



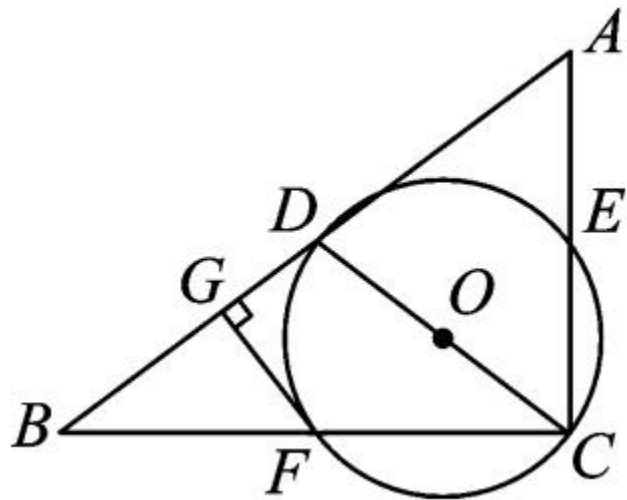
核心素养小专题(七)

与圆的切线有关的计算与证明

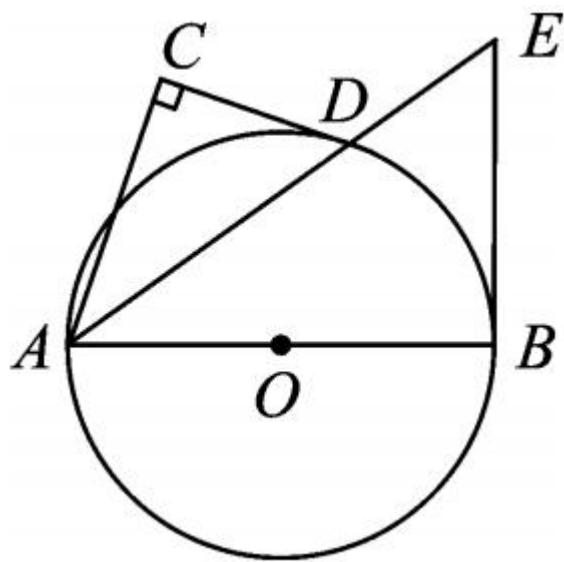


类型 1 圆的切线的判定

1. (咸宁市中考)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 AB 的中点,以 CD 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC , BC 于 E, F 两点,过点 F 作 $FG \perp AB$ 于点 G . 试判断 FG 与 $\odot O$ 的位置关系,并说明理由.



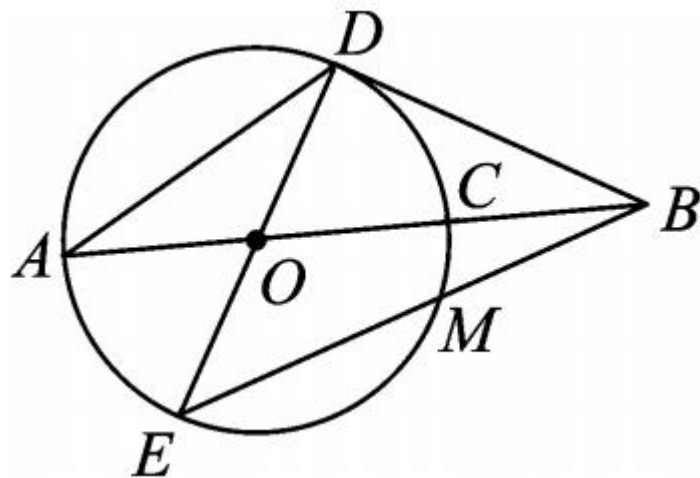
2. (娄底市中考改编)如图,点 D 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, AD 平分 $\angle BAC$, $DC \perp AC$, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 AD 的延长线于点 E .
求证: 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线.



3. (宜宾市中考改编) 如图, 线段 AB 经过 $\odot O$ 的圆心, 交 $\odot O$ 于 A, C 两点, $BC = 1$, AD 为 $\odot O$ 的弦, 连接 BD , $\angle BAD = \angle ABD = 30^\circ$, 连接 DO 并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 BE 交 $\odot O$ 于点 M .

(1) 求证: 直线 BD 是 $\odot O$ 的切线;

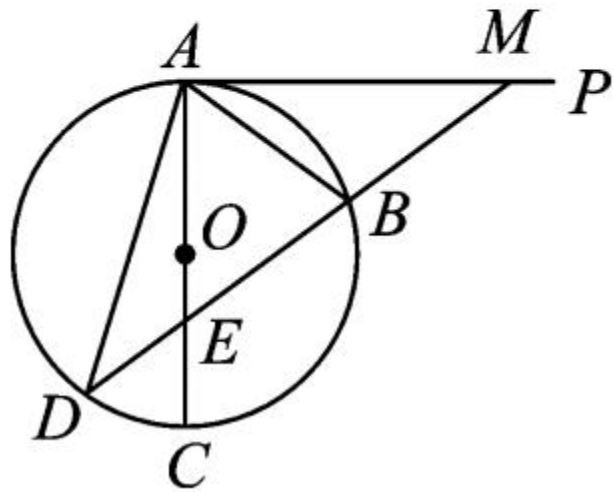
(2) 求 $\odot O$ 的半径 OD 的长.



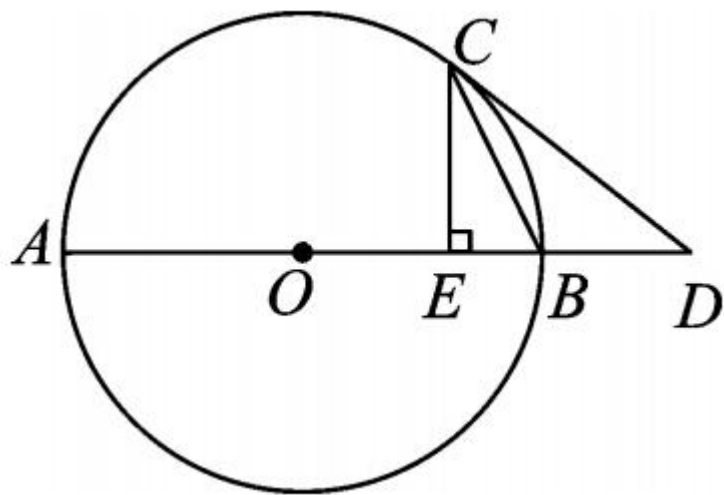


类型 2 圆的切线的性质

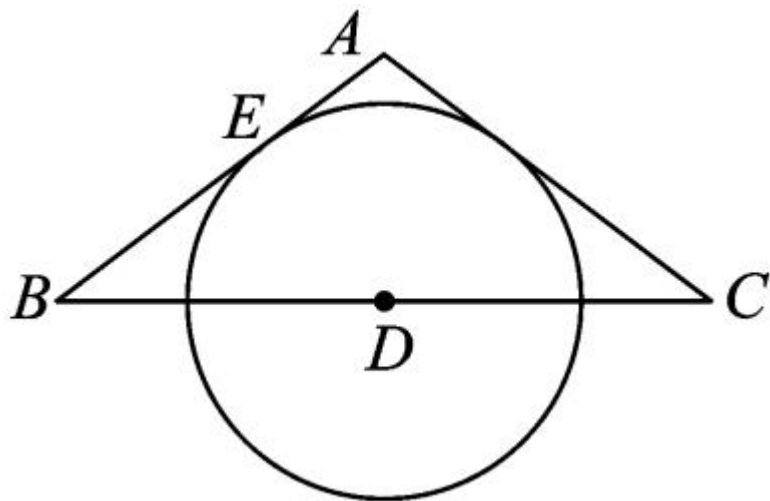
4. (陕西省中考改编)如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, AP 是 $\odot O$ 的切线, 作 $BM=AB$, 并与 AP 交于点 M , 延长 MB 交 AC 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD . 求证: $AB=BE$.



5. (新疆自治区中考改编)如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , 与 AB 的延长线交于点 D , $CE \perp AB$ 于点 E . 求证: $\angle BCE = \angle BCD$.



6. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 为 BC 的中点,以 D 为圆心的圆与 AB 相切于点 E .
求证: AC 与 $\odot D$ 相切.



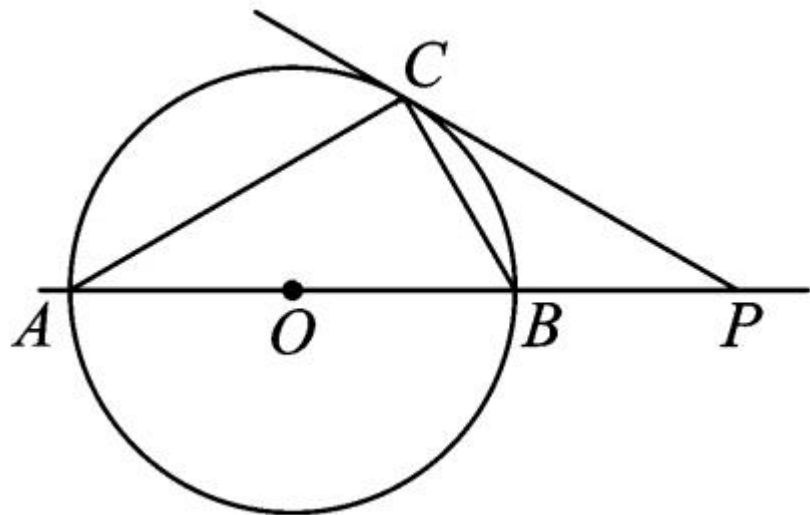
7. (毕节市中考)如图,点 P 在 $\odot O$ 外, PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 直线 PO 与 $\odot O$ 相交于点 A, B .

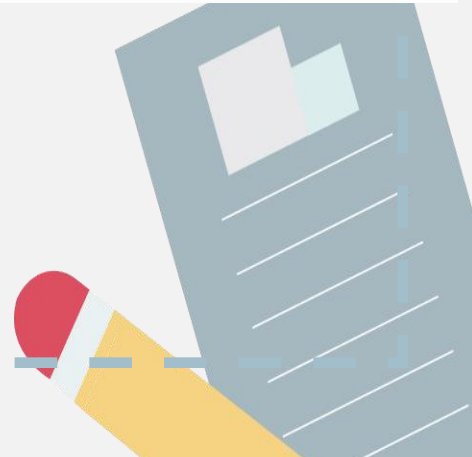
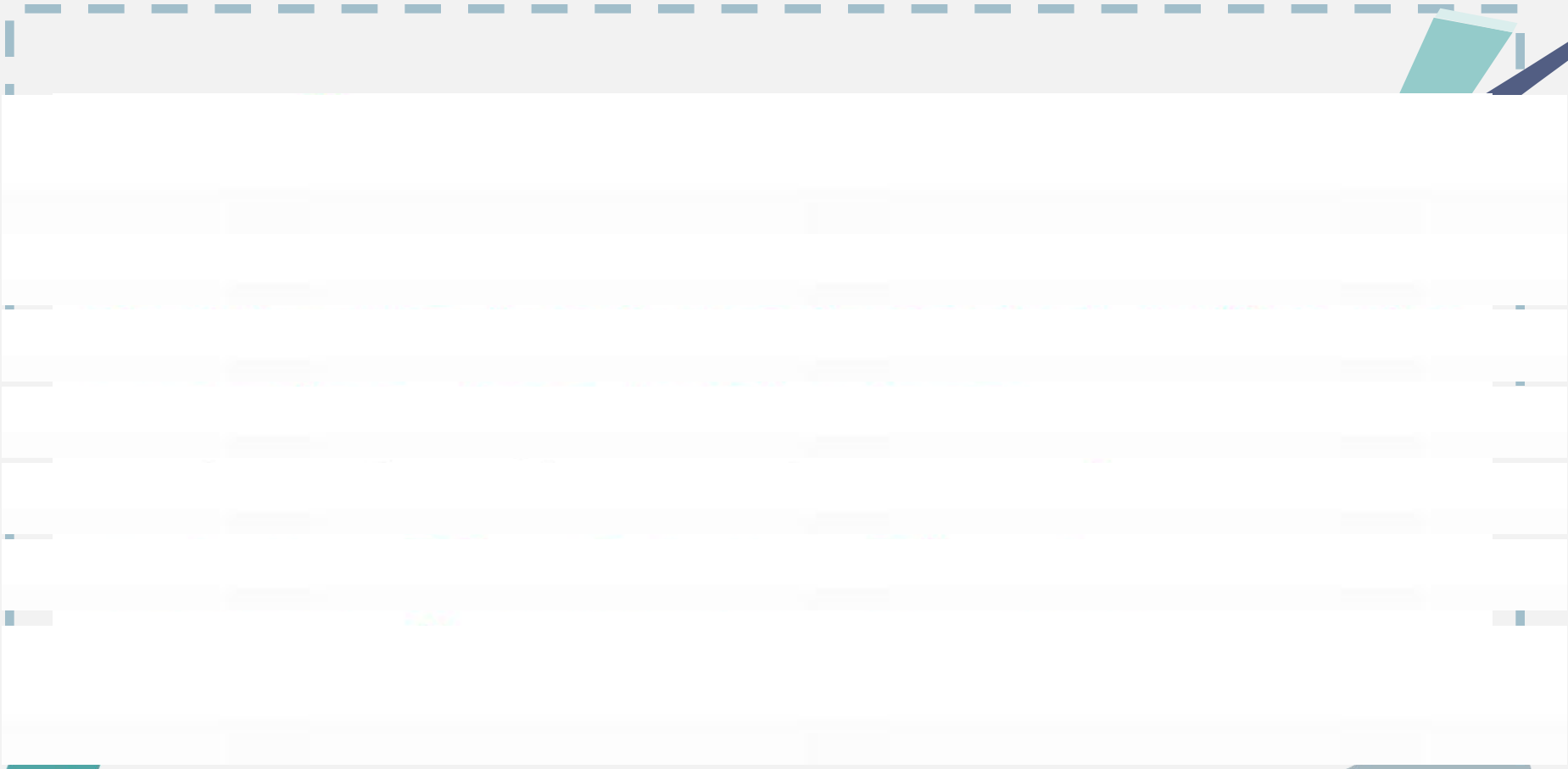
(1) 若 $\angle A = 30^\circ$, 求证: $PA = 3PB$;

(2) 小明发现, $\angle A$ 在一定范围内变化时, 始终有

$\angle BCP = \frac{1}{2}(90^\circ - \angle P)$ 成立. 请你写出推理过

程.



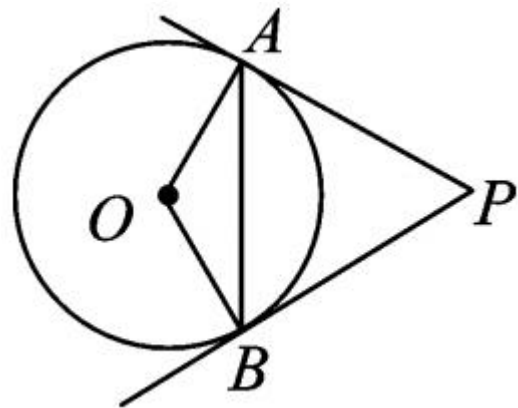


类型 3 切线长定理的应用

8. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的两条切线, A, B 为切点, $\angle OAB = 30^\circ$.

(1) 求 $\angle APB$ 的度数;

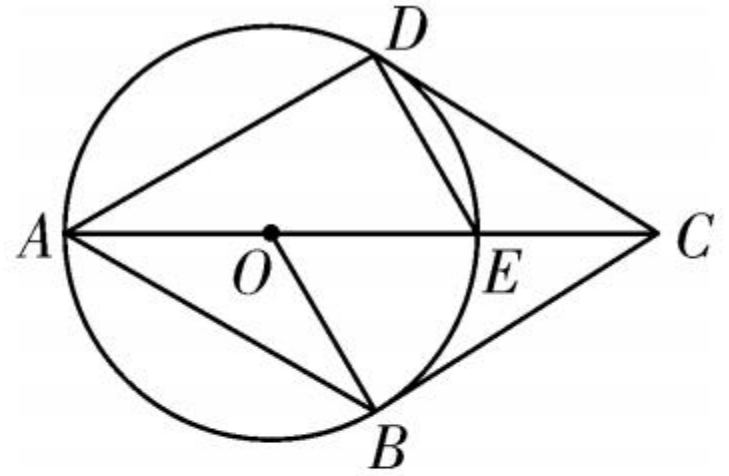
(2) 当 $OA = 3$ 时, 求 AP 的长.



9. 已知,在四边形 $ABCD$ 中, E 是对角线 AC 上一点, $DE=EC$,以 AE 为直径的 $\odot O$ 与边 CD 相切于点 D . B 点在 $\odot O$ 上,连接 OB .

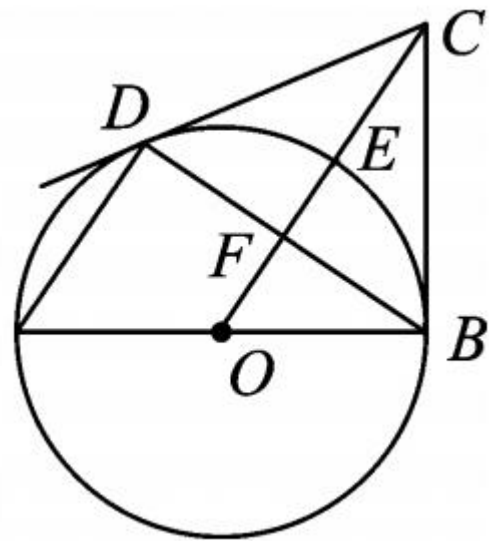
(1) 求证: $DE=OE$;

(2) 若 $CD \parallel AB$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



10. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC, CD 是 $\odot O$ 的两条切线, 切点为 B, D , 连接 AD, OC, OC 交 $\odot O$ 于点 E , 交 BD 于点 F .

- (1) 求证: $\angle BCD = 2\angle ABD$;
- (2) 求证: E 是 $\triangle BCD$ 的内心.

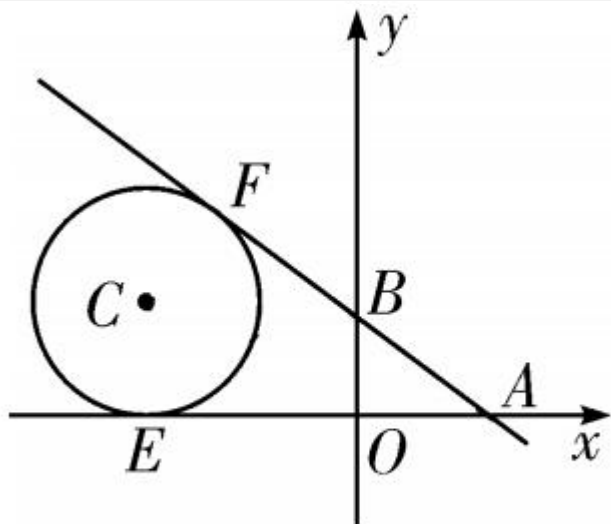


类型 4 综合与创新

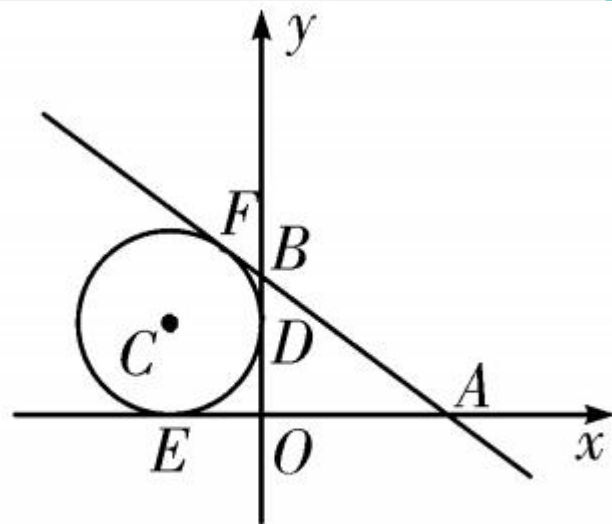
11. (原创题)如图①,直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴相交于点 A ,与 y 轴相交于点 B ,点 $C(m, n)$ 是第二象限内一点.以点 C 为圆心的圆与 x 轴相切于点 E ,与直线 AB 相切于点 F .

(1)当四边形 $OBC E$ 是矩形时,求点 C 的坐标;

(2)如图②,若 $\odot C$ 与 y 轴相切于点 D ,求 $\odot C$ 的半径.



图①



图②

