2018年江苏省南通市中考数学试卷

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题要求的）

1. 6的相反数为（ ）

A．-6

B．6

C．$-\frac{1}{6}$

D．$\frac{1}{6}$

2. 计算$x^2 \cdot x^3$结果是（ ）

A．$2x^5$

B．x^5

C．x^6

D．x^8

3. 若代数式$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（ ）

A．$x<1$

B．$x \le 1$

C．$x>1$

D．$x \ge 1$

4. 2017年国内生产总值达到827 000亿元，稳居世界第二．将数827 000用科学记数法表示为（ ）

A．82.7×10^4

B．8.27×10^5

C．0.827×10^6

D．8.27×10^6

5. 下列长度的三条线段能组成直角三角形的是（ ）

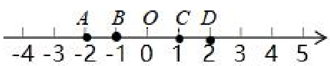
A．3，4，5

B．2，3，4

C．4，6，7

D．5，11，12

6. 如图，数轴上的点A，B，O，C，D分别表示数-2，-1，0，1，2，则表示数$2-\sqrt{5}$的点P应落在（ ）



A．线段AB上

B ．线段 BO 上

C ．线段 OC 上

D ．线段 CD 上

7. 若一个凸多边形的内角和为$720°$，则这个多边形的边数为（ ）

A ．4

B ．5

C ．6

D ．7

8. 一个圆锥的主视图是边长为 $4cm$ 的正三角形，则这个圆锥的侧面积等于（ ）

A ．$16\pi cm^2$

B ．$12\pi cm^2$

C ．$8\pi cm^2$

D ．$4\pi cm^2$

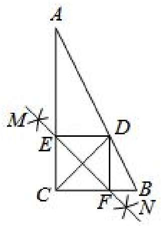
9. 如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 平分$\angle ACB$ 交 AB 于点 D，按下列步骤作图：

步骤 1：分别以点 C 和点 D 为圆心，大于$\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧相交于 M，N 两点；

步骤 2：作直线 MN，分别交 AC，BC 于点 E，F；

步骤 3：连接 DE，D

F ．若 $AC=4$，$BC=2$，则线段 DE 的长为（ ）



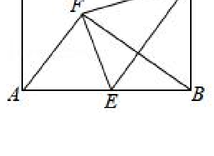
A ．$\frac{5}{3}$

B ．$\frac{3}{2}$

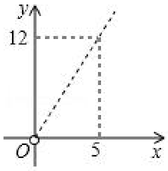
C ．$\sqrt{2}$

D ．$\frac{4}{3}$

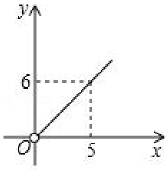
10. 如图，矩形 $ABCD$ 中，E 是 AB 的中点，将$\triangle BCE$ 沿 CE 翻折，点 B 落在点 F 处，$\tan\angle DCE=\frac{4}{3}$. 设 $AB=x$，$\triangle ABF$ 的面积为 y，则 y 与 x 的函数图象大致为（ ）



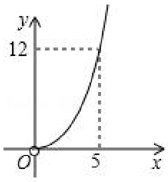
A　．



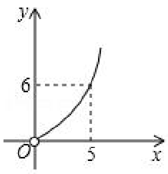
B　．



C　．



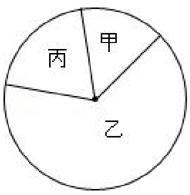
D　．



二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需写出解答过程）

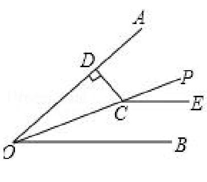
11.　计算：$3a^2b-a^2b=$______.

12.　某校学生来自甲、乙、丙三个地区，其人数比为 2:7:3，绘制成如图所示的扇形统计图，则甲地区所在扇形的圆心角度数为______度.



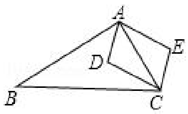
13.　一个等腰三角形的两边长分别为 $4cm$ 和 $9cm$，则它的周长为______cm.

14.　如图，$\angle AOB=40°$，OP 平分$\angle AOB$，点 C 为射线 OP 上一点，作 $CD\perp OA$ 于点 D，在$\angle POB$ 的内部作 $CE//OB$，则$\angle DCE=$______度.



15. 古代名著《算学启蒙》中有一题：良马日行二百四十里．驽马日行一百五十里．驽马先行一十二日，问良马几何追及之．意思是：跑得快的马每天走 240 里，跑得慢的马每天走 150 里．慢马先走 12 天，快马几天可追上慢马？若设快马 x 天可追上慢马，则由题意，可列方程为______.

16. 如图，在$\triangle ABC$中，AD，CD分别平分$\angle BAC$和$\angle ACB$，$AE // CD$，$CE // AD$．若从三个条件：①$AB = AC$；②$AB = BC$；③$AC = BC$中，选择一个作为已知条件，则能使四边形$ADCE$为菱形的是______（填序号）.



17. 若关于 x 的一元二次方程$\frac{1}{2}x^2 - 2mx - 4m + 1 = 0$有两个相等的实数根，则$(m - 2)^2 - 2m(m - 1)$的值为______.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(2t, 0)$，$B(0, -2t)$，$C(2t, 4t)$三点，其中 $t > 0$，函数 $y = \frac{t^2}{x}$的图象分别与线段 BC，AC 交于点 P，Q．若$S_{\triangle PAB} - S_{\triangle PQB} = t$，则 t 的值为______.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算：

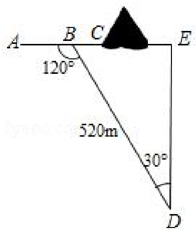
（1）$(-2)^2 - \sqrt[3]{64} + (-3)^0 - (\frac{1}{3})^{-2}$；

（2）$\frac{a^2-9}{a^2+6a+9} \div \frac{a-3}{a}$.

20. 解方程：$\frac{x}{x+1} = \frac{2x}{3x+3} + 1$.

21. 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球，把他们分别标号为 1，2，3．随机摸取一个小球然后放回，再随机摸出一个小球．用列表或画树状图的方法，求两次取出的小球标号相同的概率.

22. 如图，沿 AC 方向开山修路．为了加快施工进度，要在小山的另一边同时施工，从 AC 上的一点 B 取$\angle ABD = 120°$，$BD = 520m$，$\angle D = 30°$．那么另一边开挖点 E 离 D 多远正好使 A，C，E 三点在一直线上（$\sqrt{3}$取 1.732，结果取整数）？



23. 某商场服装部为了调动营业员的积极性，决定实行目标管理，根据目标完成的情况对营业员进行适当的奖励．为了确定一个适当的月销售目标，商场服装部统计了每位营业员在某月的销售额（单位：万元），数据如下：

17	18	16	13	24	15	28	26	18	19
22	17	16	19	32	30	16	14	15	26
15	32	23	17	15	15	28	28	16	19

对这 30 个数据按组距 3 进行分组，并整理、描述和分析如下．
频数分布表

组别	一	二	三	四	五	六	七
销售额	$13 \leq x < 16$	$16 \leq x < 19$	$19 \leq x < 22$	$22 \leq$ [illegible] $<$ [illegible]	$25 \leq$ [illegible] $<$ [illegible]	$28 \leq$ [illegible] $<$ [illegible]	$31 \leq$ [illegible] $<$ [illegible]
频数	7	9	3	a	2	b	2

数据分析表

平均数	众数	中位数
20.3	c	18

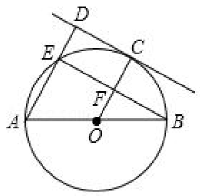
请根据以上信息解答下列问题：
（1）填空：$a =$______，$b =$______，$c =$______；

（2）若将月销售额不低于 25 万元确定为销售目标，则有______位营业员获得奖励；

（3）若想让一半左右的营业员都能达到销售目标，你认为月销售额定为多少合适？说明理由．

24. 如图，AB 为$\odot O$ 的直径，C 为$\odot O$ 上一点，AD 和过点 C 的切线互相垂直，垂足为 D，且交$\odot O$ 于点 E．连接 OC，BE，相交于点 F．
（1）求证：$EF = BF$；

（2）若 $DC = 4$，$DE = 2$，求直径 AB 的长．



25. 小明购买 A，B 两种商品，每次购买同一种商品的单价相同，具体信息如下表：

次数	购买数量（件）		购买总费用（元）
	A	B	
第一次	2	1	55
第二次	1	3	65

根据以上信息解答下列问题：

（1）求 A，B 两种商品的单价；

（2）若第三次购买这两种商品共 12 件，且 A 种商品的数量不少于 B 种商品数量的 2 倍，请设计出最省钱的购买方案，并说明理由．

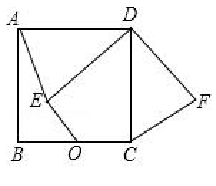
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$（$k$ 为常数）．

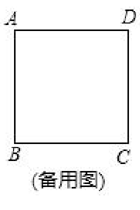
（1）若抛物线经过点$(1,k^2)$，求 k 的值；

（2）若抛物线经过点$(2k,y_1)$和点$(2,y_2)$，且$y_1>y_2$，求 k 的取值范围；

（3）若将抛物线向右平移 1 个单位长度得到新抛物线，当 $1\le x\le 2$ 时，新抛物线对应的函数有最小值$-\frac{3}{2}$，求 k 的值．

27. 如图，正方形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{5}$，O 是 BC 边的中点，点 E 是正方形内一动点，$OE=2$，连接 DE，将线段 DE 绕点 D 逆时针旋转$90°$得 DF，连接 AE，CF．





(备用图)

（1）求证：$AE=CF$；

（2）若 A，E，O 三点共线，连接 OF，求线段 OF 的长．

（3）求线段 OF 长的最小值．

28. 【定义】如图 1，A，B 为直线 l 同侧的两点，过点 A 作直线 1 的对称点 A'，连接 $A'B$ 交直线 l 于点 P，连接 AP，则称点 P 为点 A，B 关于直线 l 的"等角点".

【运用】如图 2，在平面直坐标系 xOy 中，已知 $A(2,\sqrt{3})$，$B(-2,-\sqrt{3})$两点.

（1）$C(4,\frac{\sqrt{3}}{2})$，$D(4,\frac{\sqrt{2}}{2})$，$E(4,\frac{1}{2})$三点中，点______是点 A，B 关于直线 $x=4$ 的等角点；

（2）若直线 l 垂直于 x 轴，点 $P(m,n)$是点 A，B 关于直线 l 的等角点，其中 $m>2$，$\angle APB=\alpha$，求证：$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{n}{2}$；

（3）若点 P 是点 A，B 关于直线 $y=ax+b(a\neq 0)$的等角点，且点 P 位于直线 AB 的右下方，当$\angle APB=60°$时，求 b 的取值范围（直接写出结果）.

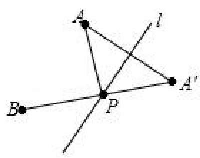


图1

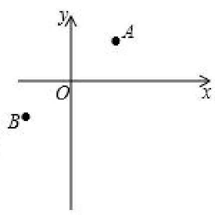
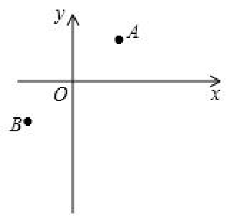


图2



(备用图)

答案

1.【答案】A

【解析】直接利用相反数的定义分析得出答案.

【解答】

6 的相反数为：-6.

故选 A.

2.【答案】B

【解析】直接利用同底数幂的乘法运算法则计算得出答案.

【解答】$x^2\cdot x^3=x^5$.

3.【答案】D

【解析】根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可.

【解答】∵式子$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，

∴$x-1\geq 0$，解得 $x\geq 1$.

4.【答案】B

【解析】科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>10 时，n 是正数；当原数的绝对值<1 时，n 是负数.

【解答】$827\,000=8.27\times 10^5$.

5.【答案】A

【解析】利用勾股定理的逆定理：如果三角形两条边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形就是直角三角形．最长边所对的角为直角．由此判定即可.

【解答】A、$\because 3^2+4^2=5^2$，$\therefore$三条线段能组成直角三角形，故 A 选项正确；
B、$\because 2^2+3^2\neq 4^2$，$\therefore$三条线段不能组成直角三角形，故 B 选项错误；
C、$\because 4^2+6^2\neq 7^2$，$\therefore$三条线段不能组成直角三角形，故 C 选项错误；
D、$\because 5^2+11^2\neq 12^2$，$\therefore$三条线段不能组成直角三角形，故 D 选项错误；
6.【答案】B
【解析】根据 $2<\sqrt{5}<3$，得到$-1<2-\sqrt{5}<0$，根据数轴与实数的关系解答.
【解答】$2<\sqrt{5}<3$，
$\therefore -1<2-\sqrt{5}<0$，
$\therefore$表示数 $2-\sqrt{5}$的点 P 应落在线段 BO 上，
7.【答案】C
【解析】设这个多边形的边数为 n，根据多边形的内角和定理得到$(n-2)\times 180^\circ=720^\circ$，然后解方程即可.
【解答】设这个多边形的边数为 n，则
$(n-2)\times 180^\circ=720^\circ$，
解得 $n=6$，
故这个多边形为六边形.
8.【答案】C
【解析】根据视图的意义得到圆锥的母线长为 4，底面圆的半径为 2，然后根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式求解.
【解答】根据题意得圆锥的母线长为 4，底面圆的半径为 2，
所以这个圆锥的侧面积$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\pi\times 2=8\pi(cm^2)$.
9.【答案】D
【解析】由作图可知，四边形 $ECFD$ 是正方形，根据$S_{\triangle ACB}=S_{\triangle ADC}+S_{\triangle CDB}$，可得$\frac{1}{2}\times AC\times BC=\frac{1}{2}\times AC\times DE+\frac{1}{2}\times BC\times DF$，由此即可解决问题.
【解答】由作图可知，四边形 $ECFD$ 是正方形，
$\therefore DE=DF=CE=CF$，$\angle DEC=\angle DFC=90^\circ$，
$\because S_{\triangle ACB}=S_{\triangle ADC}+S_{\triangle CDB}$，
$\therefore \frac{1}{2}\times AC\times BC=\frac{1}{2}\times AC\times DE+\frac{1}{2}\times BC\times DF$，
$\therefore DE=\frac{4\times 2}{6}=\frac{4}{3}$,
10.【答案】D
【解析】根据折叠，可证明$\angle AFB=90^\circ$，进而可证明$\triangle AFB\backsim\triangle EBC$，由 $\tan\angle DCE=\frac{4}{3}$,分别表示 EB、BC、CE，根据相似三角形面积之比等于相似比平方，表示$\triangle ABF$ 的面积.
【解答】设 $AB=x$，则 $AE=EB=\frac{1}{2}x$
由折叠，$FE=EB=\frac{1}{2}x$
则$\angle AFB=90^\circ$

由 $\tan\angle DCE=\frac{4}{3}$

$\therefore BC=\frac{2}{3}x$，$EC=\frac{5}{6}x$

$\because F$、B 关于 EC 对称

$\therefore\angle FBA=\angle BCE$

$\therefore\triangle AFB\backsim\triangle EBC$

$\therefore\frac{y}{S_{\triangle EBC}}=(\frac{AB}{EC})^2$

$\therefore y=\frac{1}{6}x^2\times\frac{36}{25}=\frac{6}{25}x^2$

11.【答案】$2a^2b$

【解析】根据合并同类项法则计算可得.

【解答】原式$=(3-1)a^2b=2a^2b$，

12.【答案】60

【解析】甲部分扇形圆心角的度数=部分占总体的百分比$\times 360°$.

【解答】甲部分圆心角度数是$\frac{2}{2+7+3}\times 360°=60°$，

13.【答案】22

【解析】等腰三角形两边的长为 $4cm$ 和 $9cm$，具体哪条是底边，哪条是腰没有明确说明，因此要分两种情况讨论.

【解答】①当腰是 $4cm$，底边是 $9cm$ 时：不满足三角形的三边关系，因此舍去.

②当底边是 $4cm$，腰长是 $9cm$ 时，能构成三角形，则其周长$=4+9+9=22cm$.

14.【答案】130

【解析】依据$\angle AOB=40°$，OP 平分$\angle AOB$，可得$\angle AOC=\angle BOC=20°$，再根据 $CD\perp OA$ 于点 D，$CE//OB$，即可得出$\angle DCP=90°+20°=110°$，$\angle PCE=\angle POB=20°$，依据$\angle DCE=\angle DCP+\angle PCE$ 进行计算即可.

【解答】$\because\angle AOB=40°$，OP 平分$\angle AOB$，

$\therefore\angle AOC=\angle BOC=20°$，

又$\because CD\perp OA$ 于点 D，$CE//OB$，

$\therefore\angle DCP=90°+20°=110°$，$\angle PCE=\angle POB=20°$，

$\therefore\angle DCE=\angle DCP+\angle PCE=110°+20°=130°$，

15.【答案】$240x=150x+12\times 150$

【解析】设快马 x 天可以追上慢马，根据快马和慢马所走的路程相等建立方程即可.

【解答】设快马 x 天可以追上慢马，

据题题意：$240x=150x+12\times 150$，

16.【答案】②

【解析】当 $BA=BC$ 时，四边形 $ADCE$ 是菱形．只要证明四边形 $ADCE$ 是平行四边形，$DA=DC$ 即可解决问题.

【解答】当 $BA=BC$ 时，四边形 $ADCE$ 是菱形.

理由：$\because AE//CD$，$CE//AD$，

$\therefore$四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

$\because BA=BC$，

$\therefore\angle BAC=\angle BCA$，

$\because AD$，CD 分别平分$\angle BAC$ 和$\angle ACB$，
$\therefore \angle DAC=\angle DCA$，
$\therefore DA=DC$，
$\therefore$四边形 $ADCE$ 是菱形.

17.【答案】$\frac{7}{2}$

【解析】根据根的判别式即可求出答案.
【解答】由题意可知：$\Delta=4m^2-2(1-4m)=4m^2+8m-2=0$，

$\therefore m^2+2m=\frac{1}{2}$

$\therefore (m-2)^2-2m(m-1)$
$=-m^2-2m+4$
$=-\dfrac{1}{2}+4$
$=\dfrac{7}{2}$
18.【答案】4

【解析】先根据题意画出，因为函数 $y=\frac{t^2}{x}$的图象分别与线段 BC，AC 交于点 P，Q．可确定 P 和 Q 在第一象限，根据 Q 在 AC 上可得 Q 的坐标，根据反比例函数和直线 BC 的解析式列方程可得 P 的坐标，根据$S_{\triangle PAB}-S_{\triangle PQB}=t$，列关于 t 的方程可得结论.
【解答】如图所示，
$\because A(2t,0)$，$C(2t,4t)$，
$\therefore AC\perp x$ 轴，

当 $x=2t$ 时，$y=\frac{t^2}{2t}=\frac{t}{2}$,

$\therefore Q(2t,\frac{t}{2})$，

$\because B(0,-2t)$，$C(2t,4t)$，
易得直线 BC 的解析式为：$y=3x-2t$，

则 $3x-2t=\frac{t^2}{x}$,

解得：$x_1=t$，$x_2=-\frac{1}{3}t$（舍），

$\therefore P(t,t)$，
$\because S_{\triangle PAB}=S_{\triangle BAC}-S_{\triangle APC}$，$S_{\triangle PQB}=S_{\triangle BAC}-S_{\triangle ABQ}-S_{\triangle PQC}$，
$\because S_{\triangle PAB}-S_{\triangle PQB}=t$，
$\therefore (S_{\triangle BAC}-S_{\triangle APC})-(S_{\triangle BAC}-S_{\triangle ABQ}-S_{\triangle PQC})=t$，

$S_{\triangle ABQ}+S_{\triangle PQC}-S_{\triangle APC}=\frac{1}{2}*\frac{t}{2}*2t+\frac{1}{2}*(4t-\frac{t}{2})*t-\frac{1}{2}*4t*t=t$，

$t=4$，

19.【答案】原式$=4-4+1-9=-8$；；原式$=\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)^2}\cdot\frac{a}{a-3}=\frac{a}{a+3}$.

【解析】(1)先计算乘方、立方根、零指数幂及负整数指数幂，再计算加减可得；

(2)先因式分解、除法转化为乘法，再约分即可得．；

【解答】原式$=4-4+1-9=-8$；；原式$=\frac{(a+3)(a-3)}{(a+3)^2}\cdot\frac{a}{a-3}=\frac{a}{a+3}$.

20.【答案】方程两边都乘 $3(x+1)$，
得：$3x-2x=3(x+1)$，

解得：$x=-\frac{3}{2}$,

经检验 $x=-\frac{3}{2}$是方程的解，

∴原方程的解为 $x=-\frac{3}{2}$.

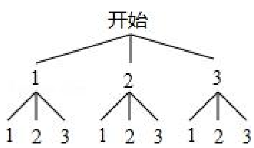
【解析】本题的最简公分母是 $3(x+1)$，方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解.
【解答】方程两边都乘 $3(x+1)$，
得：$3x-2x=3(x+1)$，

解得：$x=-\frac{3}{2}$,

经检验 $x=-\frac{3}{2}$是方程的解，

∴原方程的解为 $x=-\frac{3}{2}$.

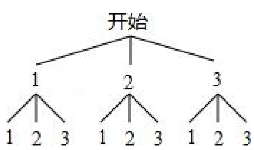
21.【答案】画树状图得：



则共有 9 种等可能的结果，两次摸出的小球标号相同时的情况有 3 种，

所以两次取出的小球标号相同的概率为$\frac{1}{3}$.

【解析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的小球标号相同时的情况，再利用概率公式即可求得答案.
【解答】画树状图得：



则共有 9 种等可能的结果，两次摸出的小球标号相同时的情况有 3 种，

所以两次取出的小球标号相同的概率为$\frac{1}{3}$.

22.【答案】另一边开挖点 E 离 $D450m$，正好使 A，C，E 三点在一直线上

【解析】根据三角形内角与外角的关系可求出$\angle AED$的度数，再根据勾股定理即可求出DE的长．

【解答】$\because \angle ABD=120^{\circ}$，$\angle D=30^{\circ}$，

$\therefore \angle AED=120^{\circ}-30^{\circ}=90^{\circ}$，

在$Rt\triangle BDE$中，$BD=520m$，$\angle D=30^{\circ}$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BD=260m$，

$\therefore DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=260\sqrt{3}\approx 450(m)$．

23.【答案】3,4,15; 8; 想让一半左右的营业员都能达到销售目标，你认为月销售额定为18万合适．

因为中位数为18，即大于18与小于18的人数一样多，

所以月销售额定为18万，有一半左右的营业员能达到销售目标．

【解析】(1)从表中数出落在$22\le x<25$和$28\le x<31$范围内的数据个数得到a、b的值，利用众数定义确定c的值；

(2)利用频数分布表，后面三组的频数和为获得奖励的营业员的数量；

(3)利用中位数的意义进行回答．;;

【解答】在$22\le x<25$范围内的数据有3个，在$28\le x<31$范围内的数据有4个，15出现的次数最大，则众数为15;; 月销售额不低于25万元为后面三组数据，即有8位营业员获得奖励;

故答案为3，4，15;8;; 想让一半左右的营业员都能达到销售目标，你认为月销售额定为18万合适．

因为中位数为18，即大于18与小于18的人数一样多，

所以月销售额定为18万，有一半左右的营业员能达到销售目标．

24.【答案】证明：$\because OC\perp CD$，$AD\perp CD$，

$\therefore OC//AD$，$\angle OCD=90^{\circ}$，

$\therefore \angle OFE=\angle OCD=90^{\circ}$，

$\because OB=OE$，

$\therefore EF=BF$;;$\because\because AB$为$\odot O$的直径，

$\therefore \angle AEB=90^{\circ}$，

$\because \angle OCD=\angle CFE=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$EFCD$是矩形，

$\therefore EF=CD$，$DE=CF$，

$\because DC=4$，$DE=2$，

$\therefore EF=4$，$CF=2$，

设$\odot O$的为r，

$\because \angle OFB=90^{\circ}$，

$\therefore OB^2=OF^2+BF^2$，

即$r^2=(r-2)^2+4^2$，

解得，$r=5$，

$\therefore AB=2r=10$，

即直径AB的长是10．

【解析】(1)根据题意和平行线的性质、垂径定理可以证明结论成立;

(2)根据题意，利用矩形的性质和勾股定理可以解答本题．;

【解答】证明：$\because OC\perp CD$，$AD\perp CD$，

$\therefore OC//AD$，$\angle OCD=90°$，
$\therefore \angle OFE=\angle OCD=90°$，
$\because OB=OE$，
$\therefore EF=BF$；；$\because\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，
$\therefore \angle AEB=90°$，
$\because \angle OCD=\angle CFE=90°$，
$\therefore$四边形 $EFCD$ 是矩形，
$\therefore EF=CD$，$DE=CF$，
$\because DC=4$，$DE=2$，
$\therefore EF=4$，$CF=2$，
设$\odot O$ 的为 r，
$\because \angle OFB=90°$，
$\therefore OB^2=OF^2+BF^2$，
即$r^2=(r-2)^2+4^2$，
解得，$r=5$，
$\therefore AB=2r=10$，
即直径 AB 的长是 10．
25.【答案】设 A 种商品的单价为 x 元，B 种商品的单价为 y 元，根据题意可得：
$\begin{cases}2x+y=55\\x+3y=65\end{cases}$，
解得：$\begin{cases}x=20\\y=15\end{cases}$，
答：A 种商品的单价为 20 元，B 种商品的单价为 15 元；；设第三次购买商品 A 种 a 件，则购买 B 种商品$(12-a)$件，根据题意可得：
$a\geq 2(12-a)$，
得：$8\leq a\leq 12$，
$\because m=20a+15(12-a)=5a+180$
$\therefore$当 $a=8$ 时所花钱数最少，即购买 A 商品 8 件，B 商品 4 件．
【解析】(1)根据表格中数据进而得出等式组成方程组求出答案；
(2)利用 A 种商品的数量不少于 B 种商品数量的 2 倍，得出商品数量的取值范围，进而求出答案．；
【解答】设 A 种商品的单价为 x 元，B 种商品的单价为 y 元，根据题意可得：
$\begin{cases}2x+y=55\\x+3y=65\end{cases}$，
解得：$\begin{cases}x=20\\y=15\end{cases}$，
答：A 种商品的单价为 20 元，B 种商品的单价为 15 元；；设第三次购买商品 A 种 a 件，则购买 B 种商品$(12-a)$件，根据题意可得：
$a\geq 2(12-a)$，
得：$8\leq a\leq 12$，
$\because m=20a+15(12-a)=5a+180$
$\therefore$当 $a=8$ 时所花钱数最少，即购买 A 商品 8 件，B 商品 4 件．

26.【答案】把点$(1,k^2)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$k^2=1^2-2(k-1)+k^2-\dfrac{5}{2}k$

解得 $k=\frac{2}{3}$; 把点$(2k,y_1)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$y_1=(2k)^2-2(k-1)\cdot 2k+k^2-\dfrac{5}{2}k=k^{2+}\dfrac{3}{2}k$

把点$(2,y_2)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$y_2=2^2-2(k-1)\times 2+k^2-\dfrac{5}{2}k=k^2-\dfrac{13}{2}k+8$

$\because y_1>y_2$

$\therefore k^{2+}\frac{3}{2}k>k^2-\frac{13}{2}k+8$

解得 $k>1$; 抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$ 解析式配方得

$y=(x-k+1)^2+(-\dfrac{1}{2}k-1)$

将抛物线向右平移 1 个单位长度得到新解析式为

$y=(x-k)^2+(-\dfrac{1}{2}k-1)$

当 $k<1$ 时，$1\leq x\leq 2$ 对应的抛物线部分位于对称轴右侧，y 随 x 的增大而增大，

$\therefore x=1$ 时，$y_{最小}=(1-k)^2-\frac{1}{2}k-1=k^2-\frac{5}{2}k$,

$\therefore k^2-\frac{5}{2}k=-\frac{3}{2}$，解得$k_1=1$，$k_2=\frac{3}{2}$

都不合题意，舍去；

当 $1\leq k\leq 2$ 时，$y_{最小}=-\frac{1}{2}k-1$，

$\therefore -\frac{1}{2}k-1=-\frac{3}{2}$

解得 $k=1$;

当 $k>2$ 时，$1\leq x\leq 2$ 对应的抛物线部分位于对称轴左侧，y 随 x 的增大而减小，

$\therefore x=2$ 时，$y_{最小}=(2-k)^2-\frac{1}{2}k-1=k^2-\frac{9}{2}k+3$,

$\therefore k^2-\frac{9}{2}k+3=-\frac{3}{2}$

解得$k_1=3$，$k_2=\frac{3}{2}$（舍去）

综上，$k=1$ 或 3.

【解析】(1)把点坐标代入解析式即可；

(2)分别把点$(2k,y_1)$和点$(2,y_2)$代入函数解析式，表示y_1、y_2利用条件构造关于 k 的不等式；

(3)根据平移得到新顶点，用 k 表示顶点坐标，找到最小值求 k. ; ;

【解答】把点$(1,k^2)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$k^2=1^2-2(k-1)+k^2-\frac{5}{2}k$

解得 $k=\frac{2}{3}$; 把点$(2k,y_1)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$y_1=(2k)^2-2(k-1)\cdot 2k+k^2-\frac{5}{2}k=k^{2+}\frac{3}{2}k$

把点$(2,y_2)$代入抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$，得

$y_2=2^2-2(k-1)\times 2+k^2-\frac{5}{2}k=k^2-\frac{13}{2}k+8$

$\because y_1>y_2$

$\therefore k^{2+}\frac{3}{2}k>k^2-\frac{13}{2}k+8$

解得 $k>1$; 抛物线 $y=x^2-2(k-1)x+k^2-\frac{5}{2}k$ 解析式配方得

$y=(x-k+1)^2+(-\frac{1}{2}k-1)$

将抛物线向右平移 1 个单位长度得到新解析式为

$y=(x-k)^2+(-\frac{1}{2}k-1)$

当 $k<1$ 时，$1\le x\le 2$ 对应的抛物线部分位于对称轴右侧，y 随 x 的增大而增大，

$\therefore x=1$ 时，$y_{最小}=(1-k)^2-\frac{1}{2}k-1=k^2-\frac{5}{2}k$，

$\therefore k^2-\frac{5}{2}k=-\frac{3}{2}$，解得$k_1=1$，$k_2=\frac{3}{2}$

都不合题意，舍去；

当 $1\le k\le 2$ 时，$y_{最小}=-\frac{1}{2}k-1$，

$\therefore -\frac{1}{2}k-1=-\frac{3}{2}$

解得 $k=1$；

当 $k>2$ 时，$1\le x\le 2$ 对应的抛物线部分位于对称轴左侧，y 随 x 的增大而减小，

$\therefore x=2$ 时，$y_{最小}=(2-k)^2-\frac{1}{2}k-1=k^2-\frac{9}{2}k+3$，

$\therefore k^2-\frac{9}{2}k+3=-\frac{3}{2}$

解得$k_1=3$，$k_2=\frac{3}{2}$（舍去）

综上，$k=1$ 或 3.

27.【答案】证明：如图 1，由旋转得：$\angle EDF=90°$，$ED=DF$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ADC=90°$，$AD=CD$，

$\therefore \angle ADC=\angle EDF$，

即$\angle ADE+\angle EDC=\angle EDC+\angle CDF$，

$\therefore \angle ADE = \angle CDF$，

在$\triangle ADE$和$\triangle DCF$中，

$\because \begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDF \\ DE = DF \end{cases}$，

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle DCF$，

$\therefore AE = CF$；；如图2，过F作OC的垂线，交BC的延长线于P，

$\because O$是BC的中点，且$AB = BC = 2\sqrt{5}$，

$\because A$，E，O三点共线，

$\therefore OB = \sqrt{5}$，

由勾股定理得：$AO = 5$，

$\because OE = 2$，

$\therefore AE = 5 - 2 = 3$，

由(1)知：$\triangle ADE \cong \triangle DCF$，

$\therefore \angle DAE = \angle DCF$，$CF = AE = 3$，

$\because \angle BAD = \angle DCP$，

$\therefore \angle OAB = \angle PCF$，

$\because \angle ABO = \angle P = 90°$，

$\therefore \triangle ABO \backsim \triangle CPF$，

$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{CP}{PF} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2$，

$\therefore CP = 2PF$，

设$PF = x$，则$CP = 2x$，

由勾股定理得：$3^2 = x^2 + (2x)^2$，

$x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$或$-\frac{3\sqrt{5}}{5}$（舍），

$\therefore FP = \frac{3\sqrt{5}}{5}$，$OP = \sqrt{5} + \frac{6\sqrt{5}}{5} = \frac{11\sqrt{5}}{5}$，

由勾股定理得：$OF = \sqrt{(\frac{3\sqrt{5}}{5})^2 + (\frac{11\sqrt{5}}{5})^2} = \sqrt{26}$，；如图3，由于$OE = 2$，所以$E$点可以看作是以$O$为圆心，2为半径的半圆上运动，

延长BA到P点，使得$AP = OC$，连接PE，

$\because AE = CF$，$\angle PAE = \angle OCF$，

$\therefore \triangle PAE \cong \triangle OCF$，

$\therefore PE = OF$，

当PE最小时，为O、E、P三点共线，

$OP = \sqrt{OB^2 + PB^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{5})^2} = 5\sqrt{2}$，

$\therefore PE = OF = OP - OE = 5\sqrt{2} - 2$，

$\therefore OF$的最小值是$5\sqrt{2} - 2$．

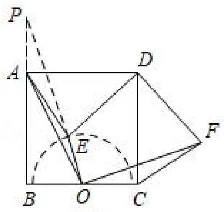


图3

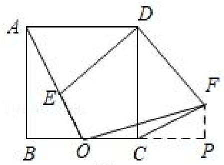


图2

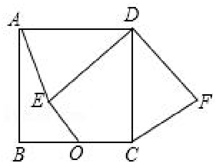


图1

【解析】(1)根据旋转的性质，对应线段和对应角相等，可证明$\triangle ADE \cong \triangle DCF$，即可得到$AE = CF$;

(2)先利用：$\triangle ADE \cong \triangle DCF$，求得$CF$的长，再利用$\triangle ABO \backsim \triangle CPF$，求得$CP$、$PF$的长，即可求得$OF$的长;

(3)当O、E、P三点共线时，PE最小，即OF最小，根据勾股定理可得OP的长，从而得PE的长．和OF的最小值．;;

【解答】证明：如图1，由旋转得：$\angle EDF = 90°$，$ED = DF$，

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴$\angle ADC = 90°$，$AD = CD$，

∴$\angle ADC = \angle EDF$，

即$\angle ADE + \angle EDC = \angle EDC + \angle CDF$，

∴$\angle ADE = \angle CDF$，

在$\triangle ADE$和$\triangle DCF$中，

$$∵\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADE = \angle CDF \\ DE = DF \end{cases}，$$

∴$\triangle ADE \cong \triangle DCF$，

∴$AE = CF$；；如图2，过F作OC的垂线，交BC的延长线于P，

∵O是BC的中点，且$AB = BC = 2\sqrt{5}$，

∵A，E，O三点共线，

∴$OB = \sqrt{5}$，

由勾股定理得：$AO = 5$，

∵$OE = 2$，

∴$AE = 5 - 2 = 3$，

由(1)知：$\triangle ADE\cong\triangle DCF$，
$\therefore\angle DAE=\angle DCF$，$CF=AE=3$，
$\because\angle BAD=\angle DCP$，
$\therefore\angle OAB=\angle PCF$，
$\because\angle ABO=\angle P=90°$，
$\therefore\triangle ABO\backsim\triangle CPF$，
$\therefore\frac{AB}{OB}=\frac{CP}{PF}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=2$，
$\therefore CP=2PF$，
设 $PF=x$，则 $CP=2x$，
由勾股定理得：$3^2=x^2+(2x)^2$，
$x=\frac{3\sqrt{5}}{5}$或$-\frac{3\sqrt{5}}{5}$（舍），
$\therefore FP=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，$OP=\sqrt{5}+\frac{6\sqrt{5}}{5}=\frac{11\sqrt{5}}{5}$，
由勾股定理得：$OF=\sqrt{(\frac{3\sqrt{5}}{5})^2+(\frac{11\sqrt{5}}{5})^2}=\sqrt{26}$，；如图 3，由于 $OE=2$，所以 E 点可以看作是以 O 为圆心，2 为半径的半圆上运动，
延长 BA 到 P 点，使得 $AP=OC$，连接 PE，
$\because AE=CF$，$\angle PAE=\angle OCF$，
$\therefore\triangle PAE\cong\triangle OCF$，
$\therefore PE=OF$，
当 PE 最小时，为 O、E、P 三点共线，
$OP=\sqrt{OB^2+PB^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(3\sqrt{5})^2}=5\sqrt{2}$，
$\therefore PE=OF=OP-OE=5\sqrt{2}-2$，
$\therefore OF$ 的最小值是 $5\sqrt{2}-2$．

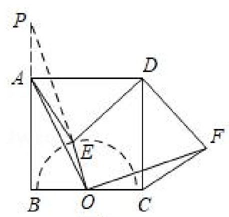


图3

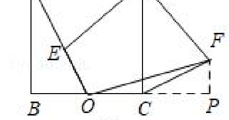


图2

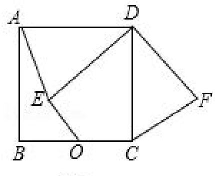
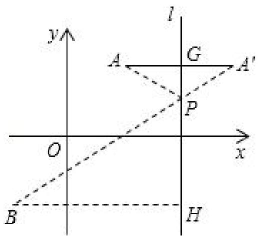


图1

28.【答案】C; 如图，过点 A 作直线 l 的对称点 A'，连 $A'B'$，交直线 l 于点 P
作 $BH\perp l$ 于点 H



∵点 A 和 A'关于直线 l 对称

∴$\angle APG=\angle A'PG$

∵$\angle BPH=\angle A'PG$

∴$\angle AGP=\angle BPH$

∵$\angle AGP=\angle BHP=90°$

∴$\triangle AGP\backsim\triangle BHP$

∴$\frac{AG}{BH}=\frac{GP}{HP}$，即$\frac{m-2}{m+2}=\frac{\sqrt{3}-n}{n+\sqrt{3}}$

∴$mn=2\sqrt{3}$，即 $m=\frac{2\sqrt{3}}{n}$

∵$\angle APB=\alpha$，$AP=AP'$

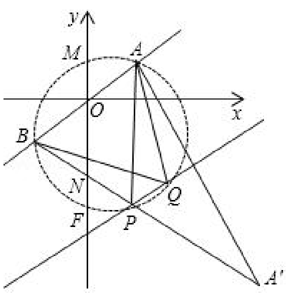
∴$\angle A=\angle A'=\frac{\alpha}{2}$

在 $Rt\triangle AGP$ 中，$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{PG}{AG}=\frac{\sqrt{3}-n}{m-2}=\frac{\sqrt{3}-n}{\frac{2\sqrt{3}}{n}-2}=\frac{n}{2}$; 如图，当点 P 位于直线 AB 的右下方，$\angle APB=60°$时，

点 P 在以 AB 为弦，所对圆周为60°，且圆心在 AB 下方

若直线 $y=ax+b(a\neq 0)$与圆相交，设圆与直线 $y=ax+b(a\neq 0)$的另一个交点为 Q

由对称性可知：$\angle APQ=\angle A'PQ$，



又$\angle APB=60°$

$\therefore \angle APQ = \angle A'PQ = 60°$
$\therefore \angle ABQ = \angle APQ = 60°$，$\angle AQB = \angle APB = 60°$
$\therefore \angle BAQ = 60° = \angle AQB = \angle ABQ$
$\therefore \triangle ABQ$ 是等边三角形
$\because$线段 AB 为定线段
$\therefore$点 Q 为定点
若直线 $y = ax + b(a \neq 0)$与圆相切，易得 P、Q 重合
$\therefore$直线 $y = ax + b(a \neq 0)$过定点 Q
连 OQ，过点 A、Q 分别作 $AM \perp y$ 轴，$QN \perp y$ 轴，垂足分别为 M、N
$\because A(2,\sqrt{3})$，$B(-2,-\sqrt{3})$
$\therefore OA = OB = \sqrt{7}$
$\because \triangle ABQ$ 是等边三角形
$\therefore \angle AOQ = \angle BOQ = 90°$，$OQ = \sqrt{3}OB = \sqrt{21}$
$\therefore \angle AOM + \angle NOD = 90°$
又$\because \angle AOM + \angle MAO = 90°$，$\angle NOQ = \angle MAO$
$\because \angle AMO = \angle ONQ = 90°$
$\therefore \triangle AMO \backsim \triangle ONQ$

$\therefore \frac{AM}{ON} = \frac{MO}{NQ} = \frac{AO}{OQ}$

$\therefore \frac{2}{ON} = \frac{\sqrt{3}}{NQ} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{21}}$

$\therefore ON = 2\sqrt{3}$，$NQ = 3$，$\therefore Q$ 点坐标为$(3,-2\sqrt{3})$
设直线 BQ 解析式为 $y = kx + b$
将 B、Q 坐标代入得

$\begin{cases} -\sqrt{3} = -2k + b \\ -2\sqrt{3} = 3k + b \end{cases}$

解得

$\begin{cases} k = -\dfrac{\sqrt{3}}{5} \\ b = -\dfrac{7\sqrt{3}}{5} \end{cases}$

$\therefore$直线 BQ 的解析式为：$y = -\frac{\sqrt{3}}{5}x - \frac{7\sqrt{3}}{5}$

设直线 AQ 的解析式为：$y = mx + n$

将 A、Q 两点代入$\begin{cases} \sqrt{3} = 2m + n \\ -2\sqrt{3} = 3m + n \end{cases}$

解得$\begin{cases} m = -3\sqrt{3} \\ n = 7\sqrt{3} \end{cases}$

$\therefore$直线 AQ 的解析式为：$y = -3\sqrt{3}x + 7\sqrt{3}$

若点 P 与 B 点重合，则直线 PQ 与直线 BQ 重合，此时，$b = -\frac{7\sqrt{3}}{5}$

若点 P 与点 A 重合，则直线 PQ 与直线 AQ 重合，此时，$b = 7\sqrt{3}$
又$\because y = ax + b(a \neq 0)$，且点 P 位于 AB 右下方

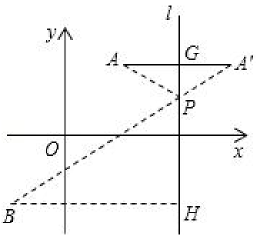
$\therefore b < -\frac{7\sqrt{3}}{5}$且 $b \neq -2\sqrt{3}$或 $b > 7\sqrt{3}$

【解析】(1)求 B 点的对称点 B'，连 AB'，求直线 AB'解析式，得到与直线 $x=4$；
(2)由对称证明$\triangle AGP \backsim \triangle BHP$，求$\angle A'$度数，利用锐角三角形函数函数求正切值；
(3)构造以 AB 为弦，所对圆周为$60°$，且圆心在 AB 下方的圆，点 P 为圆上的点，利用 P 点为直线 $y=ax+b$ 的等角点情况讨论直线 $y=ax+b$ 相切的情况．；；
【解答】点 B 关于直线 $x=4$ 的对称点为 $B'(10,-\sqrt{3})$

∴直线 AB'解析式为：$y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x+\frac{3\sqrt{3}}{2}$

当 $x=4$ 时，$y=\frac{\sqrt{3}}{2}$

故答案为：C；如图，过点 A 作直线 l 的对称点 A'，连 $A'B'$，交直线 l 于点 P
作 $BH\perp l$ 于点 H



∵点 A 和 A'关于直线 l 对称
∴$\angle APG=\angle A'PG$
∵$\angle BPH=\angle A'PG$
∴$\angle AGP=\angle BPH$
∵$\angle AGP=\angle BHP=90°$
∴$\triangle AGP \backsim \triangle BHP$
∴$\frac{AG}{BH}=\frac{GP}{HP}$，即$\frac{m-2}{m+2}=\frac{\sqrt{3}-n}{n+\sqrt{3}}$

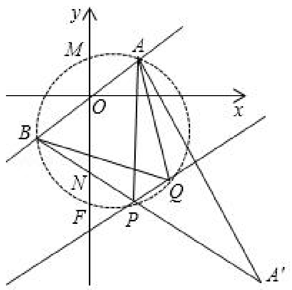
∴$mn=2\sqrt{3}$，即 $m=\frac{2\sqrt{3}}{n}$

∵$\angle APB=\alpha$，$AP=AP'$

∴$\angle A=\angle A'=\frac{\alpha}{2}$

在 $Rt\triangle AGP$ 中，$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{PG}{AG}=\frac{\sqrt{3}-n}{m-2}=\frac{\sqrt{3}-n}{\frac{2\sqrt{3}}{n}-2}=\frac{n}{2}$；如图，当点 P 位于直线 AB 的右下方，

$\angle APB=60°$时，
点 P 在以 AB 为弦，所对圆周为$60°$，且圆心在 AB 下方
若直线 $y=ax+b(a\neq 0)$与圆相交，设圆与直线 $y=ax+b(a\neq 0)$的另一个交点为 Q
由对称性可知：$\angle APQ=\angle A'PQ$，



又$\angle APB=60^{\circ}$

$\therefore\angle APQ=\angle A'PQ=60^{\circ}$

$\therefore\angle ABQ=\angle APQ=60^{\circ}$，$\angle AQB=\angle APB=60^{\circ}$

$\therefore\angle BAQ=60^{\circ}=\angle AQB=\angle ABQ$

$\therefore\triangle ABQ$ 是等边三角形

$\because$线段 AB 为定线段

$\therefore$点 Q 为定点

若直线 $y=ax+b(a\neq0)$与圆相切，易得 P、Q 重合

$\therefore$直线 $y=ax+b(a\neq0)$过定点 Q

连 OQ，过点 A、Q 分别作 $AM\perp y$ 轴，$QN\perp y$ 轴，垂足分别为 M、N

$\because A(2,\sqrt{3})$，$B(-2,-\sqrt{3})$

$\therefore OA=OB=\sqrt{7}$

$\because\triangle ABQ$ 是等边三角形

$\therefore\angle AOQ=\angle BOQ=90^{\circ}$，$OQ=\sqrt{3}OB=\sqrt{21}$

$\therefore\angle AOM+\angle NOD=90^{\circ}$

又$\because\angle AOM+\angle MAO=90^{\circ}$，$\angle NOQ=\angle MAO$

$\because\angle AMO=\angle ONQ=90^{\circ}$

$\therefore\triangle AMO\backsim\triangle ONQ$

$\therefore\frac{AM}{ON}=\frac{MO}{NQ}=\frac{AO}{OQ}$

$\therefore\frac{2}{ON}=\frac{\sqrt{3}}{NQ}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{21}}$

$\therefore ON=2\sqrt{3}$，$NQ=3$，$\therefore Q$ 点坐标为$(3,-2\sqrt{3})$

设直线 BQ 解析式为 $y=kx+b$

将 B、Q 坐标代入得

$$\begin{cases}-\sqrt{3}=-2k+b\\-2\sqrt{3}=3k+b\end{cases}$$

解得

$$\begin{cases}k=-\dfrac{\sqrt{3}}{5}\\b=-\dfrac{7\sqrt{3}}{5}\end{cases}$$

$\therefore$直线 BQ 的解析式为：$y=-\frac{\sqrt{3}}{5}x-\frac{7\sqrt{3}}{5}$

设直线 AQ 的解析式为：$y=mx+n$

将 A、Q 两点代入$\begin{cases}\sqrt{3}=2m+n\\-2\sqrt{3}=3m+n\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=-3\sqrt{3}\\n=7\sqrt{3}\end{cases}$

∴直线 AQ 的解析式为：$y=-3\sqrt{3}x+7\sqrt{3}$

若点 P 与 B 点重合，则直线 PQ 与直线 BQ 重合，此时，$b=-\frac{7\sqrt{3}}{5}$

若点 P 与点 A 重合，则直线 PQ 与直线 AQ 重合，此时，$b=7\sqrt{3}$

又∵$y=ax+b(a\neq 0)$，且点 P 位于 AB 右下方

∴$b<-\frac{7\sqrt{3}}{5}$且 $b\neq-2\sqrt{3}$或 $b>7\sqrt{3}$