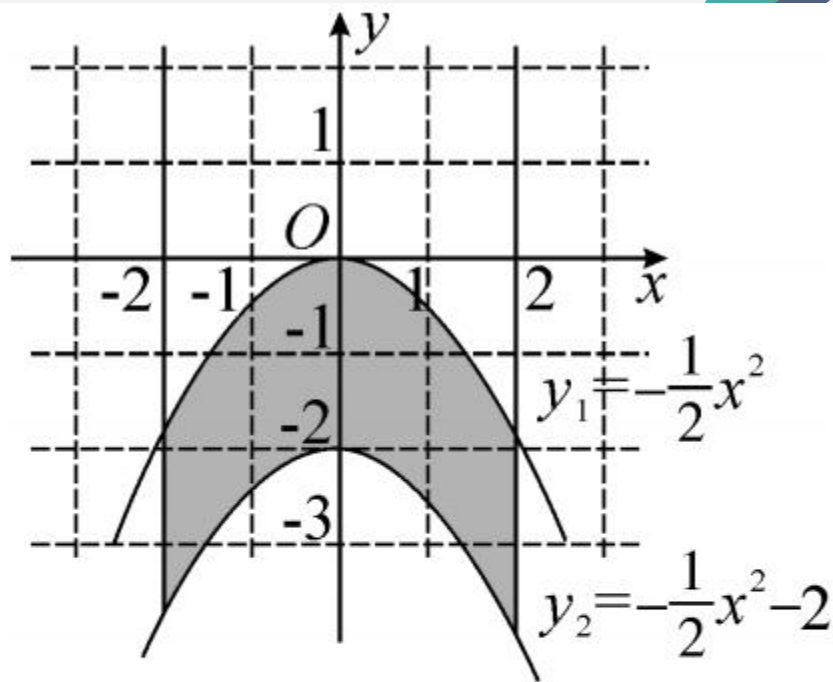
合

运用

——提能力

9. 将抛物线 $y=x^2-1$ 向下平移 8 个单位长度后与 x 轴的两个交点之间的距离为 ()
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
10. (宜宾市中考) 已知抛物线 $y=x^2-1$ 与 y 轴交于点 A , 与直线 $y=kx$ (k 为任意实数) 相交于 B, C 两点, 则下列结论不正确的是 ()
- A. 存在实数 k , 使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形
- B. 存在实数 k , 使得 $\triangle ABC$ 的内角中有两角分别为 30° 和 60°
- C. 任意实数 k , 使得 $\triangle ABC$ 都为直角三角形
- D. 存在实数 k , 使得 $\triangle ABC$ 为等边三角形

11. (易错题) 如图, 两条抛物线 $y_1 = -\frac{1}{2}x^2$ 、 $y_2 = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ 与分别经过点 $(-2, 0)$ 、 $(2, 0)$ 且平行于 y 轴的两条平行线围成的阴影部分的面积为 _____.



12. (原创题) 函数 $y = (m+2)x^{m^2+3m-8} + m$ 是关于 x 的二次函数.

(1) 求满足条件的 m 的值;

(2) m 为何值时, 抛物线有最低点? 求出这个最低点. 当 x 为何值时, y 随 x 的增大而增大?

(3) m 为何值时, 函数有最大值? 最大值是多少? 当 x 为何值时, y 随 x 的增大而减小?

13. 已知抛物线的对称轴为 y 轴, 该函数的最大值为 3, 且经过点 $(1, 1)$.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 若该抛物线与 x 轴交于 A, B 两点 (A 点在 B 点的左边), 与 y 轴交于点 C , 求 $S_{\triangle ABC}$.

14. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2$, 把它向上平移, 得到的抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点. 如果 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 那么原抛物线应向上平移几个单位长度?

D 思维拓展 —— 练素养

15. (核心素养·问题解决)(亮点题)如图所示是某市一条高速公路上的隧道口在平面直角坐标系上的示意图,点 A 和 A_1 ,点 B 和 B_1 分别关于 y 轴对称,隧道拱部分 BCB_1 为一段抛物线,最高点 C 离路面 AA_1 的距离为 8 米,点 B 离地面 AA_1 的距离为 6 米,隧道宽 AA_1 为 16 米.

(1)求隧道拱抛物线 BCB_1 的函数解析式;

(2)现有一大型运货汽车,装载某大型设备后,其宽为 4 米,车载大型设备的顶部与路面的距离均为 7 米,问它能否安全通过这个隧道?请说明理由.

