





22.3 实际问题与二次函数



第1课时 图形面积与二次函数



A 自主课堂

【要点导航】

当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点是最 _____ 点, 即当 $x =$

_____ 时, 二次函数 $y = ax^2 + bx$

$+ c$ 有最 _____ 值. 当 a

< 0 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶

点是最 _____ 点, 即当 $x =$

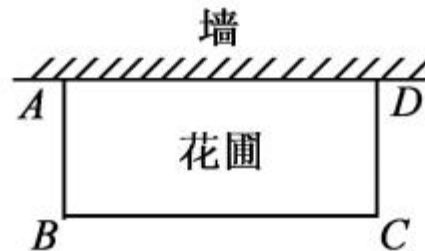
_____ 时, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 有最

_____ 值.

【经典导学】

【例 1】 张大爷要围成一个矩形花圃, 花圃的一边利用足够长的墙, 另三边用总长为 32 米的篱笆恰好围成. 围成的花圃是如图所示的矩形 $ABCD$. 设 AB 边的长为 x 米, 矩形 $ABCD$ 的面积为 S 平方米.

- (1) 求 S 与 x 之间的函数关系式 (不要写出自变量 x 的取值范围);
- (2) 当 x 为何值时, S 有最大值? 并求出最大值.

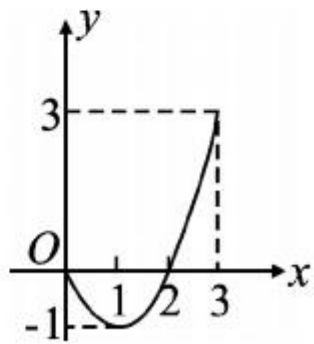


破解思路：由 $S=AB \cdot BC$ 表示出关系式，再由顶点坐标公式求出最大值。

【学生解答】

【易错易混】求最大(小)值时，忽视了自变量取值范围。

【例 2】二次函数的图象($0 \leq x \leq 3$)如图所示，则函数的最大值为_____，最小值为_____。

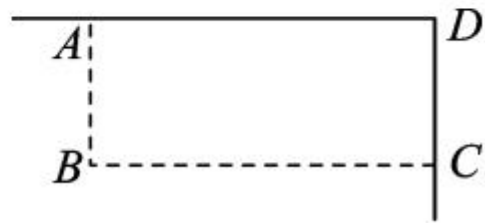


【学生解答】

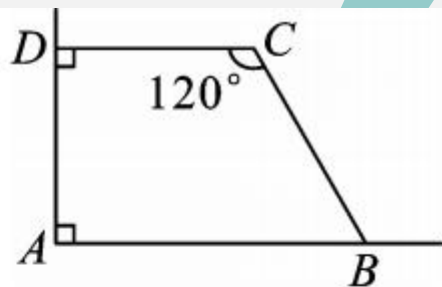
B 固本夯基 —— 逐点练

知识点 图形面积最大的问题

1. (教材 P₅₂ T₄ 变式) 已知一个直角三角形两直角边长之和为 20cm, 则这个直角三角形的最大面积为 ()
- A. 25cm^2 B. 50cm^2 C. 100cm^2 D. 不确定
2. 如图, 假设篱笆(虚线部分)的长度为 16m, 则所围成矩形 ABCD 的最大面积是 ()
- A. 60m^2 B. 63m^2 C. 64m^2 D. 66m^2

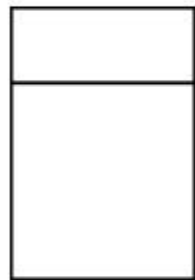


3. (连云港市中考)如图,利用一个直角墙角修建一个梯形储料场 $ABCD$,其中 $\angle C=120^\circ$.若新建墙 BC 与 CD 总长为 12m ,则该梯形储料场 $ABCD$ 的最大面积是 ()



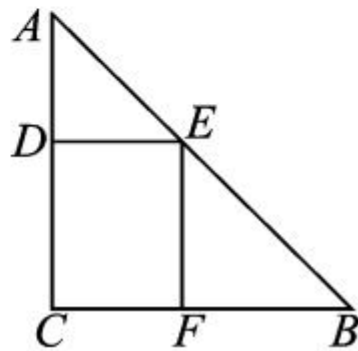
- A. 18m^2 B. $18\sqrt{3}\text{m}^2$ C. $24\sqrt{3}\text{m}^2$ D. $\frac{45\sqrt{3}}{2}\text{m}^2$

4. 用长 8m 的铝合金条制成使窗户的透光面积最大的矩形窗框(如图),那么这个窗户的最大透光面积是 ()



- A. $\frac{64}{25}\text{m}^2$ B. $\frac{4}{3}\text{m}^2$
C. $\frac{8}{3}\text{m}^2$ D. 4m^2

5. (教材 $P_{52} T_6$ 变式)如图,已知等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, $BC=2\text{cm}$,在三角形内作矩形 $CDEF$,使 D 在 AC 上, E 在 AB 上, F 在 BC 上,则矩形 $CDEF$ 的最大面积为 _____,此时矩形 $CDEF$ 为 _____.



6. 手工课上,小明准备做一个形状是菱形的风筝,这个菱形的两条对角线长度之和恰好为 60cm ,菱形的面积 $S(\text{cm}^2)$ 随其中一条对角线的长 $x(\text{cm})$ 的变化而变化.

(1) 请直接写出 S 与 x 之间的函数关系式(不要求写出自变量 x 的取值范围);

(2) 当 x 是多少时,菱形风筝的面积 S 最大? 最大面积是多少?

C 整合运用 —— 提能力

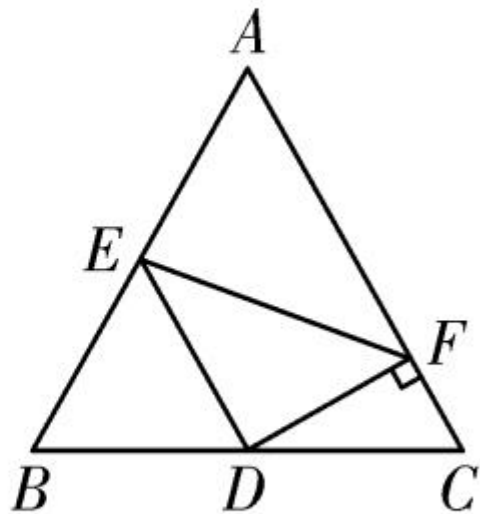
7. 如图, D 是边长为 4 的等边三角形 ABC 的边 BC 上一点, $ED \parallel AC$ 交 AB 于点 E , $DF \perp AC$ 交 AC 于点 F , $\triangle EDF$ 的面积最大是 ()

A. $2\sqrt{3}$

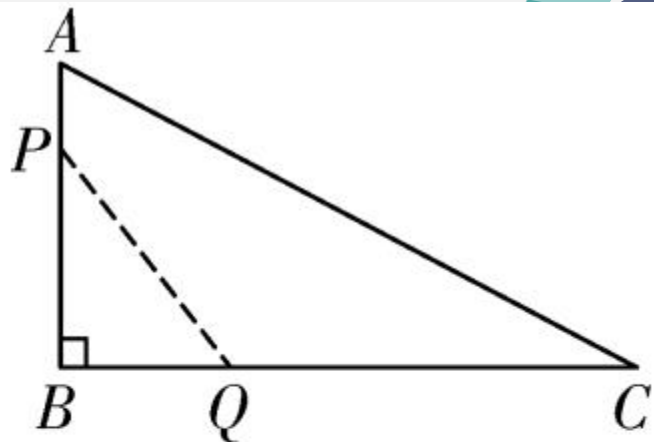
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 2

D. $\sqrt{3}$



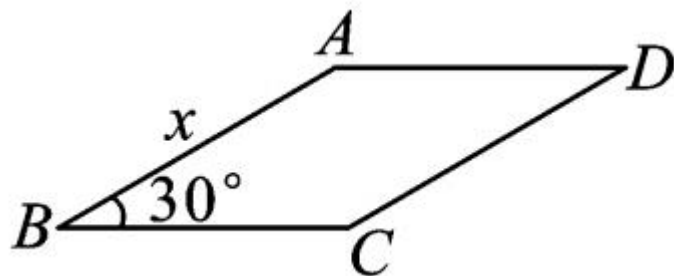
8. (亮点题)如图,在 $\triangle ABC$ 中,
 $\angle B=90^\circ$, $AB=12\text{mm}$, $BC=$
 24mm , 动点 P 从点 A 开始沿
 边 AB 向 B 以 2mm/s 的速度
 移动(不与点 B 重合), 动点
 Q 从点 B 开始沿边 BC 向 C 以 4mm/s 的速度移动
 (不与点 C 重合). 如果 P, Q 分别从 A, B 同时出
 发, 那么经过 _____ s , 四边形 $APQC$ 的面积最小.



9. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的周长为 8cm , $\angle B=30^\circ$, 若边
 $AB=x\text{cm}$, $\square ABCD$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式并写出自变量的取
 值范围;

(2) 当 x 为何值时, y 有最大值? 最大值是多少?

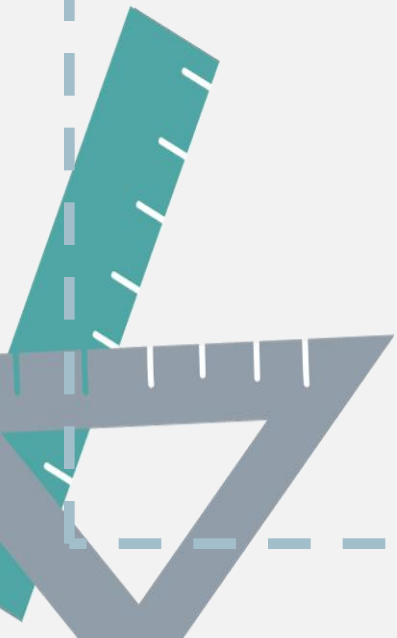


10. 某广告公司设计一幅周长为 16 米的矩形广告牌, 广告设计费为每平方米 2000 元. 设矩形一边长为 x 米, 面积为 S 平方米.

(1) 求 S 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 设计费能达到 24000 元吗? 为什么?

(3) 当 x 是多少米时, 设计费最多? 最多是多少元?



D 思维拓展 —— 练素养

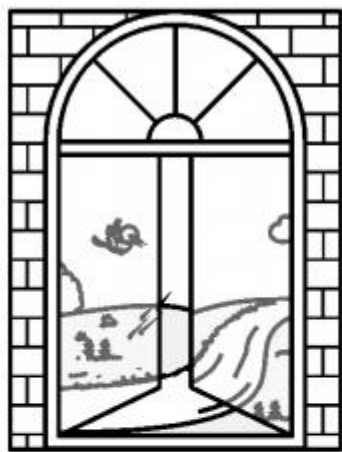
11. (核心素养·问题解决) 例题: 有一窗户形状如图①, 上部是一个半圆, 下部是一个矩形, 如果制作窗框的材料总长为 6m , 如何设计这个窗户, 使透光面积最大?

这个例题的答案是: 当窗户半圆的半径约为 0.35m 时, 透光面积最大值约为 1.05m^2 .

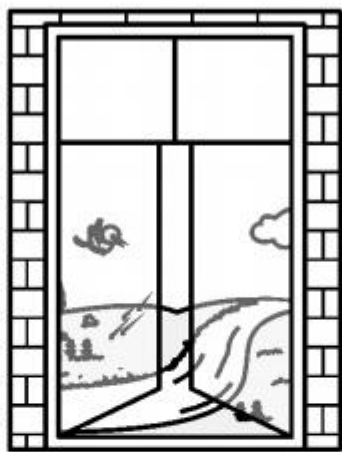
我们如果改变这个窗户的形状, 上部改为由两个正方形组成的矩形, 如图②所示, 材料总长仍为 6m , 利用图③, 解答下列问题:

(1) 若 AB 为 1m , 求此时窗户的透光面积;

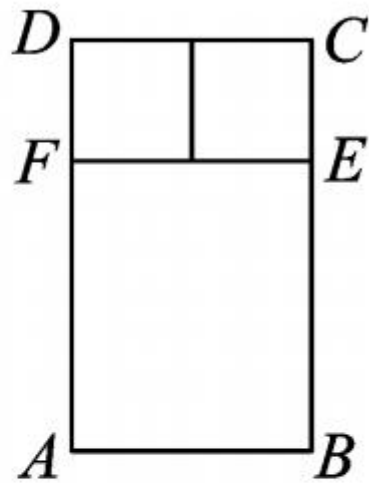
(2) 与例题比较, 改变窗户形状后, 窗户透光面积的最大值有没有变大? 请通过计算说明.



图①



图②



图③

