



# 第二十一章 一元二次方程

## 21.1 一元二次方程



# A 自主课堂

## 【要点导航】

- ① 只含有 \_\_\_\_\_ 未知数, 并且未知数的最高次数是 \_\_\_\_\_ 的 \_\_\_\_\_ 方程叫一元二次方程.
- ② 一元二次方程的一般形式是 \_\_\_\_\_, 其中 \_\_\_\_\_ 是二次项, \_\_\_\_\_ 是二次项的系数; \_\_\_\_\_ 是一次项, \_\_\_\_\_ 是一次项的系数; \_\_\_\_\_ 是常数项.
- ③ 使一元二次方程左右两边 \_\_\_\_\_ 的未知数的值叫一元二次方程的解, 也叫一元二次方程的根.


## 【经典导学】

【例 1】 (教材 P<sub>3</sub> 例题变式) 把方程  $(2x+1)(3x-2)=x^2+2$  化成一般形式并写出二次项系数、一次项系数及常数项.

破解思路: 展开、移项、合并使等式右边为 0.

## 【学生解答】

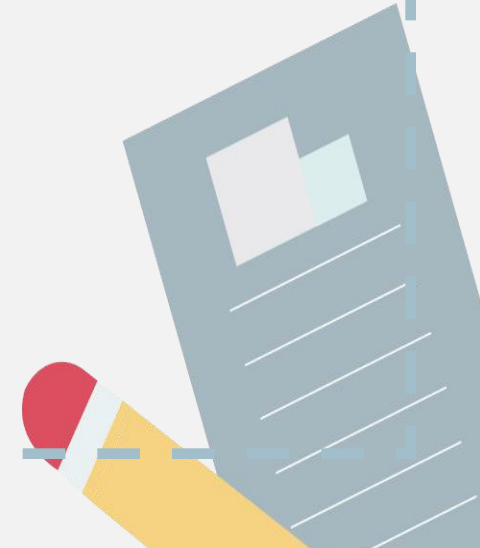

技法点拨: 一元二次方程的一般形式是 \_\_\_\_\_, 其中 \_\_\_\_\_ 是二次项系数, \_\_\_\_\_ 是一次项系数, \_\_\_\_\_ 是常数项.



**【易错易混】**忽视了一元二次方程二次项系数  $a \neq 0$ .

**【例 2】** 当  $k$  取何值时,  $(k-1)x^{k^2+1} + x - 2 = 0$  是一元二次方程?

**【学生解答】**



# B 固本夯基 —— 逐点练

## 知识点 1 一元二次方程的定义和一般形式

1. 下列方程是关于  $x$  的一元二次方程的是 ( )

A.  $x^2 + \frac{1}{x} = 0$

B.  $ax^2 + bx + c = 0$

C.  $(x+1)(x-2) = x^2$

D.  $(7x+1)x = 2x-1$

2. 若关于  $x$  的方程  $(a-1)x^2 + 2x - 1 = 0$  是一元二次方程, 则  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $a \neq 1$

B.  $a > 1$

C.  $a < 1$

D.  $a \neq 0$

3. 一个关于  $x$  的一元二次方程, 它的二次项系数为 2, 一次项系数为 3, 常数项为 -5, 则这个一元二次方程是 \_\_\_\_\_.

4. 把下列关于  $x$  的一元二次方程化为一般形式,并写出二次项系数、一次项系数和常数项.

(1)  $(x+1)(x-3)=4x^2-7$ ;

(2)  $3(x-5)=x(x-5)$ .

**知识点 2** 一元二次方程的根及实际问题中的数量关系

5. (教材 P<sub>4</sub>T<sub>3</sub> 变式) 下列数: 6, -6, 8, -8, 12, -12, 2, -2 中, 是方程  $x^2 - 2x - 48 = 0$  的根有 ( )

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

6. (新疆自治区中考)在某篮球邀请赛中,参赛的每两个队之间都要比赛一场,共比赛 36 场. 设有  $x$  个队参赛,根据题意,可列方程为 ( )

A.  $\frac{1}{2}x(x-1)=36$

B.  $\frac{1}{2}x(x+1)=36$

C.  $x(x-1)=36$

D.  $x(x+1)=36$

7. 已知  $m$  是关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x - 3 = 0$  的一个根,则  $4m^2 - 8m - 6 =$  \_\_\_\_\_.

8. 关于  $x$  的一元二次方程  $(m-2)x^2 + x + m^2 - 4 = 0$  有一个根为 0,求  $m$  的值.





整

合

## 运用

——提能力

9. (原创题)下表是某同学求代数式  $x^2 - x$  的值的  
情况,根据表格可知方程  $x^2 - x = 2$  的根是 ( )

$x$	-2	-1	0	1	2	3	...
$x^2 - x$	6	2	0	0	2	6	...

A.  $x = -1$

B.  $x = 0$

C.  $x = 2$

D.  $x = -1$  或  $x = 2$

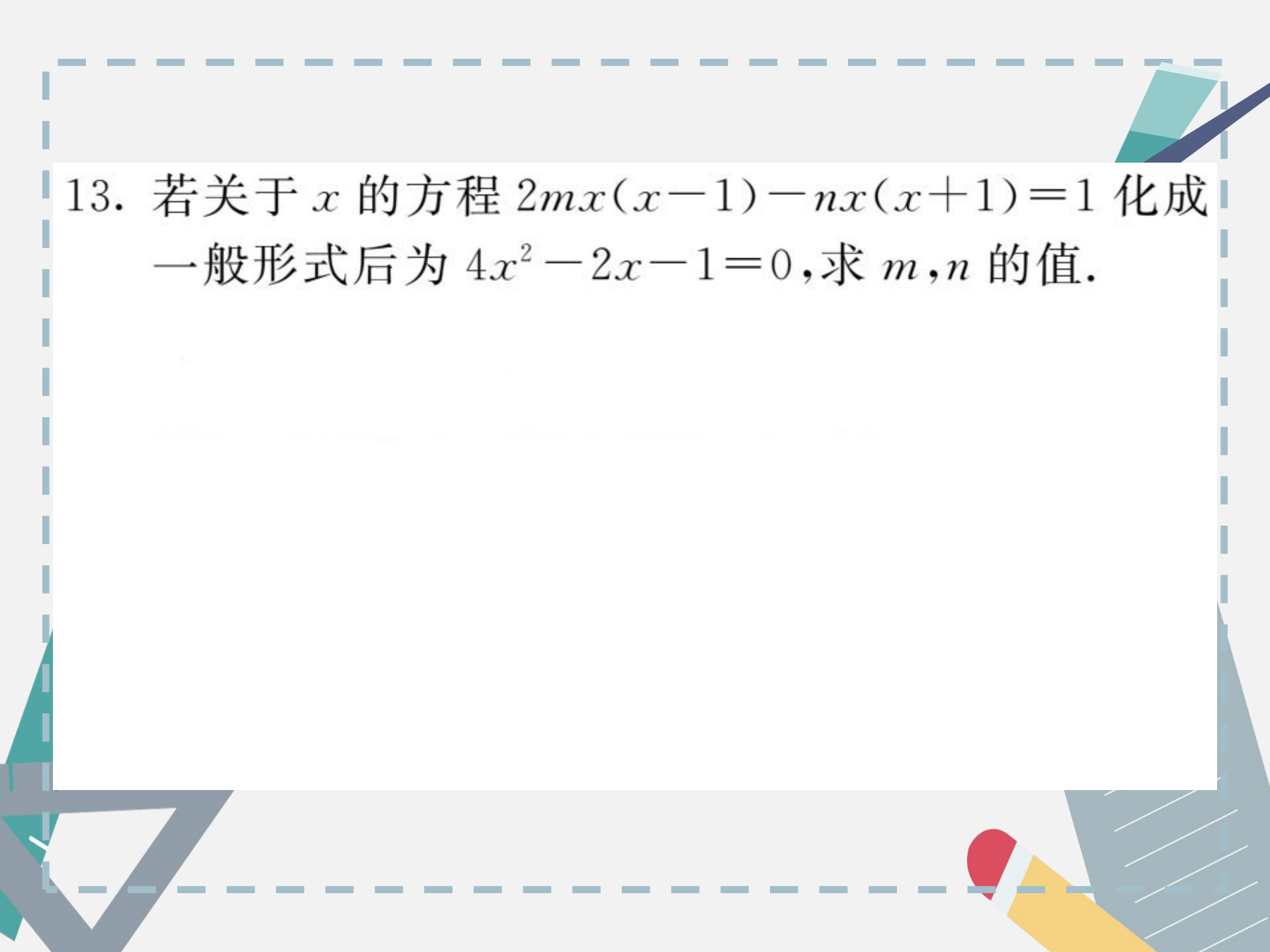
10. 关于  $x$  的一元二次方程  $2x^2 - (m+1)x + 1 = x(x-1)$  化成一般形式后二次项的系数和一次项的系数分别为  $1, -2$ , 则  $m$  的值为 ( )

A.  $-1$       B.  $1$       C.  $-2$       D.  $2$

11. (亮点题) 当方程  $(m-1)x^{m^2+1} - (m+1)x - 2 = 0$  是一元二次方程时,  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

12. (衡阳市中考) 国家实施“精准扶贫”政策以来, 很多贫困人口走向了致富的道路. 某地区 2018 年底有贫困人口 9 万人, 通过社会各界的努力, 2020 年底贫困人口减少至 1 万人. 设 2018 年底至 2020 年底该地区贫困人口的年平均下降率为  $x$ , 根据题意列方程得\_\_\_\_\_.



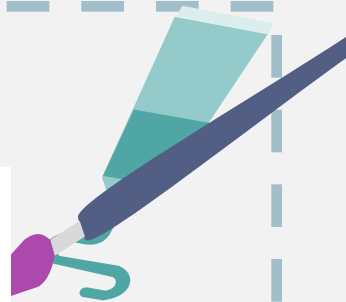
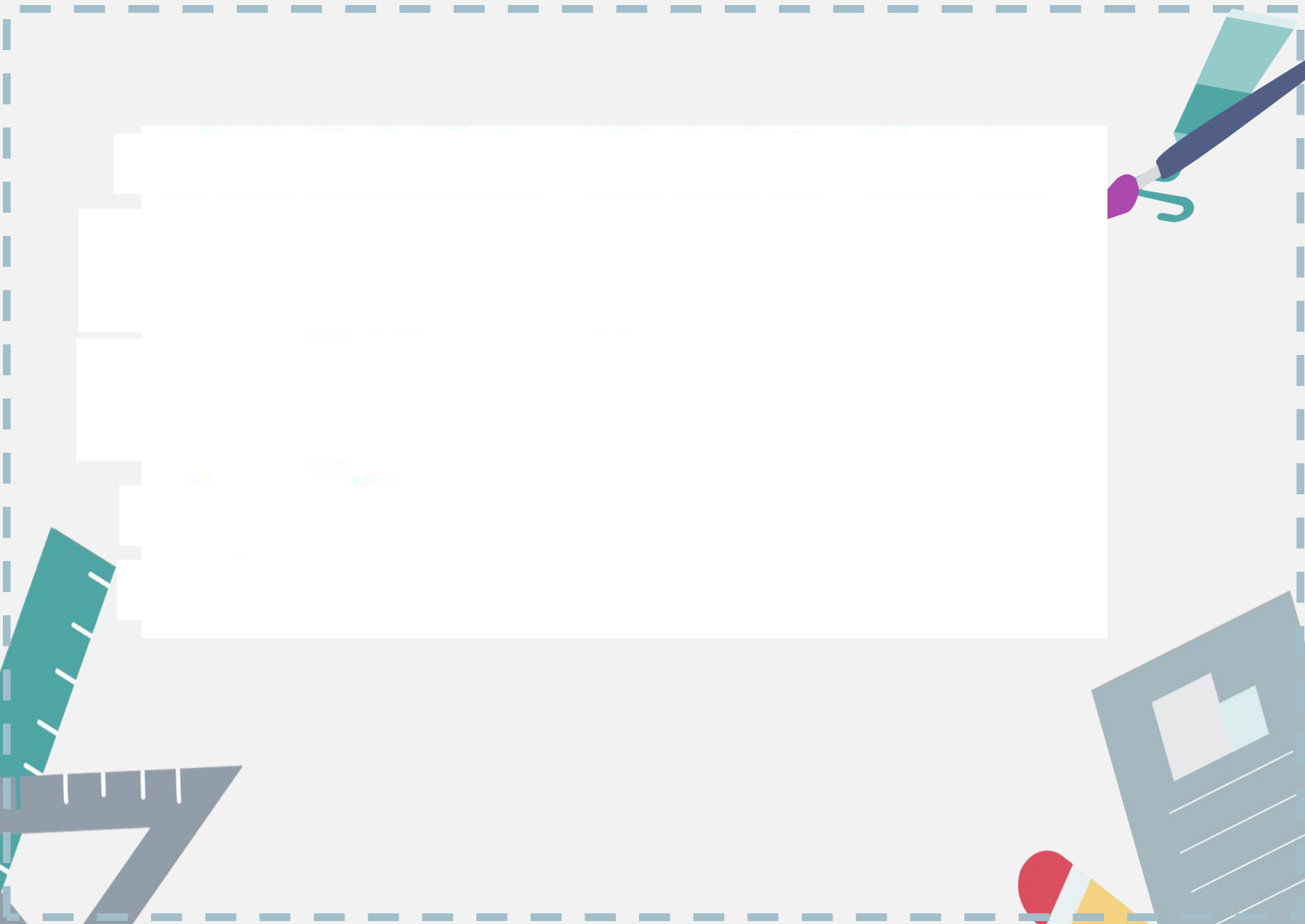


13. 若关于  $x$  的方程  $2mx(x-1) - nx(x+1) = 1$  化成一般形式后为  $4x^2 - 2x - 1 = 0$ , 求  $m, n$  的值.

14. 完成下列问题：

(1) 若  $n(n \neq 0)$  是关于  $x$  的方程  $x^2 + mx + 2n = 0$  的根，求  $m+n$  的值；

(2) 已知  $x, y$  为实数，且  $y = \sqrt{2x-5} + \sqrt{5-2x} - 3$ ，求  $2xy$  的值.



15. 根据下列问题列出一元二次方程,并将其化成一般形式.

(1) 一个 QQ 群里共有  $x$  个好友,每个好友都分别给群里其他好友发送一条消息,这样共有 756 条消息;

(2) 一矩形面积为  $28\text{cm}^2$ ,长比宽多  $3\text{cm}$ . 求这个矩形的长与宽;

(3) 两个连续奇数的平方和为 130,求这两个奇数;

(4) 参加一次聚会的每两个人都握了一次手,所有人共握了 45 次手,则有多少人参加聚会?



# D 思维拓展 —— 练素养

16. (核心素养·批判质疑) 向阳中学数学兴趣小组对关于  $x$  的方程  $(m+1)x^{m^2+1} + (m-2)x - 1 = 0$  提出了下列问题:

- (1) 是否存在  $m$  的值, 使方程为一元二次方程?  
若存在, 求出  $m$  的值, 并写出此方程的一般形式;
- (2) 是否存在  $m$  的值, 使方程为一元一次方程?  
若存在, 求出  $m$  的值, 并解此方程.



