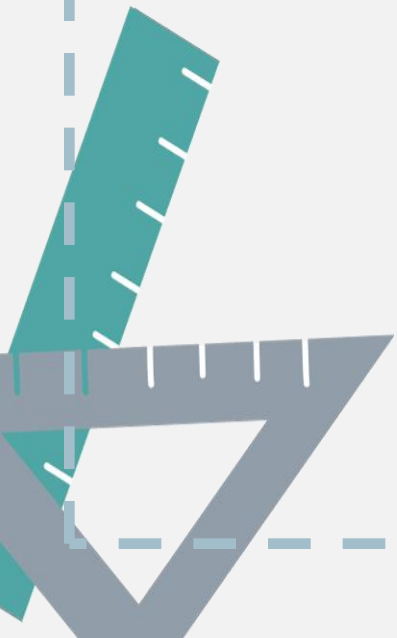




* 21.2.4 一元二次方程的根与系数的关系



A 自主课堂

【要点导航】

- ① 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 x_1, x_2 , 则 $x_1+x_2=$ _____, $x_1 \cdot x_2=$ _____, 即: _____ 等于一次项系数与二次项系数的比的相反数, _____ 等于常数项与二次项系数的比.
- ② 若一元二次方程的两根为 x_1, x_2 , 则该一元二次方程可化为 _____.



【经典导学】

【例 1】 设方程 $x^2-4x+2=0$ 的两根为 x_1, x_2 , 求下列各式的值:

(1) $x_1^2+x_2^2$; (2) $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$.

破解思路: 由根与系数的关系知: $x_1+x_2=4, x_1x_2=2$, 将所求代数式化成含 x_1+x_2 和 x_1x_2 的式子即可求解.

【学生解答】

技法点拨：常用等式变形：

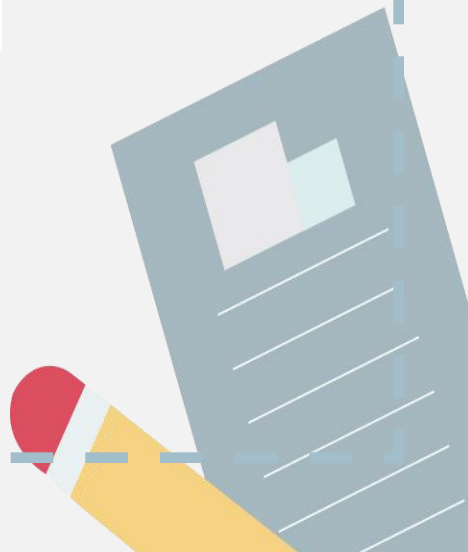
$$\textcircled{1} x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2;$$

$$\textcircled{2} (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2.$$

【易错易混】忽视一元二次方程有根的条件： $a \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$.

【例 2】关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + 2m - 1 = 0$ 的两个实数根分别是 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 7$, 求 m 的值.

【学生解答】



B 固本夯基 —— 逐点练

知识点 1 根与系数的关系

1. 若关于 x 的方程 $x^2 + 3x + a = 0$ 有一个根为 -1 , 则另一个根为 ()
A. -2 B. 2 C. 4 D. -3
2. 已知实数 x_1, x_2 满足 $x_1 + x_2 = 7, x_1 x_2 = 12$, 则以 x_1, x_2 为根的一元二次方程是 ()
A. $x^2 - 7x + 12 = 0$ B. $x^2 + 7x + 12 = 0$
C. $x^2 + 7x - 12 = 0$ D. $x^2 - 7x - 12 = 0$
3. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 $x_1 + x_2 + x_1 x_2 =$ _____.

4. (教材 P₁₇T₇ 变式)不解方程,求下列各方程的两根之和与两根之积:

(1) $x^2 + 3x + 1 = 0$; (2) $2x^2 - 4x - 1 = 0$; (3) $2x^2 + 3 = 5x^2 + x$.

知识点 2 根与系数的关系的应用

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 的两个不相等的实数根 x_1, x_2 满足 $x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 + 4 = 0$, 那么 a 的值为 ()

A. 10

B. -10

C. 13

D. -13



6. 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个根, 则 $x_1^2 - x_1 + x_2$ 的值为 ()

A. -1

B. 0

C. 2

D. 3

- 
7. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (a^2 - 2a)x + a - 1 = 0$ 的两个实数根互为相反数, 则 a 的值为 _____.
8. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .
- (1) 求实数 m 的取值范围;
 - (2) 若 $x_1 - x_2 = 2$, 求实数 m 的值.
- 



整

合

运用

——提能力

9. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2(m-1)x + m^2 = 0$ 的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 且 $x_1 + x_2 > 0, x_1 x_2 > 0$, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq \frac{1}{2}$

B. $m \leq \frac{1}{2}$ 且 $m \neq 0$

C. $m < 1$

D. $m < 1$ 且 $m \neq 0$


10. (易错题) 已知实数 a, b 分别满足 $a^2 - 6a + 4 = 0$, $b^2 - 6b + 4 = 0$, 且 $a \neq b$, 则 $a^2 + b^2$ 的值是 ()

A. 28

B. -28

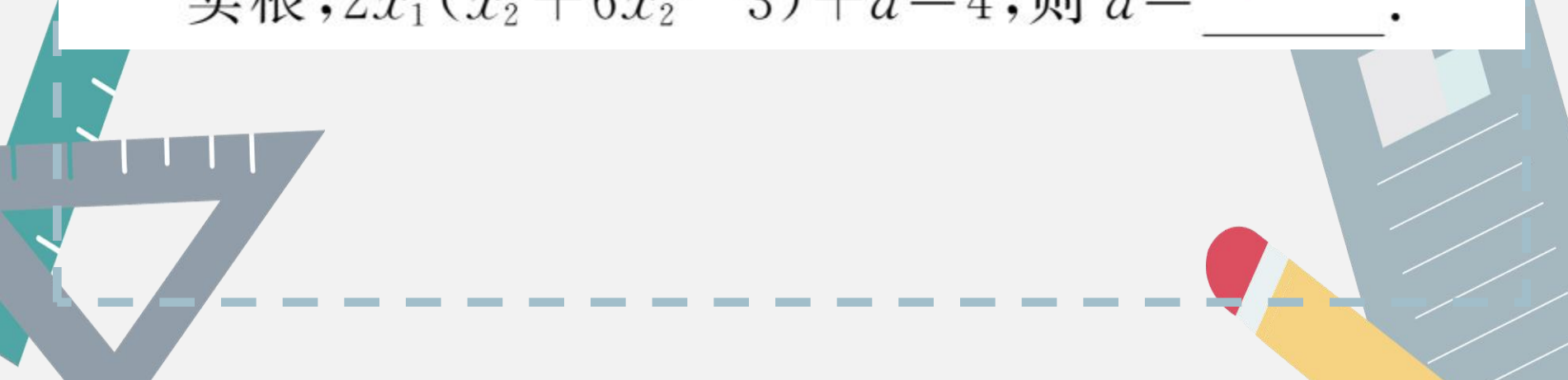
C. 44

D. -44




11. (亮点题) 在解某个二次项系数为 1 的方程时, 甲看错了一次项的系数, 得出的两个根为 $-9, -1$; 乙看错了常数项, 得出的两个根为 $8, 2$, 则这个方程为 _____.

12. 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2 + 5x - 3 = 0$ 的两个实根, $2x_1(x_2^2 + 6x_2 - 3) + a = 4$, 则 $a =$ _____.



13. 已知 x_1, x_2 是方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根, 不解方程求下列各式的值.

(1) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$; (2) $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1 x_2$.



14. (原创题) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $5x_1 + 2x_2 = 2$, 求实数 m 的值.

15. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 2 = 0$.

(1) 若该方程有两个实数根, 求 m 的最小整数值;

(2) 若方程的两个实数根为 x_1, x_2 , 且 $(x_1 - x_2)^2 + m^2 = 21$, 求 m 的值.

D 思维拓展 —— 练素养

16. (核心素养·勇于探究) 已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 5 = 0$ 的两个实数根.

(1) 若 $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = 28$, 求 m 的值;

(2) 已知等腰三角形 ABC 的一边长为 7, 若 x_1, x_2 恰好是 $\triangle ABC$ 另外两边的长, 求这个三角形的周长.

