

核心素养小专题(四)

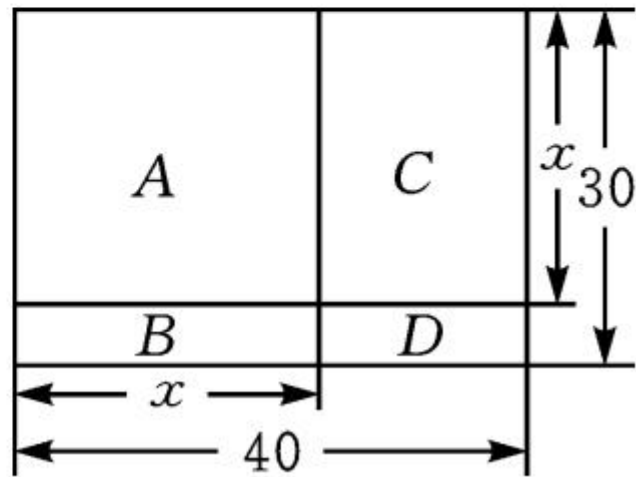
利用二次函数的性质解决最值问题

类型 1 几何图形面积的最值问题

1. 现有一块矩形场地, 如图所示, 长为 40m , 宽为 30m , 要将这块地划分为四块分别种植: A. 兰花; B. 菊花; C. 月季; D. 牵牛花.

(1) 求出这块场地中种植菊花的面积 y 与 B 场地的长 x 之间的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;

(2) 当 x 是多少时, 种植菊花的面积最大? 最大面积是多少?

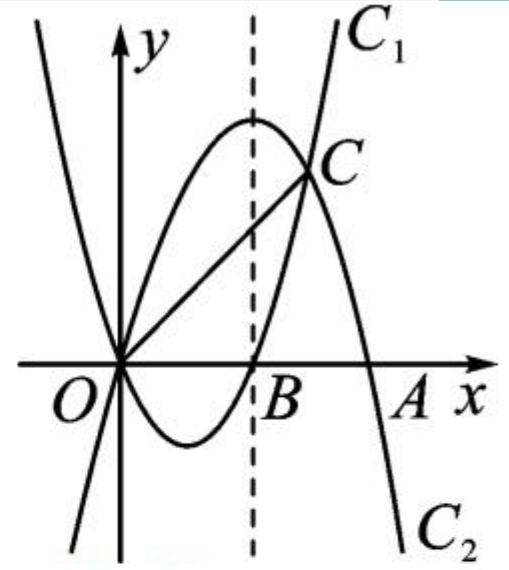


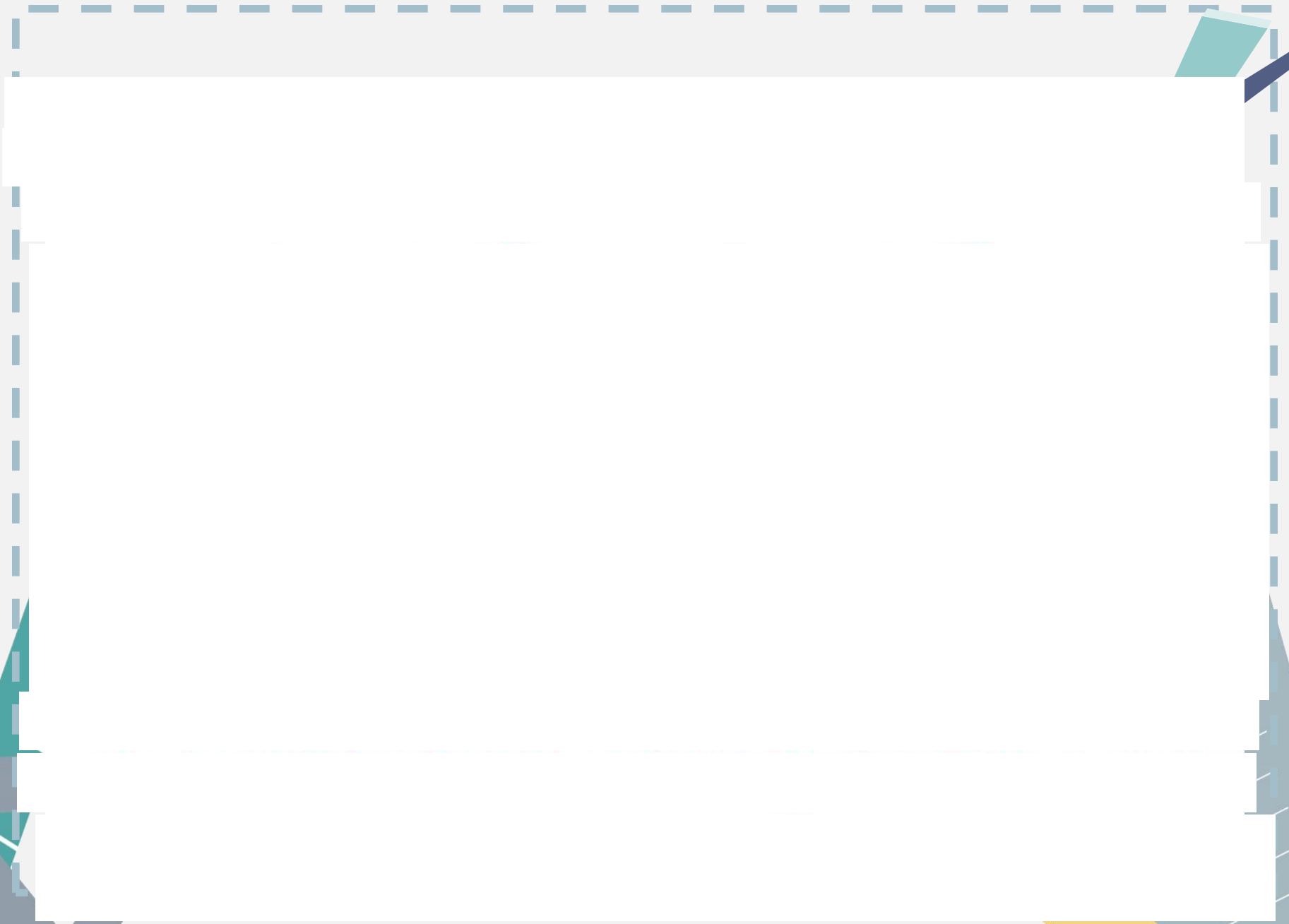
2. (遵义市中考)如图,抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反,它们相交于 O, C 两点,且分别与 x 轴的正半轴交于点 $B, A, OA = 2OB$.

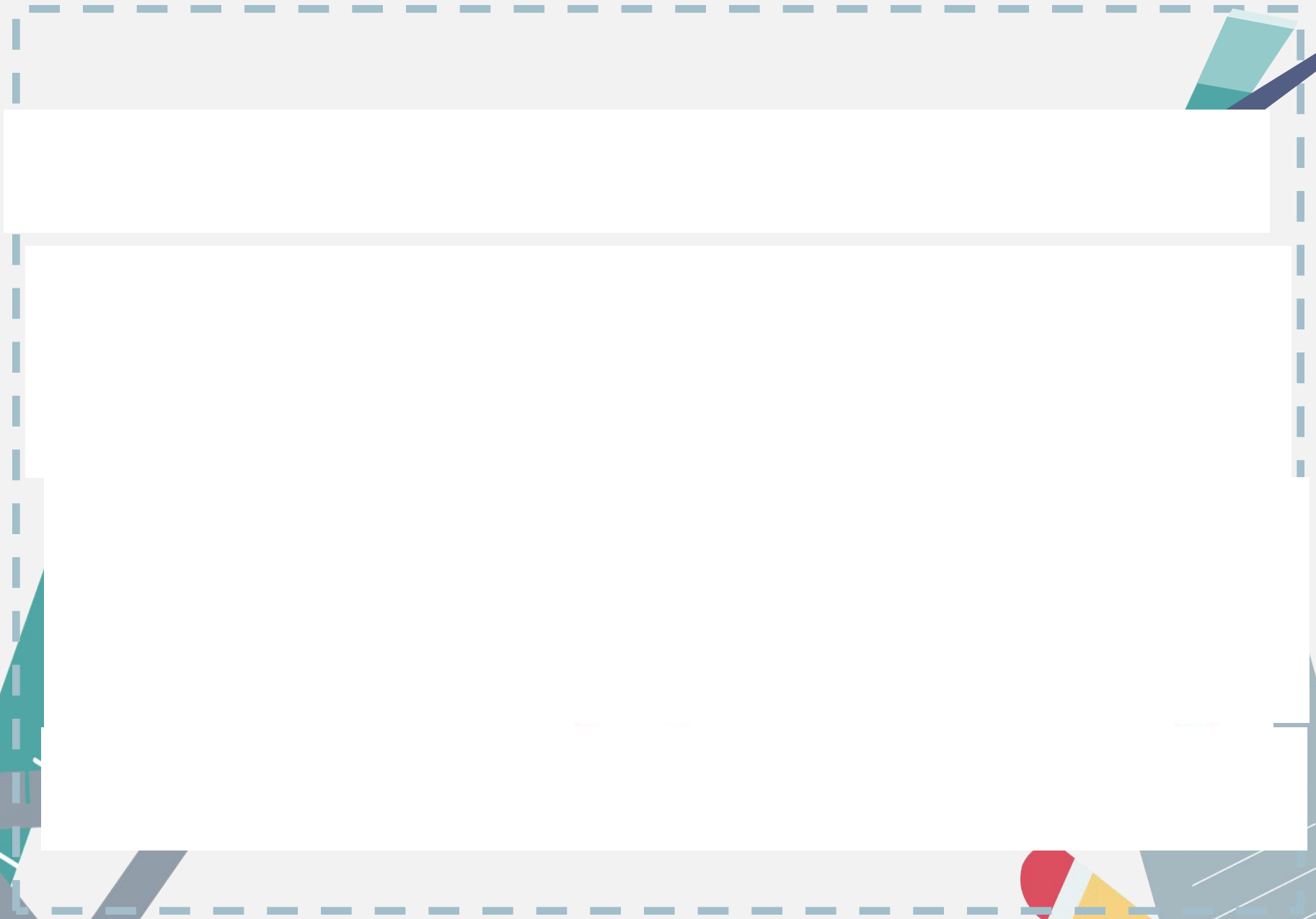
(1)求抛物线 C_2 的解析式;

(2)在抛物线 C_2 的对称轴上是否存在点 P ,使 $PA + PC$ 的值最小? 若存在,求出点 P 的坐标,若不存在,说明理由;

(3) M 是直线 OC 上方抛物线 C_2 上的一个动点,连接 MO, MC . M 运动到什么位置时, $\triangle MOC$ 面积最大? 并求出最大面积.





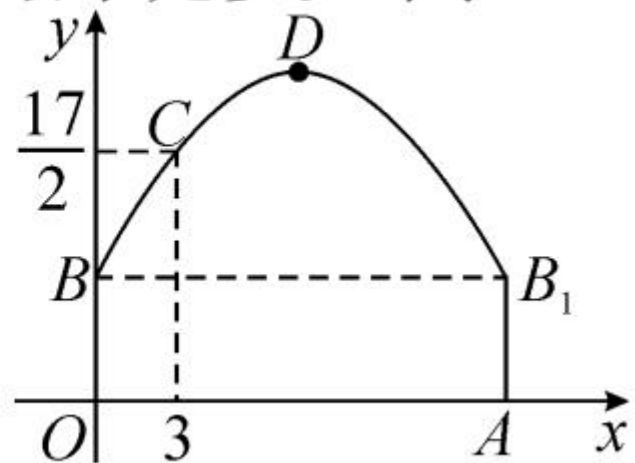


类型 2 实物运动中的最值问题

3. 如图,隧道的截面由抛物线和长方形构成,长方形的长是 12m,宽是 4m,按照图中所示的直角坐标系,抛物线可以用 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 表示,且抛物线的点 C 到墙面 OB 的水平距离为 3m 时,到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m.

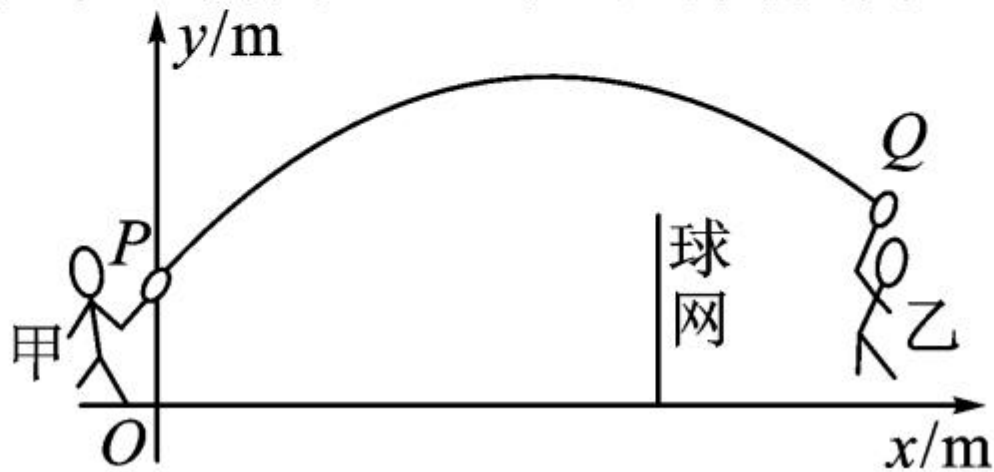
- (1) 求该抛物线的函数关系式,并计算出拱顶 D 到地面 OA 的距离;
- (2) 一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为 6m,宽为 4m,如果隧道内设双向行车道,那么这辆货车能否安全通过?
- (3) 在抛物线形拱壁上需要安装两排灯,使它们离地面的高度相等,如果灯离地面的高度不超过

8m,那么两排灯的水平距离最小是多少米?





4. 甲、乙两人进行羽毛球比赛,羽毛球飞行的路线为抛物线的一部分.如图,甲在 O 点正上方 1m 的 P 处发出一球,羽毛球飞行的高度 $y(\text{m})$ 与水平距离 $x(\text{m})$ 之间满足函数解析式 $y=a(x-4)^2+h$. 已知点 O 与球网的水平距离为 5m ,球网的高度为 1.55m .



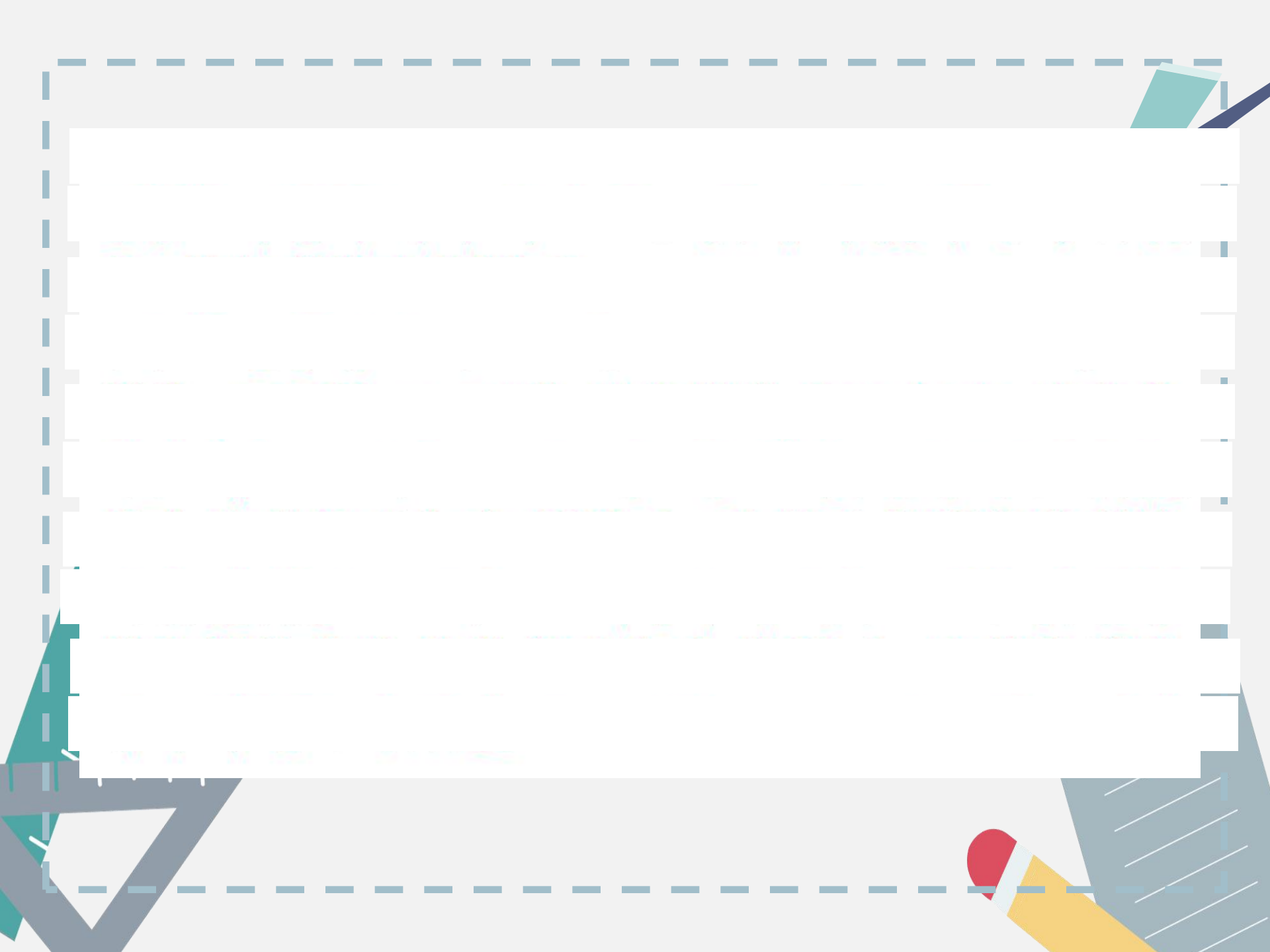
- (1) 当 $a = -\frac{1}{24}$ 时,求 h 的值;并通过计算判断此球能否过网;
- (2) 若甲发球过网后,羽毛球飞行到与点 O 的水平

距离为 7m , 离地面的高度为 $\frac{12}{5}\text{m}$ 的 Q 处时, 乙扣球成功, 求 a 的值.

类型 3 营销中的利润最值问题

5. (鄂州市中考)“互联网+”时代,网上购物备受消费者青睐.某网店专售一款休闲裤,其成本为每条 40 元,当售价为每条 80 元时,每月可销售 100 条.为了吸引更多顾客,该网店采取降价措施.据市场调查反映:销售单价每降 1 元,则每月可多销售 5 条.设每条裤子的售价为 x 元(x 为正整数),每月的销售量为 y 条.

- (1) 直接写出 y 与 x 的函数解析式;
- (2) 设该网店每月获得的利润为 w 元, 当销售单价降低多少元时, 每月获得的利润最大, 最大利润是多少?
- (3) 该网店店主热心公益事业, 决定每月从利润中捐出 200 元资助贫困学生. 为了保证捐款后每月利润不低于 4220 元, 且让消费者得到最大的实惠, 该如何确定休闲裤的销售单价?



类型 4 综合与创新

6. (荆门市中考)为落实“精准扶贫”精神,市农科院专家指导李大爷利用坡前空地种植优质草莓.根据市场调查,在草莓上市销售的 30 天中,其销售价格 m (元/公斤)

与第 x 天之间满足 $m = \begin{cases} 3x+15(1 \leq x \leq 15), \\ -x+75(15 < x \leq 30). \end{cases}$ (x

为正整数),销售量 n (公斤)与第 x 天之间的函数关系如图所示,如果李大爷的草莓在上市销售期间每天的维护费用为 80 元.求:

- (1)销售量 n 与第 x 天之间的函数关系式;
- (2)在草莓上市销售的 30 天中,每天的销售利润 y 与第 x 天之间的函数关系式;(日销售利润 = 日销售额 - 日维护费)

(3) 日销售利润 y 的最大值及相应的 x .

